RACCOLTA
D' AUTORI ITALIANI
CHE TRATTANO
DEL MOTO DELL' ACQUE

EDIZIONE QUARTA

ARRICCHITA DI MOLTE COSE INEDITE,
E D' ALCUNI SCHIARIMENTI.

TOMO VIII.

BOLOGNA · MDCCCXXIII

DALLA TIPOGRAFIA DI JACOPO MARSIGLI.

DELLE ACQUE CORRENTI

E

RELAZIONE PER LA DIVERSIONE DE' FIUMI

RONCO E MONTONE

DALLA CITTÀ DI RAVENNA

DI

BERNARDINO ZENDRINI

Bologna 1823

Tipografia Marsigli

PREFAZIONE

Si maraviglierà forse taluno nel vedere un Trattato di Acque tutto segnato di cifre algebraiche, quasi che queste nulla abbino a che fare col corso de' fiumi, e coll' equilibrio de' liquidi che sempre affettano di comporre la loro superficie a punti equidistanti dal comune centro de' gravi. Se questi però farà attenzione, che il fondamento della Geometria è l' Analisi, come la Geometria è la base della scienza delle Acque, di quella in ispecie, che il loro moto e peso, e la loro forza rafferma, sarà d' accordo che altro metodo più naturale, e per avventura più compendioso e sicuro esser non vi possa, che quello in questo nostro Trattato si è posto in uso.

Io so molto bene quanti pur anco vi siano fra gli Uomini di scienze, che vorrebbero trattate le cose sì della pura, che della mista matematica con la sola sintesi, ed in somma coll' antico metodo, pretendendo che in tal modo maneggiando le materie, e maggiormente l' intelletto si appaghi, e le dimostrazioni rieschino molto più a portata di farci sentire la verità delle proposizioni, riputando che l' analisi serva piuttosto ad indicarci i risultati che si ricavano da certi dati, e da certe supposizioni, che a tessere le vere prove di quanto viene proposto: contuttociò per poco che s' interni in questo criterio ed esame, si vedrà chiaramente, che se la pura Geometrica sintesi dimostra con certa catena di sillogistiche prove le assunte proposizioni, lo stesso fa pur anco l' analisi, se cogli stessi principj e procede e conclude, il tutto finalmente in entrambi riducendosi o ad eguagliare le quantità, o a risolverle in analogie; con la sola differenza che

in quella sembrano in certo modo più sviluppate e le analogie, e le quantità comparate, in questa se stanno coperte sotto termini universali, benchè paiono assai involute, a talento però di chicchessia possono agevolmente ricevere l' intiero suo sviluppamento ed esser condotte nello stesso modo e forma che con la sintetica Geometria si ottengono.

A tal proposito non devo tralasciare di trascrivere quanto M. Bellidor, sì benemerito della scienza che abbiamo per le mani, ha pubblicato nella di lui prefazione alla sua *Architettura Idraulica*. *Come*, dic' egli, *non ignoro punto l' importanza di un soggetto, che tanto interessa la necessità della vita, ho io creduto che applicandomi a trattarlo con esattezza, ognuno avesse a lodare l' aver io impiegati i momenti di quell' ozio, di cui posso disporre, ma temo solamente, che quelli i quali non hanno l' uso dell' algebra, e che si sono di già lamentati di quella che ho sparso nelle altre mie opere, mormoreranno di trovarne molta in questa, che ora esce, ma come vogliono essi che io mi faccia? Ella è divenuta la chiave di tutte le scoperte, nè è possibile di perderla di vista, quando oprar si voglia con precisione, nè certamente se non col di lei mezzo si ponno dedurre i metodi per operar con sicurezza nella pratica. Il calcolo literale s' adatta alla capacità dello spirito presentandogli una serie infinita di oggetti sotto la più semplice espressione, senza esser distratto dalla complicazione de' loro rapporti, nè si ricerca altra attenzione che quella che domanda il calcolo stesso, e la sola penna conduce direttamente alla risoluzione di ciò di cui si va in traccia, che diviene in seguito una formola generale per tutte le simili quistioni senza il bisogno di altre dimostrazioni, che di quelle che si ricavano dall' evidenza del calcolo medesimo, le di cui operazioni sono fondate sopra semplici assiomi. Sovente una sola espressione literale dà lume ad una scienza intiera, sviluppandosi senza fatica tutte le conseguenze le une dopo le altre, come agevolmente si potrà giudicarlo per il modo con cui noi abbiamo espresso le regole de' moti, e quelle*

della misura delle acque. E il non mai abbastanza lodato M. De Fontenelle *negli Elementi della Geometria dell' infinito*, verso il fine della dottissima sua Prefazione si esprime, parlando del calcolo: *Che questo in Geometria è quello appunto, ch' è lo sperimento in Fisica, e tutte le verità prodotte solamente dal calcolo, si potrebbono avere in conto di verità di esperienza*.

Aggiungasi al sin qui detto, (oltre alla facilità che dà il calcolo nel dedurre tante conseguenze) la fecondità dello stesso per cavarne secondo le varie supposizioni la serie delle deduzioni e Corollarj, onde si può dire, che perfettamente ne resti esaurito il soggetto che si maneggia: motivi tutti che mi hanno fatto preporre questa all' antica sintetica strada sempre laboriosa a trattarsi, senza comparazione meno ubertosa nello scoprimento de' ritrovati, e spesse volte insufficiente a condurci al termine che ci siamo proposti, allora principalmente, che siamo obbligati a servirsi delle curve di grado superiore, o come vengono dette, trascendente, che adesso dopo degli ammirabili ritrovamenti del Cavalieri e del Torricelli ne' loro indivisibili, e dopo dell' analisi degl' infiniti promossa da' loro inventori al più sublime grado di perfezione, da tanti incomparabili uomini della Germania, dell' Inghilterra, e della Francia e che hanno in passato fiorito, e che tutt' ora fioriscono, cotanto illustrata, si maneggiano quasi con tanta facilità, quanto si trattavano altre volte le sole linee ricevute dagli antichi come Geometriche.

Se dunque anco di queste linee avevo a far uso in questo Trattato, era ben conveniente il servirmi di tutti que' mezzi che a tal termine condurre mi potevano, ed ecco prodotti que' titoli che giustificar possono il metodo da me tenuto, essendo, per così dire, il solo che alla meta guidar mi poteva.

Altro pesante obbietto mi potrebbe esser fatto anche concedendomisi tutto ciò, che sin qui ho esposto, ed è, che finalmente tendendo ogni mio scopo nel porre in una ragionevole pratica la dottrina delle acque, anzi avendo

voluto piantar questa sopra delle sole osservazioni, de' fenomeni, e di fatti incontrastabili, certamente che quelli che vi avranno a por le mani non saranno, e forse di gran lunga, in istato d' intendere il linguaggio con cui è stesa questa materia, onde più tosto aveva essa a trattarsi col fondamento di una facile Geometria, che nell' astrusa via dell' analitica da pochi conosciuta, e calcata; dimodochè i Periti a' quali finalmente raccomandar si deve l' esecuzione di quanto si avanza, niuno o pochissimo uso ne potranno fare.

L' obbietto per vero dire ha il suo nerbo, e lo conosco pur troppo di molta forza, ma non può però esser tale da farmi pentire della mia fatica, e della massima presa. È verissimo che i Periti e gl' Ingegneri poco o nulla si domesticano con il calcolo, ma se questi non lo fanno, lo devono ben fare i professori delle miste Matematiche a' quali effettivamente ho inteso di dirigere quanto può trarsi dal mio Trattato. So pur troppo che d' ordinario si confondono da' men dotti i gradi di perito, d' ingegnere, e sino talvolta d' agrimensore con quello de' Professori, abbenchè l' ordine di questi sia ben differente dal rango degli antidetti; deve un vero professore intender egualmente le dottrine teoriche, che le regole della pratica, dove al perito basta di versar in questa. Io dunque ho preteso di affaticarmi per i primi, senza però perder di vista nè meno i secondi, che se quelli sono come la mente nell' uomo, questi possono riputarsi come le braccia.

Prima di spiegarmi ulteriormente sopra di ciò, e mostrare che in fatti quanto rafferma il Trattato servir debba e per gli uni, e per gli altri, dirò qualche cosa dell' idea generale avuta nell' estesa de' Capitoli che tutte le materie trattate contengono.

Perchè dunque documentato dal gran Galileo, e poi dal celebratissimo Cavaliere Newton ne' suoi incomparabili principj della naturale Filosofia, di doversi dedurre in fisica le conclusioni non da poco fondate, e spesse volte

affatto ideali supposizioni, ma dal fatto e dalle osservazioni, e sopra di queste stabilire il fondamento di quanto si fosse per avanzare. Appoggiandomi per tanto ad una massima sì vera, ho procurato di seguire i precetti di detti grand' Uomini, e Dio volesse con quella fortuna e pubblico vantaggio com' essi hanno fatto. Ben venticinque anni di non interrotte osservazioni sopra delle acque ho consumati prima di stendere il presente Libro, ed ho voluto più di una volta assicurarmene col rifare le osservazioni non che in uno, ma in varj fiumi nell' incontro di averne tanti riconosciuti anche fuori de' felicissimi Stati della Serenissima Repubblica, cui ho l' onore da lungo tempo di servire.

Raccolte dunque le osservazioni, e ricavato dalle medesime quelle conseguenze, che mi sono parute le più naturali ed adattate, e sopra delle medesime avendo voluto prender il consiglio di Uomini ben capaci di ammaestrarmi, ho potuto finalmente tessere quanto in ora esce in pubblico. Che se per avventura non ho toccati i limiti che avrei bramato, può essere che almeno dia materia ad altri più abili di me di farlo, e di ridurre una volta questa sì necessaria scienza, nata per la felicità de' popoli e degli stati, alla sua perfezione.

È nata la dottrina delle acque, com' è palese, in Italia, e dalla celebre controversia del Reno fra Bolognesi e Ferraresi ha avuto il vero suo cominciamento, e può dirsi ancora il suo incremento. Fu il primo D. Benedetto Castelli Abate di S. Benedetto Aloisio, quello che avendo assistito Monsignor Ottavio Corsini Presidente di Romagna nella visita che e' fece del Reno e del Po, stese poscia gli elementi che denominò *Misura delle acque correnti*, ed in verità che unì sì felicemente una sì contumace e difficile materia alle leggi della Geometria, che per il tempo che allora correva, e nelle di lui supposizioni, la condusse tanto innanzi, che si è meritato un nome immortale, abbenchè e le cose posteriormente ritrovate con esperimenti più adattati, abbiano indotti

gl'Idrometri ad appigliarsi ad altre leggi pel moto delle acque, e certe sue predizioni pubblicate a piedi del suo Libro intorno alla diversione del Sile dalla Laguna di Venezia, abbiamo fatto toccar con mano a chi conosce il vero sistema di quelle acque, quanto siasi egli ingannato, bastando per provarlo il solo riflettere che appoggiano tutto l' opposto i due lumi maggiori delle Idrostatiche discipline, Geminiano Montanari e Domenico Guglielmini in tante loro dottissime Scritture fatte nel tempo che e l' uno e l' altro si trovava agli stipendj della predetta Serenissima Repubblica, ed ottimamente però istrutti della materia che avevano per le mani; onde si può agevolmente raccogliere, che se tal uno condanna i Periti ed Ingegneri perchè privi di teoriche cognizioni, potersi del pari condannare anco que' Teorici, che troppo donano ad una scienza molto astratta.

Diede in un tal inciampo anco il per altro cotanto benemerito delle scienze Gianalfonso Borelli, quando si fece a trattare, senza sapersene il motivo, delle Lagune di Venezia, che da quanto consta, o si può congetturare, mai vedute aveva, proponendo di escavarle assieme con i porti, con certi rastrelli co' quali voleva grattar i fondi, onde sollevar il fango; quasichè consistessero esse Lagune in pochissima estesa, ed avessero i porti pochissimo fondo, e nelle une e negli altri vi fosse un moto anche maggiore di quello di un fiume, e stessero senza peso i loro pantani. E, pur vi è stato, chi stimando di accrescer gloria al di lui nome, ha pubblicato non molti anni sono que' pensieri, che nè egli quando vivea, nè quelli che dopo la di lui morte si presero la cura di donare al pubblico le egregie di lui Opere, hanno creduto molto confacevole alla di lui fama il doverlo fare. Osservabile pur si rende cert' altra Dissertazione dell' esimio Galileo sopra del fiume Bisenzio, nella quale quanto spicca il profondo ingegno del suo Autore, altrettanto manca di quella verità pratica, che in tante altre sublimi cose, per le quali si può dire, che fosse egli nato, sì altamente

sopra ogni altro si distingue, e si distinguerà ne' secoli avvenire.

Al qual proposito non saprei ben riconoscere in fatti il motivo, perchè un sì celebre Matematico trovandosi Professore nell' Università di Padova in tempo che la Repubblica diede un nuovo letto al Po, una nuova strada alla Brenta di ben 20. miglia di estesa, ed un nuovo alveo al Musone altro fiume del Padovano col Regio dispendio di milioni, non fosse mai, fra mille difficoltà che nacquero nell' esecutiva di dette imprese, e fra gl' imbarazzi delle varie opinioni ed obietti degli Ingegneri, prima che le deliberazioni fossero prese, ricercato del suo parere il Galileo, che pur era in possesso ed in Venezia ed in Padova di un' altissima stima, contuttociò non si trova certamente ne' pubblici Archivj del Magistrato alle Acque, Preside di tutte le seguite regolazioni, documento alcuno di un tanto Soggetto, come moltissimi se ne trovano di altri non pochi, o per dir meglio di tutti quelli che allora fiorivano, abbenchè di oscura fama a petto del Galileo; ciò sarà stato facilmente, perchè la scienza delle acque non era cosa di suo genio, o in cui con le necessarie osservazioni si fosse l' incomparabile Uomo esercitato, senza delle quali ben scorgeva l' occhio suo Linceo, che la scienza non sarebbe stata punto promossa: attendeva egli bensì con tutto lo spirito a liberare l' Astronomia, e la Fisica da' pregiudizj, ne' quali erano involte, ed a ridur le Meccaniche al maggior grado di perfezione.

Ma giacchè siamo entrati in un simile discorso, non può uno che si trova coll' onore dell' attuale servizio della Serenissima Repubblica, dispensarsi di dare un breve riflesso a quanto nella Prefazione della *Raccolta de' Scrittori, che trattano del moto delle acque* si è avanzato, coll' indicarsi ciò che viene prodotto nel Libro intitolato la *Laguna di Venezia* del N. H. Trevisani, come che direttamente si oppone alla pubblica massima della regolazione degli Estuarj, Trattato che potrebbe per avventura ne'

più deboli almeno imprimer delle idee troppo contrarie alla pubblica felicità, ed all' eterna conservazione del circondario delle Lagune, e de' Porti di questa Augusta Dominante.

Viene allegato il Padre Abate Castelli come che non approvava la diversione del Sile, consigliata da' Periti, ed eseguitasi poscia del 1684, e si vuole essere stato un *effetto dell' ignoranza degli Architetti volgari fomentati dalla soverchia avarizia di acquistar terreno fruttifero*, *il qual frutto e rendita sarà sempre immensamente minore al dispendio di tanti milioni spesi in divertire, e mutare il corso e per sì lungo tratto a tanti, e sì gran fiumi, che si potevano spendere in cose molto più utili; oltre il danno inestimabile dell' aria peggiore, e della navigazione tanto peggiorata, e che sempre va peggiorando.*

Chi ha prodotti questi sensi o non ha veduto mai le Lagune di Venezia, o le ha vedute senza punto farvi sopra la minima considerazione, e come si dice, di solo passaggio. Se parliamo de' prognostici del Castelli, da esso fatti quando stavasi per divertire il Sile, niuno se n' è avverato, mentre quella diversione ha bene avuto lo svantaggio di esser imperfetta in riguardo a se stessa ed alle campagne vicine, non in rapporto alle Lagune delle quali restò il detto fiume divertito: nè dessa ha a che fare nè poco nè molto con le nostre navigazioni, nè con que' Porti, ch' effettivamente dal mare ce le introducono: nè tampoco i Periti che l' hanno consigliata hanno avuto in animo di far acquisti o bonificazioni di terreni, come con palpabile errore vien detto, non essendo il Sile nè capace di farle, attesa la natura delle proprie acque, nè le situazioni nelle quali fu divertito sono in istato di riceverle, nè il Principe di tollerarle comecchè formano per lungo tratto la conterminazione de' suoi Estuarj, legge inviolabile essendo di lasciar il tutto con acqua, e palustre.

Dell' aria poscia e chi mai negherà che quella di Venezia, dacchè furono scacciati i fiumi dalle Lagune, che

l' ammorbavano, ed inducevano nell' inclita Città frequenti e contumacissime epidemie nel sempre nocevole miscuglio delle acque dolci con le salse, non sia giunta allo stato della maggior sua perfezione? Convien ben esser affatto forestieri di questo clima per non sapere ciò, o negarlo. Ma giacchè antesignano di tal erronea massima si produce il testè nominato P. A. Castelli, mi sarà permesso di opporre all' autorità di questo matematico due altri, che nell' affare delle acque hanno sentito, tanto innanzi, che ormai da tutti vengono riconosciuti come due cardini di questa scienza, Geminiano Montanari, e Giandomenico Guglielmini, i quali non hanno scritto già come il Castelli senza aver veduto ed esaminato, o se veduto ed esaminato solo superficialmente, le Lagune di Venezia, ma tutti e due come Professori stipendiati dalla Serenissima Repubblica.

In quell' aureo Trattato dunque, a cui il Montanari diede il nome di *mare Adriatico e sua corrente esaminata*, diretto in forma di lettera al sig. Cardinale Basadonna al §. *Sin da' primi tempi*, così si esprime: *E perchè fra le cure più gravi, che la Pubblica Sapienza in questa materia non perde giammai di vista, una, e la più importante, si è la conservazione di questi porti e Lagune, per salute della quale ha in ogni tempo, ma molto più nel passato, e nel presente secolo profuso, e va tuttavia con Regia magnanimità profondendo tesori, e specialmente nella diversione di tanti fiumi, che portando in detta Laguna le torbide l' andavano atterrando, de' quali ben sa l' Eminenza Vostra, che oltre il Bacchiglione e Brenta, e tanti altri già tempo trasportati fuori di essa Laguna, e gl' importantissimi due fiumi, Piave e Sile divertiti in questi ultimi anni, ormai in essa Laguna non isboccano più altre acque dolci fuor de' tre piccioli torrenti, che saranno quanto prima esiliati ancor essi dalla medesima, ed altrove al mare condotti: onde non resterà dipoi altro nimico da temersi in natura fuori, che il mare ec.*

Ed al §. *In primo luogo adunque*, (così segue nel

proposito de' fiumi per rapporto alle Lagune) *siccome io fui sempre di ferma opinione, che sia verissima e santissima la massima costante di questo Eccellentissimo Senato d' andar divertendo da questa Laguna tutti i fiumi, che per l' avanti, non solo con le torbide l' andavano atterrando, ma con la naturalezza delle acque medesime propagavano d' ogni intorno quei canneti, che soliti nascere in tali paduli infettano l' aria di non so qual poco salubre esalazione, onde sono quasi disabitate le grosse popolazioni di Torcello, e di Mazzorbo, nè di questa incontrastabile verità abbia bastato a distraermi l' aver veduto, e con ragioni per altro ingegnosissime e dotte procurato di provar il contrario, il dottissimo e da me in ogni altra sua cosa riverito Abate D. Benedetto Castelli, onde stimo doversi sempre benedire dalla posterità tutta le grandi applicazioni non meno che i dispendj di tanti milioni impiegati ne' lunghi tagli, o sia nuovi alvei fatti al Bacchiglione, ed alla Brenta per condurli con altr' acque più lungi, che s' ha potuto da questa Dominante, e nel divertire altresì dalla parte di Tramontana il Sile, ed altri fiumicelli minori, il che si ha effettuato ormai quasi intieramente, oltre la diversione della Piave, e della Livenza in altre parti stabilita ec.*

Così parla il Montanari, come ogn' uno può agevolmente vederlo, essendo di già alle stampe il detto Trattato ed inserto ancora nella stessa *Raccolta degli Autori che hanno trattato di acque* (Tomo IV. di questa Racc.); vediamo ora cosa sentisse il Celebre Guglielmini in tal materia, e lo ricaveremo dalla di lui Scrittura segnata in Padova 17 Febbraio 1699, che esiste in Venezia fra i registri dell' Eccellentissimo Magistrato alle Acque, essendo stata al medesimo indirizzata.

Egli per tanto al §. *Per la stessa ragione* espone quanto segue. *Siccome dunque le velme si attribuiscono in gran parte al torbidume del mare, così le barene non hanno altra origine, che dall' acqua de' fiumi, e non ho dubbio, che se la Brenta non fosse stata a tempo divertita si sarebbero protratte le barene fino a' Porti, ed avrebbero esterminata*

la Laguna, e perciò non posso a bastanza commendare la Provvidenza dell' Eccellentissimo Senato, che ha saputo far argine a' nemici della Laguna, e così potenti quali sono i fiumi particolarmente torbidi, obbligandoli con Regio sforzo a superare l' inclinazione della natura, ed a portare per altra via li tributi al mare, cioè la Brenta al Porto di Brondolo, il Sile a quello di Jesolo, e la Piave a quello di S. Margarita. Resta non ostante la Laguna soggetta agli insulti della Brenta con le rotte del Soprabondante, del Marzenego, del Dese, e dello Zero con gli aperti sbocchi, che tutti non cessano di pregiudicare, e se bene con passo lento, pure s' avanzano alla di lei distruzione.

Segue al §. *Io non entro a proporre difese contro gl' insulti de' fiumi, sapendo che con replicati decreti dell' Eccellentissimo Senato è stata da molto tempo in qua promulgata la sentenza della loro relegazione dalle Lagune, benchè non so il perchè sin' ora non sia stata eseguita. Bensì dico, che più deve temersi il danno di un fiume torbido, come che per l' avvantaggio del sito non ha limite nell' elevazione delle alluvioni, le quali forma, che anzi per legge di natura le deve ridurre a tal alzamento, che superi tutti gli sforzi del mare contrario. Si sa per esperienza esser tutti i fiumi torbidi, distruttori delle paludi, e delle Lagune, ec. . . . . . ne ponno far ferma fede il Po, ch' è stato il primo a traversar quella grande, che si estendeva dalle foci del fiume Savio sino al Lisonzo. Il Montone e Ronco che hanno ridotta in terraferma Ravenna, che pure se dobbiamo credere a Strabone era anticamente situata in una Laguna nè più nè meno che Venezia al presente, e ne possono esser testimonj più cogniti, perchè più vicini, l' Adige e la Piave e la Livenza col portare le loro foci al mare; il primo al Porto di Fossone; il secondo a quello di Jesolo; il terzo a quello di S. Margarita, e lo stesso senza dubbio avrebbero fatto il Bacchiglione, la Brenta, il Musone ed il Sile, se non vi si fosse a tempo provveduto. Fuori dunque i fiumi di Laguna, se ella si vuol eterna, ed inviolabile custode d' una città, che ha per principal prerogativa essersi*

una vera e solida pratica, il che sia detto perchè una massima sì perniciosa introdottasi dall' Autore del *Trattato della Laguna di Venezia* pubblicatosi del 1718. non prendesse piede con troppo danno di codeste Lagune.

Tornando laddove il discorso restò in certo modo troncato, se si è passato dal merito del p. abate Castelli per averci dati il primo gli elementi geometrici dell' idrostatica, alle di lui massime concernenti le Lagune di Venezia, molti lumi in seguito ci ha lasciati il p. Marino Mersenno dell' ordine de' Minimi ne' suoi fenomeni idraulici, dedotti sempre con lo sperimento alla mano.

Di quanto poscia in vantaggio di questa scienza produssero i Celebratissimi Mariotte, Cassini, Viviani, e li testè nominato Montanari e Guglielmini, indi M. Parent, M. Pitot, M. Bellidor, come pure il padre abate Grandi, il sig. Marchese Poleni professore di matematiche, e di filosofia sperimentale in Padova, ed il sig. Manfredi, non è da immorare in descriverlo, notissimo essendo ad ogn' uno, che non sia affatto forestiere in queste materie l' aver essi in varie guise promossa la scienza delle acque. Anzi non una volta facendo serie riflesso alle tante utili scoperte e ritrovati di questi soggetti, sono stato per abbandonare la pubblicazione di queste mie notizie e meditazioni, e l' avrei certamente fatto, se non avessi riflettuto, che quanto ero per avanzare conteneva bensì cose anco prodotte da' detti Autori se non altro nella parte, che servir poteva al più retto uso della scienza, ma che ciò non ostante mancavano per accostarsi a' veri limiti di tali dottrine molte e molte osservazioni, gran parte delle quali erano state da me fatte, e potevano essere d' eccitamento ad altri di moltiplicarle, onde nuovi lumi acquistasse questa materia. Così ho preso il partito di lasciar uscire questo Trattato, il quale in fatti, come mi sono espresso, abbenchè sembri composto per quelli solamente, che l' interiore geometria coltivano, se però si farà la necessaria attenzione si scoprirà, che può, quanto basta, esser inteso ancora dagli altri, che tal scienza non

possedessero, essendo stata mia particolar cura di aggiungere ad ogni proposizione o lo scolio o l' esempio per renderla facile ed intelligibile, e perchè da tutti se ne possa far quell' uso, che è stato lo scopo di questa mia fatica.

Ben è vero che vorrei, che i periti fossero non di quelli descritti dal Cabeo, ma che studiassero di esser veramente quali li voleva Vitruvio, voglio dire, che nè essi intraprendessero tal professione, nè i Principi o Magistrati permettessero loro l' esercitarla senza lo studio delle matematiche elementari, comprendendo sotto di queste la geometria di Euclide, l' Aritmetica, i principj dell' analisi, che finalmente altro non contengono che un' Aritmetica maneggiata con caratteri e numeri in vece di servirsi di questi ultimi soli; per altro le quattro operazioni, sopra delle quali si fonda tutta quant' è l' Aritmetica, le stesse e non più servono all' analisi, e ciò per quello appartiene alla pura contemplazione della quantità discreta e continua. Per le miste matematiche poscia dovrebbe il perito ben intendere le meccaniche, che comprendono tutta la dottrina de' pesi, delle potenze, delle resistenze, e degli equilibrj tanto de' solidi che de' fluidi, insomma si vorrebbe che si accostassero ad Epistemio e Filalete di quel dotto Dialogo *Circa all' Arno e le acque della Valdinievole*, e non già a quel buon Chirocrate, terzo interlocutore del medesimo Dialogo, ed allora non punto difficile riuscirebbe l' intendere o questo o altri Trattati circa alla dottrina delle acque, ed il pubblico, ed il privato sarebbero meglio serviti, se allora non si commetterebbero di quelli errori, che pur troppo si scorgono alla giornata succedere, e nella stima che si concilierebbero presso dell' universale resterebbe del pari promossa la loro riputazione, ed avanzato il loro interesse.

Si darà ormai un breve saggio di tutto ciò che si contiene in questo Libro, e servir potrà d' idea generale di quanto si è avuto in vista per promuovere questa scienza. Perchè dunque l' acqua è un fluido, pertanto nel

primo capitolo si disamina la natura di questi, col rilevarsi l' analogia, che essi hanno co' solidi, e tutto ciò che concerne le leggi generali del moto delle acque; nè potendosi senza il conoscimento de' fenomini dell' uscita di queste da' fori de' vasi tenuti sempre ripieni con essa, venirne a capo così nel capitolo secondo se ne spiegano i sintomi, nè solamente col rapporto fra quantità e quantità, ma col fissarsi il peso assoluto della medesima dentro lo spazio di un dato tempo, e ciò tanto per i fori orizzontali, che per i verticali. Al detto capitolo si è aggionta un' appendice, in cui si esaminano le proposizioni ed i pareri di varj Autori, circa all' uscita predetta dell' acqua da' vasi ponderando la legge con cui effettivamente si muove dentro del vase in tal maniera aperto, ed in qual modo si possa sciogliere quelle diffcoltà, che sono derivate dalla proposizione 37. de' principj della filosofia del Newton della prima edizione, e poi della 36. della seconda; materia ancora meglio illustrata nell' edizione 1726. dal nobilissimo suo Autore, come ognuno potrà facilmente rilevare.

Perchè poi differenza è stata scoperta nella quantità dell' acqua, che esce da' vasi armati di tubi cavi, da quelli che tali non li hanno, quindi nel capitolo terzo si pondera quanto in tal proposito è stato detto, rimarcandosi come dalle osservazioni nasca la teoria di tali fenomeni, e nel capitolo quarto si danno le leggi de' moti ritardati, ogni qual volta questi siano resi tali per l' immersione nell' acqua stagnante di qualche parte dell' altezza de' vasi effluenti.

Stabilito quanto concerne i moti delle acque ne' vasi, si passa nella prima parte del capitolo quinto a considerare le velocità delle correnti nel modo che sono state rilevate da' più rinomati Autori col prodursi anco le stesse osservazioni da essi fatte, e le deduzioni che da queste ne emergono: e nella seconda parte del medesimo capitolo si dà il metodo, che stimasi più sicuro di ogni altro onde ottenersi le dette velocità, il che tanto importa

nell' affare de' fiumi, col servirsi della palla a pendolo, dandosene di ciò la teoria e la pratica, e ciò che molto importa deducendo dalle osservazioni fatte, principalmente nel Po, le leggi di dette velocità, assai diverse dalle sin'ora corse, e con tavole adattate si scorge, che a misura del maggior moto del fiume, si rende diversa la legge della di lui velocità almeno a norma di quanto sin' ora si ha potuto ricavare dalle osservazioni; che se queste variassero, potrà però il metodo, che se n' è dato, servire per maggiormente cavar questa materia dalle tenebre, nelle quali pur anco giace, ne riuscirà punto difficile il riformarne le tavole con le stesse formole, che si sono in questo capitolo registrate. E prima di terminarsi lo squittinio delle velocità si è esaminato ancora lo strumento per rilevarle indicatoci da M. Pitot nelle memorie dell' Accademia delle scienze 1732. con le dubbietà che si hanno nel servirsi del medesimo.

Si è poi stimato utile e necessario di aggiungere alla detta seconda parte del capitolo quinto un nuovo metodo per le erogazioni delle acque a profitto delle irrigazioni delle campagne coll' indicare il modo di evitar gli errori che in tali ripartimenti d'ordinario si commettono a grave danno e del Principe, e degli interessati: parte questa dell' idrometria, che gli Autori hanno bensì conosciuta bisognosa di riforma, ma di cui però non hanno sin' ora dato un metodo che sia facile e sicuro.

Trattatosi in tal maniera delle velocità delle acque correnti, e per l' importanza del conoscerle a fondo avendosi immorato in tal disamina molto più che negli altri anteriori capitoli, si passa nel capitolo sesto a dar il metodo per l' unione e divisione delle acque de' fiumi, e fissandosi le leggi del loro crescere e scemare, il tutto si esemplifica a maggior chiarezza con le reali misure di varj alvei di fiumi reali e torrenti.

Dalle alterazioni, che i fiumi ricever possono o dalle escrescenze, o dall' unione o derivazione de' canali, si passa nel settimo capitolo a considerare gl' impedimenti,

che si oppongono al corso delle acque; cioè o quelli che si praticano per salvar le rive, o quelli che in qualunque altro modo all' urto di esse acque si oppongono, non esclusi nè meno quelli che derivano dall' incontro delle acque mosse sotto direzioni, che in qualunque senso s' incontrino indicandosi il metodo per misurarne i veri effetti, e calcolarne la perdita del moto. Così nell' ottavo capitolo si esamina i ritardamenti, che nascer possono e da' venti e da rigurgiti del mare, punto ancor questo di non leggiera importanza nella scienza delle acque, attribuendosi tal ora a cause assai lontane ciò, che proviene immediatamente dalle predette cagioni.

Si passa poi nel nono capitolo a versare intorno le cause universali delle escrescenze e decrescenze dei fiumi, punto questo piuttosto filosofico, che matematico, e da cui dipende lo scioglimento del problema stato sin'ora assai controverso dell' origine delle fontane e dei fiumi, e se ne danno esempi individuali per il Po con fondamento delle misure più accertate di esso fiume in riguardo alle escrescenze sue, ed all' ordinaria quantità delle di lui acque, e con tal incontro si dà la linea in cui si conforma la superficie de' fiumi in piena, ben diversa da quanto sin' ora hanno prodottò gl' Idrometri, ricavato il tutto dalle idubitate osservazioni del Po, dell' Adige, e di altri minori fiumi.

E perchè da quanto si è premesso circa la dottrina delle acque si ha da raccogliere il frutto segnatamente per i ripari de' fiumi, così il capitolo decimo contiene quello che concerne le resistenze degli alvei dei fiumi, e que' ripari che appor si possano in loro difesa, parte questa di meccanica non ancor tocca dagli Autori, benchè l' avesse in vista il rinomato Montanari, come ci costa da molti di lui scritti: noi abbiamo trattato questa materia a misura delle nostre forze, e potrà agevolmente dagli statici venire e viepiù promossa, ed esserne anco intera-mente esaurita.

Ne avremmo creduto di aver soddisfatto adeguatamente

al nostro impegno, se nell' undecimo capitolo, dopo aver versato intorno alle corrosioni de' fiumi, e circa alle rotte che si aprono negli argini, non avessimo dato il metodo di ripararle: cosa ancor questa necessaria, e di cui non vi è Autore che ne parli, lasciando che i semplici pratici spesse volte con soverchio dispendio a maggior carico pel danno di quelli, che le soffrono nelle loro tenute, a di loro talento, e senza le necessarie cautele le prendano, e pochissima sia la cura dell' impedirle con inestimabile danno de' paesi e della navigazione, se que' tali fiumi sono navigabili.

Sarebbe poi stata molto imperfetta l' Opera se dopo tante considerazioni intorno a' moti delle acque, e alla regolazione di queste ne' proprj alvei non si avesse data la maniera di fabbricar i sostegni, le chiaviche, gli strammazzi, e le botti sotterranee, dalle quali cose tanto frutto si ritrae così in riguardo della navigazione e del commercio, come per rapporto alla coltivazione delle campagne, Retratti e Bonificazioni che spettano all' ubertà de' paesi ed alla abbondanza. Tutto ciò dunque viene esposto nel capitolo duodecimo, ed al medesimo fine si è fatto il susseguente decimoterzo, che dà il metodo di far i scoli delle campagne, e generalmente quello di formar i retratti ed acquisti tanto per alluvione, che per essicazione, materia ancor questa che seco porta immensi vantaggi a' popoli ed agli stati.

Finalmente nel decimo quarto ed ultimo capitolo resta espresso tutto ciò, che appartiene alle macchine mosse dall' acqua, vale a dire alla forza di questa per conciliar loro il moto, ed alla resistenza che le medesime impiegano contro di esso, col considerarsi tutti que' mezzi, che contribuir possono alla maggior possibile facilità di detto moto, onde declinare dalla reazione di dette resistenze; e nell' appendice che va dietro di questo capitolo si è versato sopra quanto dottissimamente hanno prodotto varj Autori in tal proposito, cioè M. De la Hire, M. Parent, M. Pitot, e M. Bellidor, paragonando le date

loro formole agli esperimenti, acciocchè un punto di molto rimarco, abbia a pubblico vantaggio la necessaria chiarezza, e resti tolto da ogni equivoco.

Nel medesimo tempo che col fondamento delle osservazioni si sono stabilite le leggi de' moti delle acque, i loro fenomeni, i ripari da darsi a' fiumi, le fabbriche, gli edificj per regolarli, e le macchine inservienti al comodo dell'umana vita, si è procurato nello scioglimento di varj Problemi a dette cose attinenti di mostrare ancora il modo geometrico di costruirli, acciocchè nel mentre che si ha in vista di promuovere la scienza delle acque, resti pur avanzata anco quella del calcolo, ed abbiano gli studiosi di queste materie onde esercitar il loro spirito, o riconoscere i fonti da' quali sono emanate le proposizioni, ed il modo di ricavare a norma delle varie supposizioni quante coseguenze ad essi fosse in grado.

Si è poi voluto in fine del Trattato pubblicar di nuovo la Relazione, che e dal chiarissimo fu sig. Eustachio Manfredi, e da me fu estesa per la regolazione delle acque di Ravenna, che rimane anco corredata delle necessarie note a maggior lume di quanto in quella resta espresso, e di quanto e nell'esecuzione, e dopo è seguito, e potrà servire per un' idea generale di una diversione de' fiumi delle maggiori, che siansi mai fatte ad indennità e salute di una sì riguardevole città non solo, ma di una intiera provincia.

CAPITOLO PRIMO.

Della natura de' fluidi in generale, e della analogia che hanno co' solidi; o sia, le leggi generali del moto delle acque.

I. I fluidi, come i solidi, hanno la loro gravità, mediante la quale, rimossi che sieno o tutti o in parte gl' impedimenti, si pongono in movimento, accostandosi, per quanto è loro permesso, al centro de' gravi. Le leggi di questo movimento, da quelle de' solidi non sono diverse, se non in riguardo alle alterazioni, che derivano da varie circostanze, come sarebbe in grazia di esempio la minorazione del moto, che nasce dal soffregamento del fluido contro del solido continente, e dalla viscosità delle parti componenti il fluido stesso, per cui non così facilmente queste obbediscono alle forze moventi ec. onde ne' fluidi la legge della discesa de' gravi, trovata già dal celebre Galileo, dalle sopraddette cagioni non poco viene alterata.

II. Costando dalle meccaniche, che l' elemento crescente o decrescente della velocità di un mobile, sta in ragione composta della forza, che produce il moto, e dell' elemento del tempo; starà anco l' elemento di questo in ragion diretta dell' elemento della predetta velocità, ed inversa della forza. Parimenti essendo l'elemento, o sia l' incremento momentaneo dello spazio percorso in ragione composta dell' elemento dello stesso tempo, e della velocità intiera, sarà l' elemento del tempo in ragione diretta dell' elemento dello spazio, e reciproca della detta velocità: cosicchè avendosi due quantità eguali tutte e due allo stesso elemento del tempo, saranno anco eguali fra di loro, che perciò sarà la velocità intiera nell' elemento suo infinitesimo crescente o decrescente, eguale alla forza moltiplicata nell' elemento dello spazio, quindi per i principj del calcolo integrale sarà anche il quadrato della velocità eguale alla doppia area fatta dalla forza, e dall' elemento dello spazio ne i moti crescenti, e ne i decrescenti il quadrato della perduta velocità sarà eguale alla doppia area predetta.

III. *Corollario*. Se la forza sarà costante, come è quella che nasce dalla gravità nella discesa de' corpi sopra della superficie della terra, sarà il quadrato della velocità nella ragion composta del doppio spazio percorso, e della forza; onde resta manifesto, che descrivendosi una parabola conica, che abbia il parametro eguale alla doppia forza, che diremmo *sollecitante*; l' ordinata esprimerà la velocità per quel dato punto, e la saetta o ascissa di essa parabola, lo spazio percorso; e da quanto si è detto, se ne deducono tutti i più

celebri teoremi del movimento de' gravi, che il Galileo produsse col mezzo e della induzione, e delle osservazioni.

IV. Sia VD (*tav.* 1. *fig.* 1.) una linea orizzontale, DBQ una perpendicolare alla predetta, VBE una inclinata all'orizzonte; se vi sarà un mobile che abbia da cadere o per la perpendicolare, o per l' inclinata, avendo questi la sua forza, ch' è la gravità costante ed invariabile in una data distanza dalla superficie della terra, si potrà questa esprimere per una data linea, e sia questa QB, e sarebbe quella con cui caderebbe per la perpendicolare; ma perchè questa forza varia di molto ne' suoi effetti in cadendo per lo piano inclinato VB; per determinare però il valore rispetto alla gravità assoluta, si conduca la QE perpendicolare alla VE, e l' intercetta BE esprimerà la forza, che si chiama *sollecitante* il mobile nel piano inclinato VE, attesochè la forza assoluta QB si risolve, come è noto agli statici, nelle due QE, BE, delle quali la QE si esercita contro del piano VB, nè punto serve a promuovere il mobile, onde resta la sola BE per farlo, chiamata però a tal fine *sollecitante*.

V. *Coroll. I.* E perchè i triangoli QBE, VDB sono simili sarà QB : BE :: VB : BD, e però essa forza *sollecitante* sarà come il seno dell' angolo d' inclinazione, presa la lunghezza del piano inclinato pel seno tutto, e la forza, che diremmo *premente* QE sarà come il complemento del medesimo angolo d' inclinazione, come si ha dagli elementi trigonometrici. Questa pressione, o *niso* QE vale quello sforzo, con cui è premuto il piano dal mobile, ed appunto secondo il principio dell' *azione* e *reazione*, vi deve esso piano col medesimo grado resistere.

VI. *Coroll. II.* e *Scolio*. Resta pur manifesto, che se il piano da scorrersi dal mobile è disteso in una linea retta come BV, tanto la forza *premente*, che la *sollecitante* sono date, e costanti, senza poter esser variate, se non al mutarsi della inclinazione del piano, ed in tal caso cangieranno appunto nella proporzione dei seni della inclinazione, e de' loro complementi respettivamente. Sia per esempio il peso assoluto di un grave, posato sopra d' un piano inclinato nell' angolo BVD di 30 gradi, libre 150, valerebbe la QB questo peso e questo numero, e per la trigonometria essendo come il seno tutto alla QB, così il seno di gradi 30 alla BE forza *sollecitante*; sarà questa di 75 parti, e la *premente* di 130 di tutto il peso; ed è da notarsi, che la somma di queste forze eccede di molto il valore della forza assoluta, e che solamente la somma dei quadrati della *premente* e della *sollecitante* eguaglia il quadrato della forza assoluta, come porta la natura del triangolo rettangolo.

VII. Ma se la strada, che far dee il mobile sia curva concava o convessa, allora le dette forze resteranno variate in ciascun punto

della traiettoria. Sia questa CBV (*tav.* 1. *fig.* 2.), in cui VD l'orizzontale, e BE, *be* siano due tangenti in diversi punti della medesima traiettoria, esponghi BQ la forza assoluta pel punto B, a cui suppongasi arrivato con la sua discesa il mobile. Dal punto Q si cali la perpendicolare alla tangente BE, come istessamente dal punto *b* condotta la tangente *bq*, e presa *bq* eguale essa pure alla forza assoluta, si tiri altra perpendicolare *qe* alla tangente *be*, e s' intendino BR, *br* elementi della curva infinitamente piccoli, saranno per le cose, che si sono dette alli numeri IV. e V., BE, *be* le forze *sollecitanti* e QE, *qe* le *prementi*, e queste molto fra di loro diverse, e se la QB, ovvero la *qb* non fosse una forza costante come è quella della gravità, ma variante, ed espressa dalle ordinate della curva HFZ, ne deriverebbero varie formule di forze centrali, l' indagar le quali non è del presente Trattato.

VIII. Se saranno due piani, uno inclinato BV (*tav.* 1. *fig.* 3.), e l' altro perpendicolare all' orizzonte BD, che abbiano ad esser percorsi da un mobile respettivamente; si cerca la velocità che avranno ne' due punti d' orizzonte K e T, che devonsi intendere di livello. Rappresenti dunque QB la gravità assoluta del mobile, e fatto il triangolo rettangolo QBE, dinoterà QE la forza *premente* il piano VB, come la BE la forza *sollecitante* il mobile nel medesimo, per il numero V. All' asse VB si descriva la parabola conica BRC, col parametro, che sia la quarta proporzionale con la lunghezza del piano BV, col seno dell' inclinazione BD; e con la doppia QB esprimente la gravità, condotta l' ordinata KR, valerà questa la ricercata velocità del mobile nel punto K. Parimenti all' asse BD si faccia un' altra parabola BS di parametro eguale alla doppia QB, e prodotta la KT in S sarà TS ordinata di questa nuova parabola pur eguale alla velocità in T del mobile discendente per la perpendicolare BD, e saranno eguali le velocità in K e T del mobile che percorre ed il piano inclinato, e quello a piombo.

Dimostrazione. Perchè i triangoli VBD, QBE sono simili, sarà l' analogia VB : BD :: QB : BE, quale BE sarà eguale alla forza *sollecitante*, e perchè per il numero III. il doppio spazio percorso KB moltiplicato con la forza BE è come il quadrato della velocità, adunque l' ordinata KR della parabola BRC rappresenterà la velocità competente a questo punto, come anche il doppio spazio BT moltiplicato nella forza della gravità assoluta QB, valendo il quadrato della velocità, esporrà la TS ordinata della parabola BS la velocità rispondente al punto T. Essendo poi per i conici il quadrato di RK eguale al rettangolo sotto di KB e del parametro della parabola CRB, cioè KB $\times$ 2BE, e così il quadrato di TS eguale al prodotto di BT in 2QB, e per i triangoli simili QBE, BKT essendo QB : BE :: KB : BT

sarà anche $2QB : 2BE :: KB : BT$, e $2QB$ sarà in ragion composta della diretta di $2BE \times KB$ e della inversa BT, onde se si sostituirà questo valore della doppia QB nell' egualità di TS quadrato col rettangolo BT in $2QB$, sarà KR quadrato al TS quadrato come $2BE \times KB$ a $2BE \times KB$, vale a dire, rimarrà TS eguale a RK, e perciò le velocità del mobile ne' punti T ed S del medesimo orizzonte saranno eguali, il che era da trovarsi e da dimostrarsi.

Ovvero più brevemente. Per la natura delle parabole saranno i quadrati di RK e di TS eguali alli rettangoli $2BQ \times BT$, $2BE \times KB$. Ma $BQ : BE :: KB : BT$, per i triangoli simili, dunque $BQ \times BT$ eguale a $BE \times KB$, adunque $2BQ \times BT$ eguale a $2BE \times KB$, dunque li quadrati di RK e di TS eguali, e perciò anco RK eguale a TS; il che ec.

IX. *Corollario*. Si può adunque prendere le velocità competenti tanto sopra la parabola del piano inclinato, quanto sopra quella del perpendicolare, giacchè e nell' uno e nell' altro punto corrispondente sono eguali, come si è dimostrato: anzi d'ordinario descrivesi solamente la parabola della perpendicolare per dinotare la velocità di qualunque piano inclinato, bastando che dal dato punto in questo venghi condotta una orizzontale, che termini alla parabola.

X. Se saranno diversi piani inclinati come BV, B*u* ec. (*fig.* 4. *tav.* 1.) le forze *sollecitanti* BE, B*e*, saranno reciprocamente come le lunghezze de' piani percorsi, mentre per la similitudine de' triangoli BQE, KTB; BQ*e*, B*k*T saranno le analogie $BE : BQ :: BT : KB$, come pure $Be : QB :: BT : Bk$, adunque BQ in ragione composta della diretta di KB e BE ed inversa di BT, e parimenti nella diretta di B*k*, B*e*, e reciproca di BT, e perciò il rettangolo sotto di KB, BE sarà eguale al rettangolo sotto di B*k*, B*e* e per conseguenza $BE : Be :: Bk : KB$.

In altro modo si può dimostrare come segue. Essendo $KB : BT :: QB : BE$ sarà BE in ragion composta della gravità e dell' altezza del piano, e della inversa della lunghezza. Il medesimo sarà di B*e*, ma la gravità e l' altezza sono costanti ne' piani proposti, dunque BE a B*e* in reciproca delle lunghezze; il che ec.

XI. *Corollario*. Ne essendo il piano perpendicolare BT se non un piano sommamente inclinato all' orizzonte, sarà ancora la forza *sollecitante* BE alla forza *assoluta* della gravità QB, nella reciproca ragione della lunghezza de' piani BT e KB.

XII. Per conoscere la forza viva, che il mobile avrebbe nello scendere pel piano inclinato in qualunque punto K, oppure, ch' è lo stesso, la resistenza che vi si ricercasse per ridurlo alla quiete nel detto punto K, sicchè perdesse affatto il suo concepito momento, basterà moltiplicare la massa del corpo che scende, col quadrato della velocità, cioè (immaginandosi descritta la parabola BS e prodotta

KT in S) con TS quadrato, onde per esprimere l' aggregato di tutte queste forze per i diversi punti del piano, bisognerà concepire un solido raffermato da due parabole, i di cui assai formino sopra il lato del quadrato, un triangolo isoscele mistilineo, qual quadrato sia quello delle ordinate delle medesime parabole, e da una superficie convessa che termina in un punto, cioè nel vertice delle stesse parabole, vale a dire, per il quadrato CEDB (*tav.* 1. *fig.* 5.); per le parabole AE, AD, che convengono nel punto A, per il triangolo mistilineo isoscele CAB, e per la superficie convessa ADE, ovvero per il quadrato *cedb*, per le parabole A*e*, A*d*, per il triangolo *c*A*b*, e per la superficie A*de*.

XIII. *Scolio*. È nota la controversia che verte fra i matematici sopra dell' antedetto principio del valore delle forze *vive*, tali chiamandosi quelle di un corpo, che si trova nell' attuale movimento, a differenza delle forze *morte*, che in altro non consistono se non nello sforzo o conato al moto di un corpo, che si trovi in quiete, e che abbia solamente la forza di moversi in potenza: tal forza *morta* viene misurata dal peso del corpo (parlando de' gravi, che tendono al centro della terra) o sia dalla massa del medesimo in date distanze dalla superficie della terra, nè intorno di queste forze *morte* cade controversia alcuna fra statici, come cade nella misura delle *vive*; mentre alcuni pensano, che queste possano confondersi, come le confondono di fatto coll' impeto del corpo mosso, o con la quantità del di lui moto, facendole come la massa moltiplicata nella velocità; dove altri, non accordando il detto principio, distinguono e l' impeto, e la quantità del moto predetto, dalla forza *viva*, che vogliono formarsi dalla massa nel quadrato della velocità. Fondasi l' opinione de' primi in quell' assioma filosofico, che gli effetti debbano esser proporzionali alle loro cagioni, o per meglio dire, che il totale effetto esaurir debba tutta quella causa, da cui deriva; negando i secondi, che il moto del corpo, o sia la quantità del di lui moto, o l' impeto del medesimo sia l' intiero ed adeguato effetto della potenza agente, volendo che l' effetto intiero sia lo spazio, al quale un grave, per esempio, potrebbe ascendere in forza della potenza, che lo muove, il qual spazio, nè meno secondo al sentimento dello stesso Cartesio fautore della prima opinione, non deve confondersi, nè con il tempo, nè con la celerità del mobile. Quindi la più retta e genuina spiegazione della misura delle forze *vive* ricavano i secondi dalle resistenze, che vincer dee un corpo mosso, stimando queste esser la vera ed adeguata misura di ciò che cercano. Che però sopra un tal principio, la stessa gravità è da considerarsi come una resistenza, comecchè questa impedisce, che il corpo mosso non salisca, se non ad un certo determinato punto dello spazio, oltre di cui,

estinti già tutti i gradi della forza *viva*, non può progredire: misurano pertanto la detta forza *viva* col moltiplicare il peso, o la massa in detta altezza dello spazio, la qual altezza essendo nel fatto de' gravi cadenti, come il quadrato della velocità, tal prodotto valerà la forza *viva*. Stanno per la prima opinione il Galileo, il Cartesio, il Newton, il Varignon, il p. abate Grandi, ed altri matematici di chiaro nome; e per la seconda l' Ugenio, il Leibnizio, il Bernoulli, l' Ermanno ed altri molti insigni statici: noi per forti motivi avvalorati da irrefragabili sperienze, seguir dobbiamo questi ultimi. Per altro insistendo nell' ipotesi de' primi, la formula esprimente la forza, spiegata nel numero precedente, non sarebbe già quella del solido, di cui s' è detto, ma la semplice parabola

XIV. Nelle acque correnti contenute fra sponde o parallele, o in qualsivoglia modo inclinate, quando esse acque sieno ridotte allo stato di *permanenza*, cioè che ne creschino per aggiunta di nuova acqua, o per qualche impedimento inferiore che le trattenghi, ne decreschino per mancanza di una data e costante sopravvenienza, oppure per il levarsi loro qualche ostacolo, onde resti più di prima facilitato lo scarico, passerà per ogni sezione una data ed eguale quantità di acqua, e questo è principio fondamentale di questa scienza, e su di cui s'appoggiano i più utili teoremi di essa, senza che patisca nè in pratica, nè in teorica eccezione alcuna.

XV. Per velocità di un' acqua corrente, quando non si noti altra circostanza, intender vogliamo un movimento delle parti dell' acqua da per tutto uniforme, detta anche tal velocità dagli idrometri *media* o *ragguagliata*; per altro a suo luogo si considereranno poi le velocità deformi, con il modo di ridurle *ragguagliate* o *medie;* ciò supposto, essendo la quantità dell' acqua, che passa per una sezione di qualunque fiume, ridotto che sia allo stato di permanenza, in ragion composta del tempo, della velocità, dell' altezza viva, e della larghezza di detta sezione, ne deriva, che in ogni altra sezione dello stesso o egual fiume correr debba la stessa proporzione, abbenchè possino in molti modi variarsi gli elementi predetti. Ventidue casi differenti sono registrati dal chiarissimo p. ab. Grandi nel suo trattato delle acque, che risultano dalle diverse supposizioni delle variabili e costanti quantità de' predetti elementi, e sono questi i teoremi generali appoggiati a verità incontrastabili di tutta la dottrina delle acque.

XVI. *Scolio*. Si chiami in grazia di esempio la quantità dell'acqua scaricata da una sezione di un fiume Q; la velocità, larghezza, ed altezza dell' acqua nella sezione rispettivamente V, L, A, il tempo in cui segue lo scarico T. Parimenti la quantità scaricata da un'altra sezione o del medesimo, o di un altro fiume sia q, e gli

elementi predetti u, l, a, t; sarà l'analogia per il numero precedente $Q : q :: ALVT : alut$, onde se $Q = q$, sarà ancora $ALVT = alut$, e se inoltre $V = u$ sarà $LAT = lat$, ovvero $T : t :: al : AL$, vale a dire, che i tempi dello scarico saranno nella ragione inversa delle sezioni. In oltre, tenendosi la medesima ipotesi di $Q = q$, se sarà $T = t$, s'avrà $LAV = lau$, e però $V : u :: la : LA$, cioè le velocità in ragione contraria delle sezioni; e se $L = l$, sarà $AVT = aut$, ovvero $T : t :: au : AV$; che però date le larghezze delle sezioni eguali, saranno i tempi in ragione reciproca del prodotto dell'altezza viva, e della velocità, e così in qualunque altro modo, supposti i dati, nascono altre analogie come resta manifesto, senza immorar di vantaggio in cosa da se stessa assai facile.

XVII. Un'acqua, che contenuta fra sponde parallele discenda nel piano inclinato AC (*tav.* 1. *fig.* 6.), non potrà manternersi in tutti i punti successivi del piano predetto la primiera altezza AF di sua sezione, ma di mano in mano discendendo, andrà scemando l'altezza nelle sezioni BE, CD ec. (supposto il tutto senza resistenze, ed il piano sensibilmente inclinato) mentre se BE, CD si mantenessero eguali nell'altezza ad AF, avendo l'acqua in CD, e BE maggior velocità, a cagione del piano inclinato, e prescindendo dalle resistenze, di quello abbia in AF, dovrebbe in dette sezioni discontinuarsi nel proprio corpo: cosa che non succede, e per il numero XIV. allorchè la superficie sia ridotta allo stato di permanenza, passando per ciascheduna sezione un'eguale quantità di acqua, ne nasce, che tutte le BE, CD ec. debbono farsi minori, a misura che si discostano dal principio A.

Ovvero più brevemente: essendochè le velocità sono in reciproca ragione delle altezze, supposta data, e costante la larghezza, ne deriva, che le velocità debbano crescere discostandosi dal principio; adunque devono calare le altezze.

XVIII. Benchè le BE, CD dinotino l'altezza dell'acqua ne' punti B, C, nientedimeno ciò non ha verun rapporto col solido, che nel medesimo piano scendesse per l'azione della propria gravità; imperocchè le particelle componenti l'acqua per tutta l'altezza BE, trovandosi realmente distaccate le une dall'altre, aver devono anche tutti i loro movimenti separati, il che non può succedere ne' solidi, ne' quali per esser le loro particelle componenti collegate assieme, muovonsi come una cosa sola, rimanendo ogni particella mossa dalla stessa forza, e regolato il tutto dal centro di gravità d'esso corpo. Dal che si ricava, che tutte le parti minime dell'acqua per tutta l'altezza BE si potranno muovere con velocità diverse; quindi per ridurre al calcolo l'impeto, che essa avrebbe in questa sezione, converrebbe raccogliere assieme tutte queste velocità, e ricavarne la

media, col servirsi poi di questa pel calcolo ricercato. Ben è vero, che se il piano AC è molto inclinato, e l' altezza BE non molto considerabile, si potrà prendere la velocità competente al punto B per costante in tutti gli altri punti dell' altezza BE, e ciò senza errore sensibile.

XIX. Considerando la forza viva dell' acqua, ch' è una affezione differente dalla quantità del moto, ne' varj punti del piano inclinato, essa forza, non ostante il rendersi sempre minore l' altezza della sezione più che il punto in quistione è lontano dal punto A origine, può sempre aumentarsi in discendendo; conciosiacosachè, diminuendosi l' altezza delle sezioni, crescono le velocità, e componendosi la detta forza dell' area della sezione, e dal quadrato della velocità, ed aumentandosi in maggior proporzione i quadrati, che non fanno i lati de' medesimi, dovrà la detta forza crescere, non con quella proporzione però, che anderebbe aumentandosi quella d' un grave solido, che scendesse per lo stesso piano. Chi dunque supponesse un grave di peso variabile, di cui la massa ne' varj punti del piano inclinato, fosse come le rispettive ordinate BE, CD ec. questo tal corpo variante, avrebbe la medesina forza, che l' acqua della sezione d' un fiume dentro le dette circostanze; e sarebbe ridotta la legge delle forze de' solidi discendenti a quella che osservano i fluidi, consistendo in ciò una delle più rimarcabili differenze, che fra questi corra, per rapporto a' fenomeni de' loro movimenti.

XX. Le forze vive delle sezioni d' un fiume medesimo sono fra di loro come le velocità respettive; imperocchè esse forze sono fra di loro in ragione delle masse o sezioni, e del quadrato della loro competente velocità; ma una sezione nella sua velocità, deve esser eguale all' altra sezione nella sua velocità, secondo i principj comuni dell' idrometria; adunque le dette forze sarauno fra di esse nella ragione delle loro rispettive velocità.

CAPITOLO SECONDO.

Della uscita dell' acqua da' lumi semplici de' vasi; sue leggi, e fenomeni.

I. Ne' vasi che abbiano aperto un foro di qualunque figura nel loro fondo, quando prescindasi dalle resistenze interne del vaso, ed esterne dell' aria, dalla viscosità dell' acqua, e da ogni altra circostanza, non si vede cosa in contrario, che persuader possa, che quella tal acqua in uscendo dal detto foro, allorchè il vaso sia sempre tenuto con la medesima altezza dell' acqua, non abbia a muoversi di moto accelerato, attesocchè essendo realmente ogni minimo

componente dell' acqua un grave, e tutti essi minimi, essendo affetti dalla medesima azione della gravità, non potrà quello che verrà dietro al primo, al secondo, al terzo ec. dare verun impulso a quello, che lo precede, nè molto meno venir ritardato; tanto anche fu esposto dal Guglielmini nella prima delle due lettere idrostatiche indrizzate al chiarissimo Leibnizio, e che si leggono e nella Miscellanea Italica del Roberti, e nella Raccolta degli Autori ch' hanno scritto delle acque (V. il tomo II. di questa Raccolta). Se dunque e l' acqua, ed ogni altro fluido uscente da' vasi hanno una tal legge, avranno altresì quella, che le loro velocità all' escire, dopo incominciato il flusso, stiano in ragione sudduplicata delle altezze di essi fluidi, appunto come resta spiegato al numero III. del capitolo precedente, e la scala di queste velocità sarà una parabola conica, come pur è notato al numero VIII. del medesimo capitolo.

II. Accelerandosi dunque il moto del fluido nel vase ABCD (*tav.* 1. *fig.* 7.) all' uscire che fa dal foro FG, e successivamente in tutti gli altri punti di mezzo nella perpendicolare al centro del foro IK, ne dovendo questo discontinuarsi, ne abbassarsi di livello dalla sua superficie EH, ed avendo però per li numeri XIV. e XV. del precedente capitolo a passare in tutte le sezioni poste fra K ed I una egual quantità di acqua, dovranno però anche le sezioni esser reciproche con le velocità respettive; quindi se questa legge deve sussistere, non potranno esse sezioni esser eguali, ma maggiori, e maggiori a misura, che si accostano al punto K; ed ecco la precisa necessità di considerare in movimento non solamente quell' acqua che a perpendicolo sovrasta al foro FG, ma anco molta della laterale, perchè ridotto il flusso allo stato di permanenza, deve senz' altro formarsi l' infundibulo EFGH, che distinguerà il moto vivo dell' acqua, dal moto contenuto negli spazj EBF, HGC, come acutamente fu asserito dal celebratissimo Newton ne' suoi *principj della natural filosofia:* inoltre, e come mai le particelle sommamente mobili dell' acqua, potrebbero tutte, a riserva delle imminenti a piombo sopra del foro, starsi immote e rigide, se la stessa sabbia dell' oriuolo a polvere, benchè di figura sì irregolare, ed in paragone dell' acqua cotanto resistente al moto, pur si conforma in una specie di cono, qualor esce pel suo foro senza agitazione esterna? Vi concorrono dunque nell' uscita dell' acqua i moti laterali, ed il moto vivo si propaga assai più de' limiti del foro, essendo affatto impossibile, che si possa formare un pariete rigido, e a piombo d' acqua, come dall' altra parte ha tutti i numeri dell' evidenza, e di una naturale inalterabile necessità il dilatarsi esso moto vivo, come si è esposto.

III. Sarebbe assai facile il ridurre a calcolo la quantità dell' acqua uscente dal lume FG col conformarla in un cilindro o prisma, che

avesse questa stessa base, ed una certa altezza, se qualche circostanza non l'imbarazzasse. Poste dunque le stesse cose, come sopra, e supponendo per ora, che la quantità dell' acqua ch' esce dal vaso per FG, sia in ragione composta del tempo, del lume, e della velocità CM, o C*m*, essendo per la natura della parabola CM o C*m* in ragione sudduplicata delle altezze CD, CH, e de' respettivi parametri, i quali per il numero III. del primo capitolo, sono come il doppio di una linea, che ne rappresenti la forza o la gravità; sarà dunque la detta quantità uscente in ragion composta del tempo, del lume, e della sudduplicata delle respettive altezze CD, CH, e della linea predetta dinotante la gravità.

IV. Ed ecco, come nel vaso ABCD in qualunque modo aperto nel suo fondo, si possa dare l' inegual moto dell' acqua, e salvarsi anche l' accelerazione che ha il medesimo con gli altri gravi, e ciò mediante le ineguali sezioni, nelle quali realmente divider si dee tutta ess' acqua, qualor si concepisca posta in movimento; difficoltà, che per non essere stata mai direttamente incontrata dal Guglielmini, non ha potuto appieno risolvere nelle accennate sue lettere idrostatiche le obbiezioni fattegli dal Papino, registrate negli atti di Lipsia dell' anno 1691, comprendendosi anche da questo, come tanto nel piano inclinato, che nel perpendicolare si salva l' identità dell' operare della natura, sempre costante nelle proprie leggi ed effetti. È poi osservabile, che se un vaso fosse tutto aperto nel suo fondo, e fosse sempre tenuto alla medesima primiera altezza, che ciò non ostante l' acqua in escire non conserverebbe lo stesso diametro dell' apertura del vase, ma restringerebbe la sua *vena*, concorrendo a far questo e le resistenze del vaso, e quelle dell' aria, oltre molte altre cagioni che sono state ne' precedenti numeri sufficientemente considerate.

V. *Scolio I.* Essendo che le principali sperienze per rintracciare la quantità del moto de' fluidi, sono state fatte, e si fanno ancora ne' vasi, che contenendo dell' acqua, la trasmettono per qualche foro aperto o ne' loro fondi, o ne' loro pareti in altri recipienti; ci accade però di dovere intorno a questi fare le opportune riflessioni, e da' fenomeni osservati da diligentissimi uomini, raccogliere le leggi del moto predetto, così per lo stato *permanente* di ess' acqua, tenuta cioè sempre al medesimo livello, come per lo *variante*, alla stessa altezza non conservata. Fu dottrina del chiarissimo Evangelista Torricelli, che le acque uscissero da' lumi de' vasi con una velocità in ragione sudduplicata delle altezze della medesima acqua; tale proposizione restò poi confermata da molti sperimenti praticati dai dottissimi Mariotte, e Guglielmini, e poi con una del pari elegante ed ingegnosa dimostrazione del rinomatissimo signor Giovanni

Bernoulli fu la stessa a *priori* dimostrata come si registra in uno schediasma del fu sig. Ermanno negli Atti di Lipsia 1716. Eccone un'altra: Sia f una forza costante, ds uno spazio infinitesimo per cui si muova l'acqua, q la quantità ch'esce da un foro in un tempo pur infinitesimo dt: sarà l'equazione secondo a' principj della statica $2\int f ds = quu$ (dinotando u la velocità), dicasi in oltre l il lume per cui esce l'acqua nel tempo $dt = \frac{ds}{u}$, g la gravità della medesima acqua, ed a l'altezza a cui viene costantemente mantenuta, sarà $q = \int ludt = \int \frac{luds}{u} = \int lds$, dunque $2f = luu$, ma $f = gla$, e perciò $2ga = uu$, ed $u = \sqrt{2ga}$, ovvero per la costante $2g$, $u = \sqrt{a}$: perlochè corroborata questa legge dalla ragione e dalle osservazioni, non rimane più luogo da dubitare, ch'ella non sia fatta secondo l'operar della natura. Il Castelli, che primo di ciaschedun altro ridusse la ragione delle acque correnti ad essere appoggiata alla geometria, e dopo di lui il Barattieri, il Cassini, ed il Montanari, considerando le velocità de' fiumi, non credettero conforme al vero il servirsi in questi della legge sopraddetta, cioè ch' esse fossero in ragione suddupplicata delle altezze, computando queste dall' orizzontale, che s' intendesse passar per l'origine del fiume in quistione, ma furono di parere che le dette velocità stessero nella semplice ragione delle medesime altezze, alla qual asserzione si oppose poscia il Guglielmini nel trattato *della natura de' fiumi*. Più innanzi procureremo di fare col mezzo di molte osservazioni un esatto criterio di queste due opinioni, comechè servono di base a molta parte di ciò che spetta all' acque correnti.

VI. *Scolio*. *II*. Ne' vasi o conserve, destinate a scaricar dell'acqua, molte cose vi sono da considerare: sono le principali. *I. La velocità dell' acqua dentro del vase. II. La velocità della medesima all' uscire dall' emissario. III. La quantità dell' acqua che esce, e questa o prescindendo dalle resistenze, oppure ponendole in conto. IV. Il tempo che si consuma nello scaricarsene una data mole. V. La forza con cui ella esce, ed è valevole a far impressione sopra d' un corpo resistente. VI. Le resistenze de' pareti, e dell' emissario. VII. La contrazione della vena, che l' acqua acquista ducchè è uscita dal lume, e la cagione perchè nasca un tal fenomeno. VIII. La differenza che vi è nello scarico unendo all' emissario un tubo sì in riguardo alla lunghezza di questo, sì alla larghezza e figura del medesimo. IX. La figura de' vasi. X. Il sito e forma de' lumi, per i quali si versa l' acqua. XI. La fermezza, che devono avere i vasi per contenere l' acqua. XII. E finalmente, l' impedimento del moto,*

allorchè il lume o semplice, o armato di tubo scaricasse dell' acqua, se tali emissarj stessero immersi nell' acqua stagnante: ch' è dal più al meno tutto quello, che concerne la dottrina del moto dell' acque ne' vasi.

VII. Sia il vase ACDB (*fig.* 8. *tav.* 1.) tutto ripieno di acqua, ed abbenchè sia aperto in PO, s' intenda però tenuto sempre pieno sino in CA. Si prenda AR eguale all' unità, e per i punti R ed N si conduchi il semicircolo RNS, il di cui centro sia I: parimenti prodotta la NM, ch' è una retta perpendicolare, che passa per lo centro del lume PO, sino in T si faccia MT eguale ad AR o all' unità, e per i punti T, O s' intenda fatto il mezzo circolo TOV col centro H, che tagli MN in V; prodotta poi CA in E sino che AE sia eguale a AS per i punti E e B col parametro eguale ad AR intendasi descritta la parabola conica EB, il di cui vertice sia B, ed a cui si ordini KW eguale ad MV, se si farà AZ eguale a BK ascissa della parabola, sarà il punto Z il più alto, come il punto O il più basso dell' iperboloide ZQO del quarto grado, in cui si conformerà l'acqua in uscendo pel lume PO, cosichè dalla rotazione di questa curva intorno all' asse MN verrà descritto l' infundibulo ZOPX, che salverà la legge spiegata al numero II. di questo capitolo. Condotte al detto iperboloide le ordinate XYZ, GLQ, essendo $QL^2 : OM^2 :: \sqrt{NM} : \sqrt{LN}$ cioè in sudduplicata di NM e di LN; ed essendo pur tale la ragione che si ricerca pel movimento dell' acqua, che discende, mentre qualunque sezione LQ, o la sua doppia GQ sta come i quadrati di LQ oppure di GQ: così l' orificio PO o MO sta come il quadrato di PO, oppure di MO: resta manifesto, che questa curva salva i fenomeni della discesa dell' acqua dentro de' vasi aperti nel fondo, come in PO. Che poi il punto Z debba essere il più alto nel caso presente, e resti determinato, quando AZ resta eguale all' intercetta BK della parabola BWE si dimostra nel modo che segue. Essendo per la natura della parabola stessa il quadrato di AE, ovvero di AS al quadrato di BW, o di MV, come l' ascissa AB all' ascissa KB, o alla sua eguale per la costruzione AZ, sarà dunque AS a MV in sudduplicata ragione di AB ad AZ, e per la natura dei circoli, essendo il quadrato di AN eguale al rettangolo di AS in AR, ed il quadrato di MO eguale al rettangolo di MV in MT, ed essendo AR, MT eguali per la costruzione all' unità sarà l' analogia; come il quadrato di AN al quadrato di MO, così la AS alla MV, adunque il quadrato di MO sarà pur in ragione sudduplicata di AB ad AZ.

Ovvero più brevemente: essendo il quadrato di AN ovvero di ZY al quadrato di OM, così AS ovvero AE ad VM, ovvero KW per la natura del circolo, dunque il quadrato di ZY al quadrato di OM, come AE a KW, ma per la natura della parabola AE a KW, così

la dimidiata di AB alla dimidiata di AZ, dunque il quadrato di ZY al quadrato di OM, così la dimidiata di AB alla dimidiata di AZ; il che era da dimostrarsi.

VIII. *Corollario*. Perchè dunque la AZ non può diventare nulla, se non quando NA sia infinita, ne deriva, che NA sarà uno degli asintoti di questa iperboloide, e che solo ne' vasi di una infinita larghezza può restar immobile parte dell' acqua sino alla sommità, ma che tutti i vasi di una altezza determinata, si dà uno spazio più e meno dilatato in cui tutta l' acqua si muove, vale a dire, per tutto quello che giace oltre del punto Z, il quale sarà sempre d' una altezza eguale alla quarta proporzionale del quadrato di AS, del quadrato di MV, e dell' altezza del vaso AB, e volendo ciò determinare in numeri, supponendo la larghezza del vaso AC di 40 once, NA di 20, l' altezza AB di 100, il diametro del foro PO di 10, ed MO di 5, sarebbe la AZ ricercata un $\frac{25}{64}$ di oncia. Resta pur manifesto, che l' altro asintoto dell' iperboloide sarà NM, non potendo l' ordinata LQ se non ad una infinita distanza unirsi con la NM.

IX. Abbenchè le velocità delle acque correnti, ch' escono da' lumi de' vasi, sembri che debbano essere semplicemente regolate dalle altezze dell' acqua esistente nel vase, nientedimeno sensibile differenza vi è fra il moto dell'acqua, ch' esce da' lumi aperti nel fondo, e fra quelli fatti ne' lati, non ostante che le altezze delle acque si mantenghino le stesse: nasce ciò, perchè il foro aperto nel fondo ha l'acqua premuta egualmente da per tutto, prescindendo dalle resistenze, dove ne' fori laterali la pressione dell' acqua non può agire con la medesima forza in tutti i punti del lume, essendo più premute le infime particelle dell' acqua vicine al fondo, che le più distanti da questo, onde l' aggregato delle velocità, che nel foro laterale si esercitano, sarà sempre minore dell' aggregato delle velocità, che spingono fuori l' acqua dal lume orizzontale.

X. Perchè le velocità delle acque correnti, possono essere di una diversa intensione ne' varj punti della stessa perpendicolare, perciò coll' oggetto che venghino rappresentate in una figura è costume di ordinarle tutte ad una linea retta perpendicolarmente, e far che terminino ad una curva, la di cui natura dipende poi dal vario grado di esse velocità, chiamandosi questa comunemente nel linguaggio de' Geometri *Scala delle velocità*. Sia l' altezza di una sezione di un' acqua corrente AC (*tav. 1. fig. 9.*) ad angoli retti, a questa siano condotte AB, EF, CD ec. ciascheduna delle quali esponga respettivamente la velocità dell' acqua ne' punti A, E, C, e con tal legge potendosi inalzare infinite perpendicolari, saranno tutti i punti estremi di esse B, F, H, D terminati in una linea curva o retta, a misura del grado delle dette velocità: la natura della qual linea o scala

sarà determinata dalla ragione di EF ad AE, o di CD ad AC che sono le di lei funzioni, come vengono dette da' Geometri; e perchè tutte queste ordinate si possono considerare come altrettanti spazj percorsi da un mobile in un dato tempo con una velocità alle stesse linee rispettivamente proporzionale; perciò questi spazj potranno ancora esser dinotati da dette respettive ordinate. In oltre ciascheduna ordinata AB, EF, CD ec. potendo venir considerata come un filamento di acqua, e tutti questi filamenti essendo d'una eguale grossezza, pertanto saranno essi prismi o cilindri di eguali basi, e di differenti altezze; e questi corpi rappresenteranno la quantità dell'acqua, che nel tempo in cui viene scorso lo spazio KH con le velocità KH, uscirà per i punti fisici, o basi A, E, C ec. e l'aggregato di tutti i detti corpi, empiendo l'area ABDC, sarà da questa connotata la quantità dell'acqua, che in detto tempo uscirà per l'altezza AC.

XI. L'area ABCD, moltiplicata nella larghezza del lume o sezione, esprime la quantità dell'acqua, ch'esce in un dato tempo pel lume, o sezione predetta, e se la larghezza di questa è costante, sarà la quantità dell'acqua come l'area ABCD, e per maggior facilità riducendo al calcolo l'espressione; se diremo essa larghezza z; AM, x; AB, y; MC, a ed AC, $a-x$; sarà nel primo caso la quantità dell'acqua $M - z\int y\,dx$, e nel secondo $Q - \int y\,dx$ ($\int$ indica la somma degl' elementi, ch'entrano a comporre l'area, ed M, Q quantità costanti da determinarsi). Se dunque a quest'area, che può esser curvilinea, sostituiremo un'area rettilinea rettangola ed eguale a quella, esprimerà essa l'aggregato di tutte le velocità, ed insieme la quantità dell'acqua che dentro un assegnato tempo può somministrar la sezione; i lati dunque di questo rettangolo restino espressi per m ed u, sarà l'equazione $Q - \int y\,dx = mu$. Che se uno di questi due lati, come m si farà eguale ad AC, $a-x$ in tal caso si ridurranno le due aree rettilinee, o curvilinee ad avere la stessa altezza, e l'equazione diventerà $Q - \int y\,dx = u(a-x)$, onde $u = \frac{Q - \int y\,dx}{a-x}$; pertanto facendosi CG eguale ad $AI = \frac{Q - \int y\,dx}{a-x}$, e conducendosi IG parallela all'asse AC, si avrà il rettangolo AICG eguale all'area ABDC, e la AI ovvero KH, condotta dal punto dell'intersecazione della GI con la curva, sarà quella, ch'esprimerà la *velocità media, o ragguagliata*, con la quale se si movesse l'acqua in tutti i punti del lume, o della sezione, farebbe tanto cammino, quanto realmente ne può fare in movendosi con le velocità ineguali terminate alla curva BHD, onde l'una per l'altra si può sostituire, anzi per facilità de'

calcoli, sarà più espediente di servirsi delle velocità *medie*, che delle effettive.

XII. Ma questa velocità *media* si trova assai facilmente nel modo che segue: supponendo che la curva della velocità sia la parabola MBD (*tav.* 1. *fig.* 10.), cosichè l' area ABDC raffermi l' aggregato di tutte esse, essendo AB minima e superficiale, e la CD la massima del fondo; si produca BA in Z, cosichè AZ sia eguale alle due terze di CD, e per il punto Z si tiri la CZQ che resti pur tagliata in Q dalla MQ parallela alla BZ; indi si faccia AY eguale alle due terze di AB, e si tiri la CYT, poi per il punto A si conduchi la AN parallela a CYT; se si ordinerà la EF eguale alla QN nella parabola MBD, e dal punto F sia condotta la GH parallela all' asse MC, sarà il rettangolo AHGC eguale all' area parabolica ABDC, ed EF sarà la ricercata *velocità media*. Perchè ne' due triangoli simili CZA, CQM corre l' analogia AC : CM :: AZ : QM :: $\frac{2}{3}$CD : QM per la costruzione, sarà il rettangolo $\frac{2}{3}$CD × CM eguale al rettangolo di AC in QM: parimenti per i triangoli simili CAY, ANM, essendo CA : AM :: AY : MN :: $\frac{2}{3}$AB : MN, sarà il rettangolo $\frac{2}{3}$AB × AM eguale al rettangolo di MN in AC; ma la differenza dei due rettangoli $\frac{2}{3}$CM in CD, e $\frac{2}{3}$AM × AB vale lo spazio parabolico ABDC, adunque questo spazio sarà eguale al rettangolo CG × GH, e per il numero precedente, lo spazio predetto applicato all' altezza viva GH ovvero AC sarà eguale alla ricercata *velocità media*; il che era da trovarsi e da dimostrarsi.

XIII. *Scolio*. Resti espressa la velocità superficiale AB per il numero 18, e quella del fondo CD per 24, si ha a trovare la *velocità media* corrispondente. Sia MC = 100, AM = 60, sarà per lo numero antecedente QM = 40, ed MN = 18, onde la *velocità media* EF o QN sarà 22. Così per sapere quanto il punto E se ne stia sotto del pelo dell' acqua AB, o più alto del fondo CD; essendo per la natura della parabola il quadrato di CD alla CM, come il quadrato della EF alla ME, o sia alla AM + AE, sarà servendosi de' numeri sopra posti 576 : 100 :: 484 : 60 + AE, e l' egualità 48400 con 34560 + 576 AE, e facendo le necessarie trasposizioni e divisioni, sarà AE eguale a 24 $\frac{1}{36}$, e per conguenza CE = 15 $\frac{35}{36}$.

XIV. Abbenchè paia, che le velocità delle acque uscenti dai fori de' vasi, debbano essere semplicemente regolate dalle altezze dell' acqua esistente nel vaso, nientedimeno sensibile differenza vi è fra la velocità dell' acqua ch' esce dai fori aperti nel fondo, e da quelli fatti ne' lati, quando siano di una sensibile grandezza, non ostante che le altezze dell' acque si mantenghino le stesse: nasce ciò, perchè il lume aperto nel fondo manda fuori in ogni suo punto l' acqua animata dalla stessa forza, che si genera dalla pressione dell' acqua,

che vi sta di sopra, dove ne' lumi laterali, essa pressione non può con la medesima energia operare in tutti i punti della sezione, trovandosi più pressate le infime parti vicine al fondo, di quello siano pressate le più discoste dallo stesso. Sia il vase ABCD (*tav.* 1. *fig.* 11.) in cui intendasi aperto il foro EF nel fondo, scaricherà questo in un dato tempo una determinata quantità di acqua, tenuto che sia sempre ripieno sino in AC. Chiudasi poi, e si apra il lume laterale DG, che sia della medesima grandezza dell' altro, e che termini in D col fondo; se il vaso, anche in questo secondo caso, sarà sempre conservato con l' acqua fino in AC, darà minor quantità di acqua dell' altra uscita pel foro EF del fondo, abbenchè dentro lo stesso spazio di tempo. La ragione si è, perchè la forza della pressione in EF si esercita in tutti i punti, che compongono la sezione del foro EF egualmente, mentre la stessa altezza DC dell'acqua la va animando, dove nel lume laterale DG, essendo in G minore l' altezza dell' acqua di quello sia in D, sarà anche minore la forza della pressione, ne sarà eguale a quella del foro EF se non nel punto D.

XV. Sia da cercarsi le due differenti quantità di acqua, che uscir possono da' diversi lumi verticali, comparati con uno orizzontale; sia il vaso RQBA (*tav.* 1. *fig.* 12.) con un foro nel fondo T di una figura quadrata, ed un altro verticale in Z pur quadrato, onde le aree di questi lumi saranno Z quadrato e T quadrato. La quantità somministrata da T sia Q, e quella somministrata da Z sia R; così il tempo in cui esce per T sia X, e quello per Z sia Y, sarà la quantità Q per il numero III. di questo capitolo in ragion composta del quadrato di T, di X, e della suddupl icata dell' altezza AB; intendasi poi descritta la parabola APGC con l' asse AB, e condotte le ordinate MO, NP ed altre; è chiaro per li numeri XI, e XII. di questo, che la velocità *media* competente al foro Z, si dovrà esprimere per la differenza de' rettangoli $\frac{2}{3}$ di NP $\times$ AN, e $\frac{2}{3}$ AM $\times$ MO applicata al diametro del foro Z, o sia alla differenza fra le due quantità AN e AM, e che perciò la quantità dell'acqua, che darà esso foro Z, sarà in ragion composta diretta del quadrato della differenza di AN e AM, del tempo Y, e della differenza de' rettangoli predetta, e reciproca della differenza di AN e AM, e per conseguenza queste due quantità saranno fra di loro, come il triplo quadrato del foro T, e la sudduplicata di AB, ed il tempo X, alla doppia differenza di AN e AM, ed il tempo Y nella differenza de' prodotti di AN, e la sudduplicata di questa stessa linea con AM, e la sudduplicata della medesima AM, cioè sarà $Q : R :: 3\,TTX\sqrt{AB} : 2(AN - AM) : Y \times (AN\sqrt{AN}) - AM\sqrt{AM}$.

XVI. *Corollari* (*I.*) Se si farà $AB = AN$, il che succederà allora, che il foro verticale sia col suo lato inferiore al fondo del vaso, e

di più facendosi $T = AN - AM$, cioè supponendo eguali i due fori laterali e del fondo, si muterà l'analogia suddetta nella seguente $Q : R :: 3TX\sqrt{AB} : 2AB \times Y \times \sqrt{AB} - AM\sqrt{AM}$, e (*II.*) facendo $AM = o$, ch'è il caso portato da M. Mariotte nel suo libro *de' movimenti dell' acque* a cart. 416, sarà anche $T = AN = AB$, e perciò $Q : R :: 3X : 2Y$; e (*III*) se i tempi saranno eguali, si avrà l' analogia $Q : R :: 3 : 2$, vale a dire, che le quantità fluenti dell' acque per l' uno, e per l' altro de' lumi predetti saranno tra di loro nella proporzione sesquialtera.

XVII. In due modi si può assoggettare al calcolo la quantità dell' acqua, che viene scaricata da i fori aperti ne' vasi, cioè o *relativamente* col paragonare la quantità dell' acqua somministrata da uno de' vasi, con un' altra quantità escita da un altro, e ciò avuto riguardo alla grandezza de' fori, all' altezza dell' acqua, ed al tempo in cui succede lo scarico; oppure *assolutamente*, cioè a dire, col rilevare non solo la ragione, che fra di loro ritengono due quantità nell' antedetto modo escite da i vasi, ma col rintracciare il reale suo peso, ed il suo volume. Il primo modo è molto più facile del secondo, e qualche volta è sufficiente per venir in chiaro di ciò, che si cerca per qualche fenomeno dell' acque correnti; il secondo riesce alquanto più difficile, perchè più composto. Ecco e dell' uno, e dell' altro il metodo, che si appoggia a quanto si è detto ne' numeri precedenti, ma che può esser ricevuto come un incontrastabile principio, cioè che le quantità dell' acque ch' escono nell' antedetta maniera, sono in ragion composta delle velocità, del tempo che consumano ad uscire, e dell' orificio; cosicchè chiamando queste quantità Q, V, T, e B quadrato respettivamente, sarà sempre $Q = VTB^2$; il valore della qual espressione si muterà a misura, che si muteranno le quantità, e le circostanze; e se vi saranno altre quantità q, u, t, bb esprimenti l' uscita dell' acqua da un' altro vaso, sarà pure $q = utbb$, e perciò $Q : q :: BBTV : bbtu$, cosicchè se in grazia di esempio, il foro del secondo vaso che scarica la quantità q sia 36 linee quadrate, cioè $b = 6$, l' altezza dell' acqua in esso vaso 64, il tempo 10 minuti, cioè $t = 10'$, $u = 8$ per il numero III. di questo; e per il vaso, che dalla quantità Q, B sia eguale a $\sqrt{40}$, $V = 10$, $T = 20'$, sarà $q : Q :: 288 : 800$, ovvero come $9 : 25$.

XVIII. Ma la quantità *assoluta* si determina nel modo che segue. Siano i due vasi RQBA, *rqba* (*tav.* 1. *fig.* 13.) i quali abbiano l' altezza dell' acqua *ab*, AB, ed i lumi *fb*, FB posti verticalmente, ed abbenchè per questi si versi l' acqua, s' intenda però che l' altezza primiera di questa non mai manchi, e per maggior facilità servendosi de' simboli, e del calcolo, dicasi $AB = A$, $AF = B$, il lume FB s' intenda quadrato, ed eguale a C^2; $ab = a$, $af = b$, ed $fb = cc$,

sarà $FB = A - B = C$, ed $fb = a - b = c$; la quantità dell'acqua escita in un dato tempo dal vaso *rqba* sia q, e questa esprima in grani il peso dell'acqua, sarà per il num. XV. di questo $q = \frac{cc \times (2a\sqrt{a} - 2b\sqrt{b})}{3a - 3b}$, e per la medesima ragione, dicendo la quantità dell'acqua escita dal vaso RB in grani Q, sarà $Q = \frac{CC \times (2A\sqrt{A} - 2B\sqrt{B})}{3A - 3B}$, e perciò $q : Q :: \frac{cc \times (2a\sqrt{a} - 2b\sqrt{b})}{3a - 3b} : \frac{CC \times (2A\sqrt{A} - 2B\sqrt{B})}{3A - 3B}$, e l'equazione $Q = \frac{qCC \times A\sqrt{(A - B\sqrt{B})} \times (a - b)}{cc \times (A - B) \times a\sqrt{(a - b\sqrt{b})}}$. Se dunque risulterà da' fenomeni, che in uno dei due vasi ex. gr. dal *rb* esca una conosciuta quantità d'acqua per un dato lume in un dato tempo, si saprà ancora quanto peso ne potrà uscire da un altro, che abbia diverso foro, e diversa altezza dell'acqua.

XIX. Il Guglielmini nel suo Trattato *Aquarum fluentium mensura* a cart. 143. dice, che in un vaso cilindrico di due piedi di diametro, e con altezza di acqua, mantenuta sempre la stessa, di piedi 3, once 11, con lume quadrato di linee tre di lato, uscisse di acqua in un minuto primo di ora libbre di Bologna 32, once 10, che sono grani 252160, in ragione di once 12 per libbra, di dramme 10 per oncia, e di grani 64 per dramma, cosichè nel caso del numero precedente, sarebbe $q = 252160$ grani, $cc = 3 \times 3 = 9$, $a = 564$ linee, e $b = 561$ linee: osservò di più che in un'oncia cubica di acqua si contenevano di peso grani 786, onde nella detta formola, sostituendo tutti questi numeri in vece de' simboli corrispondenti sarebbe $Q = \frac{252160 \times CC \times (A\sqrt{A} - B\sqrt{B})}{3 \times (564\sqrt{564} - 561\sqrt{561} \times) (A - B)}$; oppure più generalmente ponendo il tempo dello scarico del vaso T, essendo già quello dell'altro vaso *rb* eguale per l'osservazione a 60'' sarà $Q = \frac{252160 \times cc \times T \times (A\sqrt{A} - B\sqrt{B})}{3 \times 60'' \times 564\sqrt{(564 - 561\sqrt{561} \times)} (A - B)}$, e facendo il foro quadrato cioè $C = A - B$, la formola diventerà la seguente $Q = \frac{252160 \times C \times T \times (A\sqrt{A} - B\sqrt{B})}{3 \times 60'' \times 564\sqrt{(564 - 561\sqrt{561})}}$ nella quale sostituendo i valori di C, di T, di A, e di B, si avrà in peso di grani la quantità dell'acqua che verrà somministrata dal vaso RB dentro di quel tempo. Che se questa quantità espressa in grani si voglia in once cubiche, basterà divider il quoziente prima per 786, che sono i grani, che per le sperienze del Guglielmini entrano in un'oncia cubica di

acqua della misura però Bolognese, indi dividendo questo nuovo quoziente pur anco per 1728, che sono le linee di un piede cubo, si avrà la quantità dell' acqua ricercata in piedi cubi.

XX. Volendosi sapere il peso dell' acqua, che uscisse da un lume aperto nel fondo orizzontale di un vaso, ritenuto sempre alla medesima altezza di acqua servendosi della formula del numero precedente, sarà da riflettersi, che questo lume paragonato ad un lume verticale, quando tutti e due siano della medesima grandezza e figura, e che il verticale con uno de' suoi lati stia piantato nel fondo, darà una quantità di acqua, che alla quantità somministrata dal lume del fondo starà come $2A\sqrt{A} - 2B\sqrt{B} : 3C\sqrt{A}$, come risulta dal numero XV. di questo; onde dicendo R la quantità escita pel foro laterale, ed S quella escita dall' altro del fondo, e facendo R eguale alla quantità Q del numero di sopra, e $c = A - B$, sostituendo in quella formola il valore di R quivi ritrovato, e supponendo il tempo $T = 60''$, si ricava $S = \frac{6304}{5} CC\sqrt{A}$ essendo che $564\sqrt{564} - 561\sqrt{561}$ è 100 prossimamente; onde l' esperimento del Guglielmini, ridotto al lume orizzontale, avrebbe dato grani 272333, essendo cioè $CC = 9$ ed $A = 564$, che fanno di Bologna libbre 35, once 5 in circa, e generalmente qualunque sia il tempo, in cui esce la detta quantità di acqua pel foro orizzontale, se diremo esso tempo T, sarà la formola $S = \frac{6304 \times CC \times T - \sqrt{A}}{60''.\ 5}$.

XXI. *Scolio*. Sia in grazia di esempio da indagare la quantità dell' acqua che uscisse da un foro circolare fatto nel fondo d' un vaso, il qual foro abbia di diametro 12 linee del piede del Reno, che rispondono ad once 9 e punti 10 del piede di Bologna: sapendosi che questa misura a quella sta come 23 a 28; e contenga l' acqua in altezza di piedi 15 : 5 : 7 di Reno, che risponderanno a linee 1829 di Bologna, ridotte con l' accennata proporzione, e s' intenda la ragion del diametro alla circonferenza come 113 a 355, onde il lume sarà di perimetro 31 linea prossimamente, e l' area risponderà a questo logaritmo 1.8830528, ed il lato a 0.9415264; quindi la formola del numero antecedente sarà

$$S = \frac{6304 \times l\, 1.8830528 \times \sqrt{1829} \times T}{5 \times 60''},$$

e se $T = 6''$, diventerà:

$$\frac{6304 \times l\, 1.8830528 \times \sqrt{1829} \times 6''}{5 \times 60''},$$

che risponde prossimamente ad once cubiche di Bologna 644, e ridotte ad once cubiche di Reno, triplicando la ragione di 23 a 28, sarebbero once di questo piede 1161 in circa, cioè mezzo piede cubo di Reno più 297 once cubiche. Il sig. Ermanno in questi medesimi supposti nella *Foronomia* allo scolio della prop. 33 del lib. 2. servendosi

dell' analogia della scesa de' gravi, secondo le osservazioni dell' Ugenio, trova che dovrebbe uscire un piede cubo di Reno più 24 pollici; ma secondo i di lui dati calcolando, si trova che uscirebbe un piede cubo, meno un solo pollice, cioè pollici 1727, e di misura di Bologna once cubiche 957; ecco dunque la differenza, che porta il calcolo fatto, servendosi de' fenomini della scesa de' gravi per l' uscita dell' acqua piuttosto che delle immediate osservazioni tirate dal peso della mole uscita, che importa più d' un terzo: può essere che tal divario attribuir si debba alle resistenze che incontra l' acqua in uscendo dai fori, come anche dal soffregamento contro del solido, oltre all' aria che essa pure vi resiste. Veggasi quanto sopra di questa difficoltà ne ha scritto il padre abate Grandi, nel libro del movimento dell' acque, allo scolio della proposizione 10.

APPENDICE DEL CAPITOLO SECONDO.

Che contiene le varie proposizioni e pareri intorno all' uscita dell' acqua dal fondo de' vasi, conservata che sia dentro de' medesimi ad una data altezza.

Molto essendo stato scritto da celebri matematici intorno al moto dell' acqua uscente per un foro fatto nel fondo di un vaso, conservato sempre ripieno alla medesima altezza, dacchè il chiarissimo cavaliere Netwon avanzò la proposizione registrata nel Libro II. *de' Principi della naturale Filosofia*, edizione prima, non potrà essere se non d' utilità, che in quest' appendice venga considerato, quanto da' predetti dottissimi uomini è stato prodotto, coll' indicare ancora nella discrepanza delle opinioni, i motivi de' loro dissensi, le varie interpretazioni date al fenomeno, ed i fondamenti più probabili delle di loro asserzioni; cominciando dunque dal sig. Newton.

I. 1. Considera egli nel luogo citato il vaso ACBD (*tav.* 1. *fig.* 14.) con un foro EF nel di lui fondo, e ripieno d' acqua sino in AD, la quale nell' uscire non iscemi: chiama il foro EF nel fondo f, l' altezza dell' acqua costante $GE = a$, il peso dell' acqua incombente sopra del foro $= p$, la velocità che acquisterebbe nel fine della discesa, se libero cadesse questo peso nel vuoto $= s$, il tempo t, il moto m; vuole poscia che la velocità ch' avrebbe l' acqua all' uscire dal foro, sia alla velocità acquistata dopo della caduta nel vuoto, come d all' e; onde nominando r quella velocità sarà $r : u :: d : e$, e perciò $r = \frac{du}{e}$. Indi segue: E perchè l' acqua discendendo nel vuoto, acquistato che ha la velocità u, può (ritenendo invariata la medesima)

descrivere lo spazio $2s$, secondo a' ritrovati dal Galileo; dunque anco l' acqua uscente dal foro con la velocità $\frac{du}{e}$ potrà descrivere lo spazio $\frac{2ds}{e}$, attesochè sono proporzionali $u : 2s :: \frac{du}{e} \left(\frac{2dsu}{eu} =\right) \frac{2ds}{e}$. Prende in seguito questo spazio, ch' è lo stesso dell' altezza della colonna acquea, e lo moltiplica col foro, provenendone $\frac{2dsf}{e}$ valore della quantità dell' acqua, che può fluire dal foro nel tempo in cui liberamente sarebbe essa quantità caduta nel vuoto. Raccoglie dipoi il moto di ess' acqua, col moltiplicare cioè questa colonna o quantità dell' acqua nella sua velocità r, onde ne cava $\frac{2dsf}{e} \times \frac{du}{e} = \frac{2ddsfu}{ee}$, il qual moto, dovendo esser eguale a quello seguito nel vuoto, sarà l' equazione $\frac{2ddsfu}{ee} = afu$, oppure $\frac{2dds}{ee} = a$, ovvero $\frac{dd}{ee} = \frac{a}{2s}$, e $\frac{d}{e} = \sqrt{\frac{a}{2s}}$, cioè $d : e :: \sqrt{\frac{a}{2}} : \sqrt{s}$, cioè $r : u :: \sqrt{\frac{1}{2}}\, a : \sqrt{s}$, oppure $r : u :: \sqrt{aa} : \sqrt{2as} :: a : \sqrt{2as}$, vale a dire, che la velocità con la quale l' acqua esce pel foro, alla velocità dell' acqua liberamente cadente nel tempo t, e con cui percorre lo spazio s, sarà come l' altezza dell' acqua sopra del foro alla media proporzionale fra l' altezza medesima raddoppiata, e lo spazio predetto descrittosi nel cadere di ess' acqua.

2. Si concepisca ormai, che questi moti si facciano al rovescio ascendendo, e perchè $r : u :: \sqrt{\frac{1}{2}a} : \sqrt{s}$ per le cose dette di sopra, sarà anche $rr : uu :: \frac{1}{2}a : s$: cioè i quadrati delle velocità come gli spazj rispettivi, e per tanto l' acqua fluente ascenderebbe all' altezza di mezzo la colonna, nel tempo, che la stess' acqua nel vuoto ascendesse tutto lo spazio s; di modo che la quantità dell' acqua uscente dal foro, nel tempo che un grave potesse descrivere in cadendo l' altezza $\frac{1}{2}a$ sarà eguale alla colonna di tutta l' acqua af, che sopraincombe al foro.

3. Perchè non si poteva maneggiare questa quantità di moto, dell' acqua uscente pel foro senza considerare costante la velocità, nè tale essendo ne' gravi cadenti; perciò il sig. Newton ha introdotto il paragone del peso cadente nel vuoto, supposta la velocità acquistata nel fine dello spazio percorso, correrne con la medesima invariata, un altro, e con tale supposizione ha poi dedotte le predette conseguenze; ma perchè le illazioni ricavate fossero convincenti, sarebbe stato d' uopo di provare, che l' acqua all' uscire dal vaso, e

non altrove di sua colonna si movesse di moto equabile; quindi la conclusione Newtoniana non può esser considerata che come ipotetica, e dare solamente un paragone fra i due moti dell'acqua uscente pel foro, e quello del peso, e non già come se dinotasse il moto reale ed assoluto della medesima acqua uscente pel foro fatto nel fondo del vaso in quistione.

II. 1. Nella nuova edizione de' principj della filosofia Newtoniana 1713, e così nelle altre pubblicate dopo di questo tempo, occupa questo problema il luogo della proposizione 36, in vece di quello della 37 della prima edizione, e senza più servirsi dell' antedetto paragone de' moti dell'acqua nel vuoto, e nel foro del vase, è stata riformata la proposizione nel modo che segue: Sia il vaso cilindrico PCDQ (*tav.* 1. *fig.* 15.) in cui s'intenda un cilindro di ghiaccio APBQ della medesima capacità del vaso, e che con moto uniforme discenda perpetuamente, di modo che le di lui parti inferiori non sì tosto tocchino la superficie AB, che liquefacendosi il ghiaccio, e riducendosi in acqua, discendano verso del foro EF, formando la cateratta o imbuto AEFB, ed escano pel medesimo foro perfettamente empiendolo. E perchè per la determinazione della quantità uscita, si ha bisogno dell' uniformità del moto, pertanto vuole il sig. Newton, che la velocità del ghiaccio squagliato in acqua sia uniforme, e tale come se cadesse dall'altezza IH: supposta questa velocità, ricava poi l'altra dell'acqua all'uscire dal foro, facendo l'analogia, come sezione a sezione, così reciprocamente velocità a velocità. Dicendo dunque $AB = a$, $HI = x$, $EF = b$, $GI = y$, sarà $bb : aa ::$ (essendo i circoli come i quadrati de' loro diametri) $(\sqrt{HI}) \sqrt{x} : \frac{aa\sqrt{x}}{bb}$, ma la velocità sta ancora in dimezzata dell' altezza dell' acqua, sarà però l' equazione $\frac{aa\sqrt{x}}{bb} = \sqrt{y}$, ovvero $b^4 : a^4 :: x : y$, vale a dire IH a IG in duplicata del circolo EF al circolo AB.

2. Passa dipoi alla considerazione del ristringimento della vena all'uscire che fa l'acqua dal foro, ma ciò non essendo della presente ispezione, si ommette da noi il quivi riflettervi.

3. Il corollario primo resta manifesto dalla analogia $b^4 : a^4 :: x : y$ ricavato, come sopra si è detto, dal principio idrostatico delle sezioni in ragione contraria delle velocità; quindi se ne deduce, che se AK a CK sia in ragione duplicata del foro per cui esce l'acqua alla duplicata del circolo AB, la velocità dell'acqua uscente pel detto foro sia come quella d'un'acqua, che fosse discesa dall' altezza CK.

4. Nel corollario secondo, la forza (nel senso Newtoniano) con

cui può prodursi tutto il moto dell'acqua all'uscire dal vaso, vale il peso d'una colonna cilindrica, di cui base sia il foro EF, e l'altezza 2GI, veramente essendo proporzionale il peso ad essa forza, ed esso trovandosi composto dalla predetta colonna, sembrerebbe che la forza dell'acqua non dovesse se non conteggiarsi con questa stessa colonna; contuttociò, se ben si farà attenzione, altre circostanze nel calcolo sono da aversi in riflesso, conciosiacosachè, se il moto dopo la caduta dell'acqua dall'altezza GI continuasse subito ad essere invariato ed equabile, non si potrebbe porre in dubbio la verità dell'asserto; ma se d'esso, come in fatti succeder deve, abbia ad assoggettarsi alle leggi de' gravi cadenti, pare che in altro punto più sotto del G sia da prendersi quell'altezza da cui cadendo l'acqua abbia ad animare il moto che si cerca, ed i calcoli debbansi fondare sopra altri principj, onde determinarsi la vera quantità.

5. Nel corollario terzo si dimostra, che il peso di tutta l'acqua nel vaso ABCD sta alla parte che fluisce per la cateratta come la somma de' circoli AB ed EF al doppio circolo EF del foro, il che si rileva nel modo seguente. Sia $IH = m$, $IG = n$, $IO = x$, $ON = y$, $AB = 2c$, $EF = 2b$, dunque $HG = n - m$, ed essendo per quanto si è detto nell'esporre la proposizione, l'equazione $AB^2 \sqrt{IH} = MN^2 \sqrt{OI}$, ovvero in termini analitici $c^4 m = y^4 x$, sarà $x = \frac{c^4 m}{y^4}$, e prendendo le differenze $dx = -\frac{4c^4 m dy}{y^5}$, ed il solido di parte della cateratta AMNB, essendo $\int 4yydx$ diverrà, sostituendo il valore di $dx = \int -16c^4 my^{-3}dy$, e facendo $ON = GF$ per aversi il solido intiero, sarà l'integrale $\frac{-8c^4 m}{yy} + \frac{8c^4 m}{bb}$, ed il solido o peso di tutta l'acqua contenuta nel vaso $= 4cc \times (n - m)$; quindi la ragione fra questi due solidi sarà quella di $4cc \times (n-m) : \frac{-8c^4 m}{yy} + \frac{8c^4}{bb}$; ma si ha anco l'equazione $AB^2 \sqrt{IH} = EF^2 \sqrt{GI}$, cioè $cc\sqrt{m} = bb\sqrt{n}$, onde $n = \frac{c^4 m}{b^4}$; sostituendo pertanto questo valore di n nella detta analogia, si avrà $\frac{4c^4 m}{b^4} - 4m : \frac{-8ccm}{yy} + \frac{8ccm}{bb}$, e perchè per l'intiero solido dell'imbuto deve farsi $y = c$, adunque la detta analogia si muterà in $\frac{c^4 - b^4}{bb} : 2bb + 2cc$, ovvero $c^4 - b^4 : 2bbcc - 2b^4$; e dividendo l'uno e l'altro membro per $cc - bb$, sarà come $cc + bb : 2bb$,

ovvero come $4cc + 4bb$ ad $8bb$, vale a dire, come la somma dei due circoli AB, EF al doppio circolo di EF.

6. Gli altri corollari sono troppo facili; ne accade però maggiormente fermarsi nella loro spiegazione.

III. 1. Il signor Jurin nelle transazioni filosofiche d' Inghilterra num. 355. considera egli pure il movimento dell'acqua uscente dal foro di un vaso fatto nel fondo, secondo a quanto fu considerato dal sig. Newton alla predetta proposizione 36 della seconda edizione. Noi riferiremo le sue viste, aggiungendovi l' analisi da cui egli facilmente le avrà ricavate. Avendo egli dunque, sul fondamento avanzato dal Newton, stabilita la cateratta che si forma nell' atto di succedere il detto movimento, dice, che l'acqua ne uscirà con quella velocità, ch'è dovuta al cadere de' corpi gravi da una data altezza, che qui è appunto quella dell'acqua nel vaso, considerando per altro l' acqua discendente nel medesimo soggetta a tutte le leggi degli altri corpi gravi. S' intenda DE (*tav.* 1. *fig.* 16.) ordinata della curva CGS $= y$, AD $= x$, sarà la velocità competente alla sezione EE $= \sqrt{x}$, supposta l' acqua sempre conservata all' altezza DA nel vaso, e perchè il prodotto di ciascheduna sezione EE nella sua respettiva velocità, dev' esser costante, secondo le leggi delle acque correnti; pertanto sarà l' equazione alla curva CGS, $xy^4 = 1$, la quale è manifesto che sarà un' iperboloide del quarto grado; e lo spazio SADES sarà eguale a $\frac{4}{3}$ del rettangolo HD, e per conseguenza lo spazio SHE eguale ad un terzo del medesimo rettangolo di HD; ed essendo lo spazio SHE infinito dalla parte S, resta manifesto che questo, ciò non ostante non può esser maggiore della detta terza parte di esso rettangolo; paradosso, come tant' altri, che punto non sorprende i moderni Geometri.

L' analisi è assai facile; sarà dunque l' elemento del predetto spazio DdeE $= \int -ydx$ mentre crescendo le ascisse, decrescono le ordinate della curva in quistione, e per l' equazione si ha $\frac{4dy}{y^4} = -ydx$, onde l' integrale sarà $\frac{4}{3y^3} = \frac{4}{3y \times yy}$, ma per la natura della curva essendo ancora $yy = \frac{1}{xyy}$, diventerà però il detto integrale $\frac{4}{3} xy$.

3. Stabilisce poscia il sig. Jurin il suo teorema primo, ch' è il fondamentale in questo particolare, e dice, che uscendo l' acqua da un foro circolare fatto nel fondo del vaso, che s' intendesse avere un' infinita larghezza, il moto di tutta la cateratta acquea verso dell' orizzonte, sarà eguale al moto di un cilindro acqueo di base eguale al foro, e di altezza quanto quella dell' acqua, onde la velocità sua sia pari a quella dell' acqua uscente per il detto foro.

4. Oltre alle cose antedette, dicendo il foro bb, e l'altezza dell'acqua nel vase a, avremo l'equazione $xy^4 = ab^4$ (A), e condotta ee infinitamente prossima ad EE, sarà il solido infinitesimo $EEee = \int -yydx$ (B), ed il moto suo secondo a' principj comuni dell'idrostatica $\int -yydx\sqrt{x}$, e differenziando l'equazione (A) ne proviene $\frac{4b^4ady}{y^5} = -dx$, onde sostituendo questo valore nella formola (B) sarà essa mutata in $\int \frac{4b^4ady}{y^5} \times \frac{bb\sqrt{a}}{yy} = \int 4b^6a\sqrt{axy^{-5}dy}$, ovvero $\frac{4b^6a\sqrt{a} \times y^{-4}}{4} = \frac{b^6a\sqrt{a}}{y^4}$ (C); e sostituendo in vece di y^4 il suo valore $\frac{b^4a}{x}$ sarà trasformata questa formola (C) nella seguente $bbx\sqrt{a}$, e quando si concepisca che AD diventi AB, allora sarà $x = a$, e la formola diventerà $bba\sqrt{a}$, ma questa vale il cilindro predetto nella velocità competente alla discesa per tutta l'altezza dell'acqua; dunque ec.

5. Li tre corollari che stanno aggiunti alla dimostrazione che fa il sig. Jurin della prima parte del suo primo teorema, facilmente si deducono da quanto si è di sopra esposto: mentre supposta costante l'altezza dell'acqua, stabilisce $m = bb$, cioè il moto in ragione del foro, ch'è il primo corollario; indi fatto costante bb, cioè il foro sarà $m = a\sqrt{a} = \sqrt{a^3} = a^{\frac{3}{2}} = u^3$, (dicendo u la velocità) vale a dire il moto in sesquiplicata dell'altezza dell'acqua, ch'è il secondo corollario; e finalmente dato m, si cangia la formola in $bb = \frac{1}{a^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{u^3}$, cioè il foro in reciproca sesquiplicata dell'altezza dell'acqua, ovvero in triplicata reciproca della velocità, ch'è il terzo corollario.

6. Parimenti si ricavano con molta facilità li sei corollari annessi alla dimostrazione della seconda parte del teorema dell'Autore. Si dica q la mole uscita, e le altre cose come sopra, sarà secondo a' principj presi da esso oltre $m = abb\sqrt{a}$, $q = bbtu$ (dicendo t il tempo impiegato nel raccogliersi quella tal mole d'acqua) $= bbt\sqrt{a}$, onde sostituendo nella formola $m = bba\sqrt{a}$ il valore di $bb\sqrt{a} = \frac{q}{t}$, si avrà $m = \frac{aq}{t}$, nella quale, facendo costante l'altezza e la mole, sarà $m = \frac{1}{t}$ vale a dire il moto in reciproca ragione del tempo, e

date a, t, sarà $m = q$, cioè esso moto come la mole, e fatte costanti: t, q, sarà $m = a$, cioè la mole come l'altezza; date m ed a, sarà $q = t$ che dà la mole come il tempo; date m, q, allora $a = t$, cioè l'altezza come il tempo; e finalmente date m, t, sarà $q = \frac{1}{a}$, vale a dire la mole in ragione inversa dell'altezza dell'acqua, il che rafferma tutti li sei antedetti corollari; da tutto ciò però non ancora si rileva la conclusione del corollario secondo Newtoniano, ch'è il soggetto della quistione, restando sin qui per altro manifesto che il signor Jurin nel fatto de' vasi che scaricano dell'acqua per un foro fatto nel fondo de' medesimi, vuole ed ammette la cateratta, di cui si è detto.

IV. 1. La proposizione Newtoniana adottata per vera senz'altra dimostrazione dal dottissimo Jacopo Keill, nel libro intitolato *Tentamina Medico-physica. Tentamen III.* fu dichiarata falsa dal celebre ed amicissimo, allorchè viveva, sig. Michelotti nel libro *de separatione fluidorum in corpore animali* (p. 112.) professando che l'acqua uscente dal foro d'un vaso, altra velocità aver non possa, che quella che acquistato avrebbe un grave in cadendo da pari altezza, come quella dell'acqua: nel che il signor Jurin è perfettamente d'accordo col sig. Michelotti, se rettamente s'attende a quanto esso ha dimostrato, nè altro divario si sa vedere, se non che esso sig. Michelotti non vuole cateratta o imbuto nel moto dell'acqua del vaso: per altro la conclusione del Jurin sembra la stessa affatto che quella del signor Michelotti; anzi l'istanza che questi fa (pag. 127) all'altro, cioè, che se è vero, che in qualunque sezione EE (*tav.* 1. *fig.* 16.) debbasi esprimere la velocità per la sudduplicata di DA, non puossi negare, che anche nella sezione del foro CC, la velocità competente esser non debba la sudduplicata di BA, il che sono persuaso, che non solamente non lo negasse il sig. Jurin, ma che anche sia una delle conclusioni dedotte dalla sua stessa analisi, se in vece di porre l'equazione $xy^4 = 1$, sia posto, per supplire anco alle leggi degli omogenei, e per aversi la dimostrazione da noi sopra espressa nel numero precedente, $xy^4 = bba$, dicendo bb il foro, ed a l'altezza dell'acqua. Perlochè sin ad ora tutto il dissenso fra questi Autori non è se non che, se si dia o no la cateratta, non mai che la velocità dell'acqua uscente dal foro non sia eguale a quella che avrebbe un grave in cadendo da pari altezza, e non già dalla doppia, come è il parere del sig. Newton. Si farà sopra di quanto scrisse il signor Michelotti contro il sig. Jurin, qualche riflessione sì intorno la cateratta acquea, che si vuole far credere affatto commentizia, sì intorno a quello che si è addotto di fisico, e considerato per distruggerla.

2. Comecchè dunque verun assurdo non vedo, ch'essa cateratta

porti in natura, e che anzi per l'opposto, ponendo la medesima, osservo con essa salvarsi molti fenomeni, che nella discesa dell'acqua ne' vasi aperti con un foro accadono; e che l'occhio e la ragione la fanno, per così dire, altresì toccar con mano, se non col riconoscerla effettivamente dentro del vaso, al certo, coll'osservarla fuori d'esso nel restringersi, che manifestamente fa la vena dell'acqua in discendendo (sopra di che si può anche vedere il Trattato del movimento dell'acque del chiarissimo padre abate Grandi Prop. IX. Cap. II. autore in queste ed in altre materie a niuno secondo) non so comprendere come la medesima vena non possa, o non debba ammettersi, e continuare anche dentro del vaso come di fuori apparisce, e formare in somma l'imbuto, o sia cateratta in quistione.

3. Esaminando poi quanto riferisce il signor Michelotti circa il vaso ACDB (*tav.* 1. *fig.* 17.); lo considera egli ripieno prima di acqua sino in AB col foro O per cui si scarica con una velocità come $\sqrt{AC}$, ed indi facendo, che quasi tutta ess'acqua svanisca, a riserva di una pochissima ed insensibile parte CDmn, gli sostuisce un corpo solido AmnB della medesima gravità specifica dell'acqua, ma talmente lubrico, che niuna resistenza patir possa dalle sponde del vaso, onde impedirsi la libera scesa, ed in conseguenza l'azione sopra della superficie dell'acqua rimasta mn; il che posto, conclude, che pel detto foro uscirebbe ancora l'acqua affetta della medesima velocità come prima, cioè come $\sqrt{AC}$.

4. Supponiamo dunque di aversi trovato questo corpo solido, e sia di cera caricato di poca limatura di ferro o di piombo, di modo che posto in acqua sia conosciuto veramente della medesima gravità specifica di ess' acqua; quindi se verrà posto nella medesima, potrà fermarsi in qualunque sito sotto della di lei superficie, senza che affettar possa nè di salire, nè di scendere, secondo a quanto importa l'equilibrio fra due corpi eterogenei bensì, ma della medesima specifica gravità. Ciò dato sia posto il detto solido AmnB sopra l'acqua del nostro vaso: in questa dunque o ch'egli ha campo da immergersi, o no; supponiamo che immerger si possa, adunque secondo a' principj della statica, non potrà sussistere, ma dovrà andarsi a collocare sotto della superficie, e disturberà per conseguenza questo ideale sperimento: ma si vuole supporre che talmente combaci i lati del vaso, che bensì premer possa l'acqua rimasta mCDn, ma non penetrarla, ed in tal supposizione peserà egli sopra dell'acqua, quanto porta la di lui mole e peso, e nel comprimer l'acqua farà appunto l'effetto dell'embolo in un sifone; e comechè i solidi, a differenza de' fluidi, operano con tutte le loro parti, quasi fossero unite in un solo punto, così la forza che darebbe all'acqua per

uscire dal foro, non sarebbe già quella che compete all' altezza AB, moltiplicata nel foro, ma quella che derivarebbe dal cilindro di acqua, che avesse il peso assoluto di tutto il detto solido, e per conseguenza nulla ha che fare tal argomento per farci conoscere il moto dell'acqua in quistione.

5. Nè parmi che aver possa maggior forza contra della cateratta Newtoniana, l'altra ragione presa dall'Elaterio. Vuole il signor Michelotti (pag. 129) supporre un corpo senza gravità, fluido però, ed egualmente denso che l'acqua: cosa in fatti che non si crede necessaria per dedurne la conseguenza, che si ha in vista, potendo bastare la supposizione ch'egli sia elastico, e che esercitar possa contro del fondo una forza pari a quella dell' acqua nelle ipotesi di sopra prese; l' effetto che questi produrrebbe può bensì provare esservi in natura delle potenze, che applicate a vari corpi generar possono eguali velocità, ma non mai avrà che fare con l' esistenza o nò della cateratta.

V. 1. Rispose il signor Jurin al Michelotti al numero 355. anno 1722. delle Transazioni Anglicane, procurando di giustificare le sue prime proposizioni, e dichiarando fra le altre cose di mai aver nè meno pensato di scriver contro la dimostrazione del chiarissimo signor Giovanni Bernoulli, ben sicuro che ninno mai potrà rinvenire nella sua dissertazione cosa, che abbia nè anco ombra di verisimiglianza, ch'egli abbia voluto connotare il predetto sig. Bernoulli.

2. Cerca poi di salvare il corollario Newtoniano della quantità del moto eguale alla doppia colonna, che ha per base il foro del vaso, e passa a giustificare ancora la proposizione 37. de' principj della prima edizione, col far vedere che il tutto procede bene nelle supposizioni del Newton, avvalorando ancora quanto avanza con alcuni sperimenti, che dice fatti e dal detto Autore, e da altri, affermando lui stesso di averli veduti con altri molti della Società Regia, nell'esame di che noi non immoreremo di vantaggio, attenendoci a quanto abbiamo detto ne' numeri I. e II. di codesta Appendice, allorchè furono considerate quelle proposizioni. Indicando dunque il signor Jurin che la colonna premente debba risultare dal foro moltiplicato nella doppia altezza dell'acqua, come appunto l'ha considerata il signor Newton, ne porremo qui l'analisi, che s'accorda con quanto rimarca esso signor Jurin al §. *Libet hic loci* ec. cioè che l'intiera cateratta sia eguale alla detta doppia colonna o cilindro, il di cui peso tutto impiegar si dee nella scesa dell'acqua; imperocchè il valore di detta cateratta è $\int -yydx$ in cui sostituendo $4xdy$ in vece di $-ydx$, e $\frac{l^4a}{y^4}$ in vece di x in forza dell'equazione $xy^4 = l^4a$,

ne deriva $\int -yydx = \int 4b^4ay^{-3}dy$, ovvero $\frac{4b^4ay^{-2}}{2} = \frac{2b^4a}{yy}$, ma $yy = \frac{bb\sqrt{a}}{\sqrt{x}}$, dunque sostituendo il valore di yy, sarà $\frac{2b^4a\sqrt{x}}{bb\sqrt{a}} = 2bba$, essendochè quando si calcola tutta intiera la cateratta, x diventa $= a$; il che era ec.

3. Segue poscia il sig. Jurin ad esaminare i fondamenti, sopra de' quali si è formata la dimostrazione del signor Giovanni Bernoulli, pretendendo di poter concludere, che quella goccia di acqua, che da esso viene posta come animata, non che dalla gravità naturale della medesima, ma dalla colonnetta acquea, che gli sovrasta, non lo sia in effetto, sopra di che lasciandone la decisione ad altri, passerò a fare qualche riflessione sopra la risposta, che ne ha dato il Michelotti.

VI. 1. La critica dunque, che a questa proposizione fa il signor Jurin, avendo per fondamento, che tutte le particelle dell' acqua agiscano in ragione della propria gravità, senza che le sovrapposte vi concorrano ad accrescerne la forza, pretende il signor Michelotti nelle risposte fatte e pubblicate l'anno 1724. p. 15. e seguenti, che il principio sia equivoco e falso, ed è di parere, che da ciò seguirebbe un assurdo, che qualunque grave mosso dalla quiete, riceverebbe in un istante quella intiera velocità, che acquisterebbe il medesimo se fosse sceso da una maggiore altezza. Prova indi la verità della proposizione Bernoulliana anche col mezzo dell' equilibrio de' liquori, notando che l'azione delle parti di essi, rispetto alle parti imminenti al foro, sia quella di un cuneo, che volendo penetrare sforza del pari e le superiori, e le inferiori particelle, onde ne deduce dover essere la velocità della particella che sta per uscire dal foro in ragione dell' altezza di tutta l' acqua.

2. Quanto a me, come parmi evidente nelle sue supposizioni la dimostrazione del sig. Bernoulli, così mi sembra anche assai facile il porla in chiaro, quando però prima venga distinto il vero caso della quistione. Un fiume, per prender la cosa assai materiale, quando il di lui corso si voglia ridurre ad un certo calcolo, in due stati si deve considerare o di alterazione, attesa la sopravvenienza di nuove acque o lo scemamento delle medesime, ovvero di permanenza con acque costanti: nel primo caso i calcoli fondati sopra una data quantità di acqua, che in un dato tempo passi per ciascheduna sua sezione non servono, come servono nel secondo, ch'è quello che d'ordinario viene considerato dagl'idrometri. Se si farà la dovuta attenzione anche all'acqua uscente dal noto foro del fondo, o da qualunque altra parte, non sarà difficile da concepire, che anche in questa faccenda succeder dee in parità di circostanze lo stesso che ne'

fiumi, almeno per alcuni istanti di tempo, cioè sino a tanto che sia ridotto il moto dell'acqua ad uno stato di permanenza, e ch' esso abbia acquistati tutti que' gradi di velocità in tutte le sue parti, che gli competono.

3. Quando dunque si distinguano questi due casi, si può facilmente venir in cognizione per il primo, che la pressione delle parti soprapposte alle inferiori deve aver luogo, almeno per que' primi istanti, e che questa poi debba cedere tantosto che succeda il secondo caso dello stato di *permanenza*, nel quale tutte le particelle ch' escono dal foro, n'escono dopo esser state mosse dalla superficie arrivando sino al fondo con quel moto ch'è comune a tutti i gravi cadenti, e senza che abbiano uopo di altra forza acceleratrice, che della naturale della propria gravità.

4. Proseguisce il Michelotti (pag. 22.) con nuovi argomenti contro la proposizione Juriniana, considerando quella forza che può far la pressione dell'acqua in un vaso largo di fondo, e ristretto nella sua sommità, e supponendovi dentro l'acqua naturale, e poi agghiacciata, e nella varietà di detta forza che si esercita contro del fondo nell'uno e nell'altro caso, pone in essere quanto sia incongruo l'asserto di esso signor Jurin. Ottimamente il Michelotti va deducendo quanto sia diversa la pressione del fluido, rispetto al solido, premendo questo nella sola ragione del di lui peso (quando sia in quiete) quello nella ragione della base nell'altezza del fluido, nascendo tal differenza appunto dalla natura della fluidità, diversa da quella de' corpi solidi. Il fenomeno può spiegarsi nella maniera che segue, il quale per dir vero ha molto sembiante di paradosso. Nel vaso ACDEFB (*tav.* 1. *fig.* 18.) di figura larga nel fondo, e che poi va restringendosi verso la di lui sommità, vi sia l'acqua sino in AB la pressione che farà contro del fondo EF è eguale alla pressione che farebbe l'acqua se il vase fosse bensì con la medesima base, ma con l'altezza dell'acqua da per tutto come FB, vale a dire, se la base essendo circolare, fosse il vaso un cilindro; in somma produrrà lo stesso effetto e nell'uno, e nell'altro caso, abbenchè nel cilindro l'acqua fosse in assai maggior quantità di quello fosse nel vaso proposto; attesocchè il peso dell'acqua contenuta nella parte ristretta CABH non solamente ha uopo di esser bilanciata dall'acqua esistente in un qualunque sito della porzione larga del vaso, ma tutta dee cooperare al medesimo effetto, mentre il peso AHBC trovandosi sempre in atto di discendere, deve restar impedito egualmente da ciascheduna parte dell'acqua sottoposta e laterale, giacchè se una parte fosse nell'azione di resistere, e l'altra no, accaderebbe che per questa subito discendesse l'acqua CABH per la ragione del bilanciamento de' liquidi. L'asserto si prova ancora, conciossiachè se in

qualunque punto di DC apriremo un foro, l'acqua, quando l'altezza sia conservata sino ad AB, risalirà, non computate le resistenze dell'aria ed altre del vaso sino al detto livello AB, ed istessamente aprendosi infiniti fori, succederà sempre lo stesso per le cause sopraddette; in oltre, se con un tubo recurvo piantato nel fondo EF, e rivoltato verso di AB, daremo sfogo a quest'acqua, vedremo, che poste le stesse cose, risalirà ess'acqua al livello AB, e così seguirebbe se infiniti tubi ricurvi posti nell'antedetto modo fossero inserti nel detto fondo; dunque la pressione è eguale alla base EF nell'altezza FB, come appunto succederebbe se lo sperimento si facesse in un vaso cilindrico FG, che fosse ripieno di acqua; cosa che non può far il solido, perchè le di lui parti non agiscono se non unite, e come una cosa sola, quanto se fossero ramassate nel di lui centro di gravità, ed allora, come nota il Michelotti, la pressione è proporzionale al peso semplicemente, cioè alla quantità della materia ch'è posta sopra quel tal fondo.

5. Quanto all'ipotesi di esso Michelotti di considerare l'acqua esistente nel vaso di difforme larghezza, primo nello stato di fluidità, indi di agghiacciamento, comecchè è vera l'illazione che ne viene dedotta circa alla forza del di lei premere, così pare che sia molto lontana da ciò che ha voluto intendere il Jurin, avendo questi bensì considerato col Newton, che si possano agghiacciare le parti laterali dell'acqua, quelle cioè che non stanno a piombo sopra del foro, ma non già quelle della colonna imminenti all'emissario, come rilevasi dal di lui §. *Quoniam nulla alia re ec.* (pag. 10.) della dissertazione prodotta dal Michelotti, che però varie essendo le supposizioni, non è da maravigliarsi, se anco le conseguenze siano diverse.

6. E circa allo sperimento della scesa di quella colonna di zecchini cento, l'ipotesi del Michelotti, non è quella del Jurin, e per quanto a me pare, non può ella accordarsi co' pesi di ciascheduna sezione della cateratta, ne può correre la parità che ne viene addotta, mentre in tanto si dice, che la cateratta succeder debba, in quanto che l'acqua in discendendo viene animata da una varia velocità, ed ha bisogno per non discontinuarsi di far che le sezioni di essa cateratta sieno reciproche alle dette velocità; dove i zecchini secondo all'ipotesi del Michelotti riuscendo sempre minori di peso a misura, che si discostano dal fondo, su di cui posano, non si sa vedere come mai correr possa il paragone fra le sezioni della cateratta più dilatate a misura, che dal foro sono discoste, co' zecchini, che devono esser minori di peso; ma o maggiori, o minori di questo che fossero, è noto che prescindendo dalle resistenze dell'aria, tutti i gravi cadenti, discendono nello stesso tempo, quando pari siano le altezze delle cadute.

7. E quanto a ciò che soggiugne il Michelotti, (pag. 24) che prima che il Jurin voglia definire il moto dell'acqua uscente pel foro di un vaso col fondamento della quantità uscita e conformata in un cilindro di doppia altezza di quella che abbia l'acqua nel vaso, abbia egli a provare, che la forza dell'acqua uscente come sopra, debba esser eguale a quella che avrebbe un grave, che cadendo in un dato tempo, ed eguale a quello dell'acqua uscente dal vaso nelle dette circostanze; si può rispondere, che abbenchè non sia incomparabile il moto uniforme coll'accelerato, come sembra volerci significare il Michelotti, trovandosi sempre la velocità dell'uniforme ed equabile doppia dell'accelerato, acquistata nel medesimo punto secondo ai principj del Galileo, nulladimeno la difficoltà della proposizione del Jurin, credo consistere nel non sapersi dove esso moto accelerato termini, e dove cominci l'uniforme, se al foro, come l'hanno supposto sin'ora quasi tutti quelli, che hanno trattato di queste materie, ovvero nel maggior ristringimento della vena acquea, come lo persuadono oltre la ragione anco gli sperimenti fatti, e fra questi quelli praticati dalla diligenza del chiarissimo signor Marchese Poleni; non solamente nel libro *de Castellis*, ma ancora in quella lettera che indirizzò al signor Marinoni matematico Cesareo l'anno 1724, non potendo la diversa quantità dell'acqua uscita e raccolta in que' cavi prismi, de' quali egli fa menzione, in altro modo salvarsi e spiegarsi, se non col ristringimento delle vene; ha il medesimo signor Poleni, con una esattezza eguale alla di lui penetrazione rettificate le sperienze dell'insigne M. Mariotte *Trattato del movimento delle acque*, (pag. 423.) e rilevata con il porre a' vasi lumi di varie figure, e di difformi grossezze la molta differenza che ne risulta, la quale se fu conosciuta dal Mariotte, venne da lui attribuita nel medesimo *Trattato* (p. 428.) *discorso terzo*, alle diverse resistenze incontrate dall'acqua all'uscire, il che è vero: ma tali resistenze non da tutto il moto dell'acqua, ma da quello in particolare che si fa per la varia grossezza de' lumi semplicemente provengono.

8. Alla dimostrazione portata in appresso dal sig. Michelotti (pag. 29.) non vi è che rispondere, se intender si vuole nel primo tempo, che aperto il lume l'acqua fluisce; ma quando questa sia ridotta allo stato di permanenza, in tal caso, considerando il moto concepito dall'acqua, se questo si vuole equabile ed uniforme, può benissimo esser vero, che la pressione sia eguale al doppio cilindro, il che non succederà allora quando il detto moto tale non fosse, mentre non valerebbe che il semplice cilindro, cioè il prodotto del foro nell'altezza dell'acqua; quindi il tutto dipende dal porre una retta ipotesi senza confondere i moti accelerati con gli equabili ed

uniformi, e lo stato *variabile* dell' acqua, che ha ne' primi istanti dell' apertura del foro, con lo stato di *permanenza*, il che nella determinazione della quantità dell' acqua uscita da' fori predetti, ha cagionato di molti equivoci, e perplessità.

VII. 1. È entrato in questa quistione anco il sig. Daniele Bernoulli figliuolo del rinomatissimo sig. Giovanni sin d'allora che trovavasi in Venezia. A questo insigne matematico professando io del pari e grandissima stima per la singolar sua cognizione nelle scienze più recondite, ed una sincera amicizia per le rare doti che il di lui animo adornano, dovrei ciecamente soscrivere a quanto nelle di lui eruditissime esercitazioni ha prodotto in Venezia sin dall' anno 1724, se non fossi sicuro che l' ingennità sua, e l'amore della sola verità, a cui ha diretto ogni scopo de' suoi profondi studj, non mi permettessero di aggiugner quivi qualche riflessione sopra di quanto fu in questa materia da esso in allora pubblicato.

2. Il motivo dello scrivere suo fu, com' egli stesso si esprime; perchè il signor Conte Riccati, soggetto di chiarissimo nome, aveva trovato nella proposizione, di cui si è detto, di che ridire a quanto aveva pubblicato il signor Michelotti nel libro *de separatione fluidorum*, pofessando esso signor Conte di poter difendere e sostenere la verità del corollario Newtoniano, non ammesso dal predetto signor Michelotti.

3. Pone il sig. Bernoulli come *apodittica* la dimostrazione Newtoniana del corollario spesse volte nominato della prima edizione de' principj, ed in prova della validità della medesima dice: Che se nel vaso EABF (*tav.* 1. *fig.* 19.), ripieno di acqua sino in EF s' intenda aprirsi il foro CD, e si supponga, a riserva della porzione A*mn*B infinitamente piccola, agghiacciarsi l' altra parte acquea E*mn*F dice, che il ghiaccio dovrà esercitare sopra dell' acqua rimasta la stessa pressione, che faceva prima dell' agghiacciamento. Circa però alla forza di questa ragione, avrei quella stessa difficoltà ch' ebbi quando esaminai la proposizione del sig. Michelotti nel numero precedente §. 4; diversa, quanto al mio intendere, essendo l'affezione del solido, che tale è divenuta l' acqua agghiacciata, da quella del fluido, ed altri e diversi per conseguenza gli effetti che a prodursi vengono nell' uno e nell' altro stato; onde per questo capo sembra che il mezzo termine addotto dell' acqua agghiacciata non possa aver luogo per concludere quanto è stato proposto.

4. Per altro la dimostrazione del sig. Co. Riccati riferita nelle *esercitazioni* (pag. 33.) è appoggiata a non altro che alla velocità ridotta equabile e costante, che vien supposto aver acquistato l' acqua all' uscire dal foro, nè si vede perchè in tale supposizione non abbia ad aver luogo per concludere effettivamente quanto è stato asserito;

il punto sta che tal supposizione si accordi col fatto, e che così realmente succeda in natura.

5. Nè differente da ciò è quanto nella lettera del signor Conte Riccati portata (pag. 38. di dette esercitazioni) vien riferito al §. *Quid ex his sequatur vides*; volendo cioè non altro esso sig. Conte ivi concludere, come conclude di fatto, che se la quantità dell' acqua uscita nell'assegnato tempo è doppia, doppia dovesse altresì essere la forza impellente della medesima, secondo gli stessi principj portati dal sig. Michelotti.

6. Dicendo poscia il sig. Co. Riccati al §. della lettera suddetta (p. 39) *Quod si ab istis circumstantiis;* che non potendosi misurare altrimenti la forza espellente, se non per la quantità del moto generata in un dato tempo; vien egli documentato dalla esperienza, che l' acqua uscente da un vaso nel tempo definito dal Newton, quando venghi paragonata con quella quantità, ch' empisse la cavità di un cavo cilindro, attaccato normalmente all' orificio, sarà molto maggiore della semplice, vale a dire, del prodotto del foro nell' altezza dell' acqua costante; ma soggiugne, non mai però arrivare ad esser doppia, abbenchè in certi casi a questa di molto s' avvicini, secondo gli esperimenti fatti dal sig. Marchese Poleni.

7. Questi credo che possino esser quelli registrati nella lettera da esso diretta al signor Marinoni matematico Cesareo, cioè li sei ne' quali armando il foro di lamine, e di cavi cilindri, ha raccolto varie quantità di acqua dentro il tempo di un minuto primo d' ora, conservando però sempre gli stessi diametri delle aperture, e la stessa altezza dell' acqua; in fatti essendo il foro, di cui egli si è servito di 3 linee di diametro, cioè all' in circa $\frac{1}{15}$ di un pollice quadrato e l' altezza dell' acqua di piedi 13 ovvero once 156, e supponendo coll'Ugenio che un grave discenda in forza della propria gravità per piedi 15 in un minuto secondo di ora (ommettendo il pollice di più, ch' egli osservò, ciò poco alterando il calcolo) il medesimo grave percorrerebbe in 52''' in circa lo spazio delli 13 piedi predetti; quindi facendo $\frac{156}{15}$ la quantità corrispondente in detto tempo, valerebbe questa pollici cubici 10 $\frac{2}{5}$.

8. Ma avendosi osservato, che in un minuto primo uscirono nel primo sperimento pollici cubici 607; adunque in 52''' uscirebbero pollici 11 $\frac{35}{52}$, cioè poco più della semplice quantità ricercata dal foro, e dalla semplice altezza. Nel sesto sperimento poi, mutati gli emissarj, abbenchè dello stesso diametro e figura, crebbe la quantità raccoltasi nel medesimo tempo a 905 pollici cubici, i quali divisi per 52''', come sopra, danno pollici cubici 17 $\frac{21}{52}$, vale a dire, che molto si accosta alla doppia quantità, senza però mai arrivare al preciso; ma tutte queste varianti quantità provengono dal sito del

maggior restringimento delle vene acquee, senza la considerazione di cui, mai si potranno spiegare li sopraddetti fenomeni.

9. Segue il sig. Conte Riccati nella detta lettera (pag. 40) in forza degli addotti sperimenti a rappresentare, che se nel tempo definito dal Newton, discendendo la suprema superficie dell' acqua, che sta imminente sopra del foro, sino al fondo del vaso, o sia il cilindro sotto una tal altezza, e di base eguale al foro, se altro non cospirasse (dic' egli) ad alterare questo di lei moto, dovrebbe uscirne appunto tanta quantità, quanto porterebbe essa colonna, ma dalle sperienze n' esce di vantaggio; dunque, conclude, che all' azione verticale dell' acqua, vi si aggiugne anco l' obliqua, ed esser in somma certo, che opera in questo incontro una maggior copia di acqua, di quella che porterebbe la sola colonna predetta.

10. Nella risposta che a questa lettera diede il sig. Bernoulli (pag. 44) adduce in prova del suo argomento varie ragioni, che non facendo direttamente allo stato della quistione, che qui si esamina, le potrà il lettore vedere nel suo fonte; si dirà solamente che (alla pag. 46) sembra che e' dubiti dell' esperienze citate dal suo Antagonista, cioè ch' esca maggior quantità di acqua pel foro, di quello che dia il calcolo della colonna: asserendo, che la ragione persuade il contrario, qui mi farò lecito di dire, che il fatto è tale, nè doversi ricredere a quanto con tutti i numeri dell' attenzione ha osservato il signor Marchese Poleni nella citata lettera, dalla quale si è tirato il calcolo registrato a' numeri 7 e 8 di questo articolo.

11. Le obbiezioni del sig. Bernoulli diedero motivo al sig. Conte Riccati di replicar di nuovo con altra lettera in data 24. Marzo 1724, e viene pur questa registrata nelle Esercitazioni (p. 47, e seguenti) in questa riproducendo al criterio la materia, si esprime (pag. 50) che veramente da quanto scrissero il Guglielmini, l' Ermanno, il Varignon, e l' Ugenio si ritrae, dover uscire dal foro del vaso in quistione una doppia quantità di acqua rispetto a quella raffermata dalla colonna imminente al detto foro, ma pretende esso sig. Conte che non vi arrivi, nè arrivar vi possa; dopo presa per mano la dimostrazione Newtoniana del Corollario della 36. afferma che in questa siasi molto bene dal suo Autore distinta la velocità della superficie, dalla quiete che aveva prima che niun moto concepisse: cosa, dice, non ben osservata da altri che hanno versato sopra di tal materia, aggiugnendo, che il Newton insegna che detta velocità della superficie, debba esser quella, che un grave avrebbe acquistata in cadendo col moto accelerato dall' altezza HI (*tav.* 1. *fig.* 15.): cosa a cui, soggiugne il signor Conte Riccati, per non avere avuto riflesso il signor Bernoulli, l'abbia portato a tirar delle conseguenze lontane dal vero, volendo per altro che nel fatto della cateratta, vi sia stato anche

nel suo Autore qualche cosa di umano: confessando però, che con tal ipotesi si salvino molto meglio i fenomeni, che secondo qualunque altra di ciaschedun altro Autore.

12. Provocato a versar sull' esperienze, risponde il sig. Bernoulli (pag. 58) dubitar delle praticate osservazioni, rimarcando che le fatte dal sig. Marchese Poleni, non danno che il medio fra la semplice, e la doppia quantità, o sia il cilindro dell' acqua imminente al foro, quando, soggiugne, la ragione mostra, che avesse ad esser eguale o all' una o all' altra di esse due quantità, e conclude di non doversi fidare degli sperimenti, almeno (credo voglia dire) de' praticati sin allora. Veramente il voler che le sperienze indichino a capello il vero stato di ciò, che si cerca, sembra un pretender troppo, e voler che la fisica dia quanto la pura ed astratta Geometria; basta bene, che gli sperimenti si accostino convenientemente a quel termine, che l' osservatore ha in vista. Nelle fatte sperienze, che danno sempre una maggior quantità di acqua del semplice cilindro predetto, e mai minore, anzi in certi casi assai da vicino al doppio, pare che prescindendo dalle circostanze che visibilmente possono alterar l' uscita dell' acqua, debbasi credere, che se non precisamente la doppia colonna, non mai la semplice sia quella che uscir dovrebbe: cosa, che abbondantemente resta poi comprovata dalle ultime sperienze fatte dal sig. Marchese Poleni, e registrate nella detta lettera diretta al sig. Marinoni: notizia della quale in fatti non mi costa, che il sig. Bernoulli abbia avuta, essendosi pubblicata dal più al meno nello stesso tempo, che le esercitazioni stesse uscirono alle stampe. Quindi non dee recar meraviglia, se il sig. Bernoulli non avendo vedute dette posteriori esperienze, abbia detto di dubitare delle osservazioni sin allora praticate dagli Idrometri. Che poi l' aria abbia potuto ritardare nella scesa del grave il di lui moto, e che per conseguenza il tempo della caduta, a cui si è ragguagliata anco l' uscita dell' acqua, sia stato preso maggiore di quello sia stato in fatti, non pare che tal obbiezione possa detrarre sensibilmente alle dedotte conseguenze: e ciò tanto meno, se si ha riguardo che questo è stato calcolato secondo le osservazioni fatte dall' Ugenio nel pieno, e non già nel vuoto, allorchè con replicate sperienze ricavò, che un grave liberamente cadente dalla quiete, percorra in un minuto secondo di tempo piedi 15, ed un pollice del regio piede di Parigi.

13. Ciò che il sig. Bernoulli (pag. 59) avanza del cilindro insistente sopra dell' orificio del fondo, e pertugiato da infiniti fori, non pare, che l' effetto, che ne dee avvenire, altro non possa indicare, se non che allo sbilancio della colonna, o cilindro suddetto succeder debba il movimento delle parti laterali, nel che farsi, se ben si riflette, nascerà non altro che la cateratta Newtoniana; tanto poi è

lungi, che l'acqua laterale alla detta colonna pur acquea, possa tenerla sospesa, che anzi è credibile, che venghi aiutata dalla detta acqua laterale al moto; ed in somma che segua appunto l'opposto di ciò, che di seguire ci avvisa esso signor Bernoulli, e circa a' cuneoli dell' acqua, e agli interstizj risultanti fra goccia e goccia, non pare che una mera ipotesi immaginata per salvare con qualche verisimiglianza gli allegati fenomeni, al certo senza alcun fondamento, che sia reale, che pure sembrava assai necessario, trattandosi non di altro, che del modo di conoscere la misura di detta acqua uscita.

14. Passa in seguito il sig. Bernoulli (pag. 61 e 62.) a provare contro del sig. Conte Riccati, che quando si volesse ammettere il moto obliquo delle particelle dell'acqua asserito da esso, questo non solo nulla contribuirebbe alla pressione delle goccie dell'acqua, che anzi per lo contrario, quanto maggiore egli fosse, tanto minore pretende, che esser dovesse la velocità con cui si scaricherebbe l'acqua. A tal causa considera in primo luogo il vaso pieno d'acqua, ma tutto aperto nel di lui fondo, e dice che ciascheduna particella dell'acqua, venendo animata dalla propria naturale gravità, discenderebbe con una velocità da principio infinitamente piccola, nel passar che farebbe dalla quiete al moto, ma in tal caso, non ridotto il fluido allo stato di *permanenza*, pare che l'ipotesi sia fuori della quistione. Considera poi in secondo luogo il foro infinitamente piccolo, e ricerca che cosa ne fosse per seguire nell' uscita dell' acqua, ed asserisce che ciascheduna goccia di acqua dovrà comunicare a quella che gli sta di sotto tutta la forza della sua gravità differentemente da quello che succederà nel primo caso, in cui la goccia precedente non riceveva impulso veruno dalla susseguente; e la ragione dice, di essere, perchè in questo secondo caso la goccia superiore preme con tutta la sua gravità la inferiore, mentre essa niente cede; credo, voglia inferire, perchè questa è come in quiete per l' equilibrio dell' acqua laterale col mezzo de' cuneoli da esso introdotti nella spiegazione del fenomeno; nella qual circostanza deve però ricevere, secondo al parere del signor Bernoulli, tutto l'impeto della superiore. Prima di passar oltre siami lecito di riflettere brevemente sopra l'asserito equilibrio, che consiste nel supporsi, che ogni particella della colonna acquea resti controbilanciata da un filamento dell' acqua laterale, il che a mio credere ha le sue grandi difficoltà per esser ammesso, come un vero principio in Statica. Questo equilibrio dunque fra le particelle della colonna, e l'acqua laterale, se io mal non mi appongo è stato dedotto da quanto succede nel meccanismo della sospensione dell' argento vivo nel Barometro; ma la faccenda, se dritto si mira, va molto diversamente, mentre in quella machinetta succede effettivamente il bilanciamento fra la colonna dell' aria alta

quanto è tutta l' atmosfera, e le 28 once di altezza in circa del Mercurio; ma l' azione e reazione, che vicendevolmente viene esercitata da que' due fluidi succede pel vuoto d' aria che resta fra la superficie del Mercurio, e la sommità del cannello sigillato ermeticamente, come si può vedere da quanto ne scrissero tanti Autori, che di tal materia hanno lodevole, e chiaramente trattato; tolto perciò il vuoto, si toglie subito anche l' equilibrio; quindi non si sa concepire in buona filosofia, che i filamenti laterali, 'possino mai formar bilanciamento con le parti della colonna; ma per l' opposto, anzi cospirare al medesimo moto, ch' ella ha, e procura di avere per uscire dal foro; e perciò la pressione non potrà essere esercitata dalle superiori contro le inferiori particelle. E quanto all' argomento che si potrebbe trarre dalle galleggianti per ispiegare il detto equilibrio, entrandovi nel paragone due corpi eterogenei, la cosa esce subito da' limiti delle nostre supposizioni, nè può dare per l' assunto dell' sig. Bernoulli prova alcuna.

15. In terzo luogo si fa a riflettere il signor Bernoulli ad un altro caso, che sarebbe allora quando il foro fosse eguale alla metà del fondo, o della superficie dell' acqua contenuta nel vaso: il che posto, dice, che la superficie predetta EF (*tav.* 1. *fig.* 19.) discenderebbe con la meſà della velocità, di quello farebbe l' acqua uscente per CD: e ne ricava, che ciascuna goccia non impieghi da principio del suo muoversi, se non la metà della propria gravità naturale, e l' altra metà la comunichi alla goccia, che gli sta sopraposta; di modo che torni lo stesso, come nel foro infinitamente piccolo del caso precedente, venendo l' acqua animata da una gravità acceleratrice eguale alla metà della gravità acceleratrice ordinaria; onde poi la forza con cui l' acqua da principio esce, la stabilisce eguale a mezzo il peso della colonna acquea imminente sopra del foro CD, e la velocità con cui esce, rispetto a quella con cui uscirebbe, se il foro fosse infinitamente piccolo come $\sqrt{\frac{1}{2}}$ ad 1, vale a dire, l' acqua fluirebbe con quella velocità, ch' è dovuta ad un grave che cadesse dall' altezza di $\frac{1}{2}$ BF; e finalmente vuole che da ciò ne segua, ch' essendo in questa supposizione maggiore il moto obliquo o intrinseco, che deriva dall' ampiezza maggiore del foro, minore sia la velocità.

16. Ma qui mi sarà premesso di riflettere, che il signor Bernoulli, ed appoggia, direi quasi, senza avvedersene, la cateratta che cerca di proscrivere, e fa un' ipotesi, che pare interamente fuori della quistione. Appoggia la cateratta, avvegnachè, dicendosi la velocità del vaso suddupla di quella del foro per esser reciproche le sezioni con le dette velocità, convien porsi il moto in tutta la superficie EF, come appunto per un qualche spazio succede nella cateratta; e pure esso signor Bernoulli non voleva altro moto nell' acqua,

che quello che si fa nella colonna imminente al foro; oltredichè non resta poi manifesto, come porre si possa la velocità della superficie EF suddupla di quella del foro, quando quella per la supposizione non ha da muoversi, dovendo esso vaso conservarsi sempre ripieno; quindi le conseguenze che se ne sono dedotte, pugnando con i supposti nulla possono concludere. Facendo poi attenzione alla formula $\frac{n-m}{n}p$, espressa dal sig. Bernoulli (pag. 63.) per la forza che caccia l'acqua fuori del foro, quando questo fosse eguale a tutto il fondo cioè $n=m$; in tal caso essa forza sarebbe nulla, e la velocità espressa per $\frac{n-m}{n}r$, (in cui r vale l'altezza del cilindro: dove p nella prima espressione dinota la pressione della colonna acquea) sarebbe essa pure eguale a *zero*, non che infinitamente piccola, come l'Autore si esprime più abbasso. Può forse aver egli inteso per l'una e per l'altra il solo primo istantaneo momento: ma questo non è quello che porta la quistione, come tante volte si è notato nella disamina di queste proposizioni.

17. Istando il sig. Con. Riccati verso il signor Bernoulli, che per venir in chiaro della verità, volesse far il calcolo di quell' esperimento, che viene registrato dal Guglielmini verso il fine del suo Trattato *della misura delle acque correnti;* lo eseguisce il sig. Bernoulli (alla pag. 66.) delle *Esercitazioni*; ed in fatti si trova, che paragonata l'uscita effettiva dell'acqua del foro con quella del cilindro inserviente al medesimo, non è molto differente dall'egualità, cioè con la sola discrepanza di queste due frazioni a $\frac{10298}{10611}$ e a $\frac{15}{16}$, cioè quella, che corre fra il numero 504320 e 509328, ovvero di parti 5008; degno per altro di rimarco si è, come non ostante che la mole dell'acqua del cilindro, molto, per vero dire, si accosti ad esser eguale alla uscita pel foro, ciò non ostante quella sia però maggiore, e come che lo sperimento fu fatto dal Guglielmini coll'armar il foro di semplice lamina di ferro, così risponde con poco divario a quello, che pur fece il signor Marchese Poleni (se le misure si riducono, come è conveniente o tutte alle parti del piede regio di Parigi, oppure a quelle del piede di Bologna) sopra di che potrà vedersi, quanto fu detto a' numeri 7 e 8 dell' articolo corrente di quest' appendice, cioè, che praticato lo sperimento in questo modo, l'acqua uscita molto si accostava ad esser eguale a quella che potrebbe esser contenuta nel semplice cilindro di base come il foro, e di altezza come quella costante dell' acqua del vaso, il che poi non si è verificato nelle susseguenti sperienze, quando il foro veniva

armato in altra maniera, come in detto articolo abbondantemente si e considerato; in somma, quando non si abbia in riflesso il diametro della *vena*, ch' è il vero e naturale emissario, ma solo l' artificiale del foro, nulla di certo in questo affare sarà mai per raccogliersi.

18. Il fenomeno poi, osservato dal signor Bernoulli (pag. 68) della vena di acqua torbida ed opaca sino al di lei maggior restringimento, e dopo il detto punto pellucida e chiara, sembra a me, che molto provi, circa all' accelerarsi del moto dell' acqua sino al detto punto, e ridursi poi equabile dopo del medesimo, mentre è l' opacità, e la torbidezza non ponno da altro procedere, che dalla maggior costipazione ed affollamento dell' acquee particelle, che atteso il di loro maggior moto, più si affollano sino al massimo restringimento della *vena*; ma dopo di questa, rimettendosi alla uniformità del movimento, danno luogo alla diafaneità; il che ancora resta ulteriormente comprovato dall' osservarsi la vena continuar col medesimo diametro senz' altra alterazione: segno indubitato della equabilità del moto contratto dopo di quel punto dalle particelle dell' acqua.

VIII. Nel mentre che stavo trascrivendo la presente appendice, mi giunse la nuova Edizione della *Natura de' fiumi* del celebre Guglielmini, con le annotazioni del chiarissimo sig. Eustachio Manfredi, soggetto per tutti i titoli d' indelebile memoria, e la di cui perdita seguita in quest' anno 1739, sarà memorabile, accoppiate ch' erano in lui con raro esempio le perfette cognizioni egualmente delle più sublimi scienze, e delle più amene lettere. Egli dunque nell' Annotazione III. del capitolo primo alla propos. 6. (pag. 34) rimarca che il detto Guglielmini sia stato il primo a porre in essere la figura della cateratta o imbuto, che viene formato nel cadere dell' acqua dalla sommità di un vaso che ne sia ripieno, ed abbia un foro nel fondo, andandovi di moto accelerato. E vaglia il vero, certamente che il Newton nella prima edizione de' *Principj della naturale Filosofia* non fa parola di tal cateratta, come la fa nella seconda pubblicata del 1713, quando il libro della *misura delle acque correnti* del Guglielmini uscì l' anno 1690. Egli dunque e l' indicò in detto Trattato al lib. 4. prop. 6., e geometricamente poi dimostrolla, benchè cateratta non la chiamasse, nel libro 5. prop. 9. Dopo poi e del Guglielmini, e del Newton, il celebratissimo sig. Giovanni Bernoulli negli atti di Lipsia del 1716, ed il sig. Ermanno nell' appendice alla *Foronomia* ne diedero le loro particolari dimostrazioni fondate sopra il principio delle pressioni; onde furono di parere, che per concepire la velocità dell' acqua all' uscire dal foro, bastasse il porre al calcolo la semplice altezza della colonna acquea imminente ad esso foro.

2. Ma il sig. Manfredi con un molto convincente raziocinio stabilisce contro il sentimento predetto: *Che il semplice peso della colonna del fluido, che sta perpendicolarmente sopra del foro, da se solo non basterebbe che per metà a cacciar fuori l' acqua con quella velocità, con cui esce dal vaso (se questa è eguale a quella di un cilindro caduto da pari altezza) nè per trovare il rimanente della forza a ciò necessaria ad altro si saprebbe ricorrere, che all' altra acqua laterale, ch' è d' intorno alla detta colonna: e che spingendo secondo alla comune proprietà de' fluidi per ogni verso, venga come ad ischiacciare, e ad assottigliare quell' ultima falda o gocciola d' acqua, che si presenta al foro (la quale sola può cedere a tal pressione per avere l' esito aperto per lo stesso foro), e con ciò fuori la sprema, succedendo essa a riempier d' intorno ciò che quella ha lasciato di vuoto presso gli orli del foro, onde poi nasca la contrazione del getto. E però si dee conchiudere, che la forza di tutta l' acqua laterale nel produrre questo effetto sia altrettanta, quanta è quella della colonna perpendicolare, con cui in fatti sta in equilibrio; se pure non si dee dire piuttosto, che tutto l' effetto dipenda dalla detta acqua laterale, e che la colonna verticale altro non faccia, che andare somministrando al foro nuove falde di se stessa, di mano in mano che la forza obliqua le va spremendo, e cacciando fuori del vaso.*

3. Ho voluto qui trascrivere tutti li pensamenti del signor Manfredi, per ispiegar il fenomeno: riputando io poter questi dar tutto il peso a quanto si cerca; circa poi alla di lui dimostrazione che comincia al §. *Prendendo dunque* ec. (pag. 40.) ella è tutta fondata sopra la comparazione di un solido che cade dall' altezza che ha il fluido nel vaso, con la quantità del fluido ch' esce dal medesimo vaso, supposto che il primo abbia nel fine di sua caduta acquistata per appunto quella velocità, che poi sempre ritener dee il fluido in escire dal foro: vale a dire, ch' essa velocità nel solido sarebbe stata capace di correre un doppio spazio nel medesimo tempo, se in vece di cominciar dalla quiete ad accelerarsi, secondo la legge ritrovata dal Galileo, fosse sempre disceso con quella tal velocità acquistata nel fine della caduta; quindi esso sig. Manfredi raccoglie, che la quantità del fluido uscito, debba in buona teorica esser doppia della colonna, che sta sopra del foro, e non già, come altri hanno sentito, come la semplice colonna.

CAPITOLO TERZO

Dell' uscita dell' acqua da' vasi armati di tubi; sue leggi e fenomeni.

I. Nella ricerca della quantità dell' acqua, che in certo determinato tempo esce da' lumi de' vasi, oltre alle cose dette nel capitolo antecedente, vi è da attendere ad altre molto essenziali circostanze, le quali o trascurate, o non osservate, possono render dubbiose le sperienze, e fare che i calcoli che ad essi si appoggiano, restino non corrispondenti alla verità che si cerca. Fu il primo, per quanto a me costa, il Mariotte, che si avvisò, uscire maggior quantità di acqua da un tubo cilindrico, che fosse inferito nell' orificio di un vaso, di quella che nel medesimo tempo, può dallo stesso uscire dal detto orificio libero, e non punto armato di tubo, abbenchè il diametro e nell' uno, e nell' altro caso si supponga il medesimo. Riporterò una sola delle quattro sperienze fatte da questo accuratissimo Autore, e sarà quella che riferisce nel Trattato del moto dell' acque Vol. II. pag. 423. Ediz. d' Olanda in 4. *Io*, dic' egli, *ho fatta un' altra simile sperienza*: *Ho attaccato un tubo di sei piedi di lunghezza, e di un' oncia di larghezza all' apertura* E (*tav.* 1. *fig.* 20.) *di un vaso di capacità di un piede cubo, il quale essendo stato riempito di acqua, e' si vuotò in* 37 *seconde: ed avendo tagliato il detto tubo nel mezzo* H, *si vuotò in* 45 *seconde: e tagliato nell' alto in* E, *si scaricò in* 95 *seconde*; *dal che si ricava, che la lunghezza de' tubi cagiona maggior accelerazione*. Altri sperimenti soggiunge poi il detto Autore, che tutti confermano questa sua proposizione; aggiungendo a carte 424. *Un altro tubo di piedi* 4 *fece pure il medesimo effetto; egli aveva* 4 *linee* (di apertura di diametro) *da un capo, e quattro e mezzo dall' altro. Si inferì all' orificio secondo tutte e due le posizioni* (cioè da un capo e poi dall' altro) *e diede la medesima quantità di acqua, se non che parve, che essendo le* 4 *linee in* E, *e le* 4½ *in* F (vale a dire colla maggior apertura esternamente) *ne somministrasse tre o quattro cucchiari di più*. Nota in oltre, che se questi tubi sono troppo ristretti, poco o nulla è la differenza fra la quantità che danno i vasi, siano o armati, o non armati ne' loro emissarj di tubi.

II. Per ispiegare con fondamento quanto ci occorrerà in questa materia, è necessario di avanzare ciò che il sig. Cavaliere Newton ha prodotto ne' *principj della natural filosofia*. Ediz. II. prop. 36. Libro II. Caso primo al §. *Liquescat iam glacies ec.* dic' egli dunque: *Conciossiacchè le particole dell' acqua non passano tutte perpendicolarmente per il foro, ma dai lati del vaso d' ogni intorno fluendo e*

drizzandosi verso l' orificio, passano per questo con moti obliqui: e dirigendo abbasso il loro corso, cospirano nell' uscire a formare una vena di acqua, la quale è più ristretta un po al di sotto del foro, di quello sia nello stesso orificio, ed è il diametro della vena, al diametro dell' orificio come 5 a 6, ovvero come 5 ¼ a 6 ¼ prossimamente, seppure senza prender isbaglio, queste misure ho potuto prendere. E verso il fine di questo stesso paragrafo soggiugne: *Egli è poi noto, per gli sperimenti, la quantità dell' acqua somministrata da un lume circolare aperto nel fondo di un vaso, esser quella, che in ragione del diametro della vena con l' antedetta velocità uscir dee ec.* Dalle quali cose si raccoglie in primo luogo, per le osservazioni del Mariotte, che maggior quantità d' acqua esce pel foro di un vaso armato di tubo, di quello faccia per il semplice lume: contuttocchè siano entrambi di una stessa apertura di diametro; ed in secondo luogo dalle sperienze del Newton, doversi stimare la quantità dell' acqua, che viene somministrata da' lumi, in ragion della velocità, e della sezione non del foro, ma di quella della vena di acqua che in uscendo si forma.

III. Per istabilire alle osservazioni di questi insigni Autori, che primi tali fenomeni scoprirono, un congruo raziocinio, e ridurre possibilmente alla verità del calcolo la cosa, è d' uopo riflettere a qualche essenziale proprietà de' corpi fluidi in generale. Hanno questi, come è noto, le loro parti componenti, tutte vicendevolmente staccate; ma una certa loro naturale viscosità, o come altri chiamar la potrebbero *attrazione*, fa che si muovano con una specie di partecipazione, vale a dire, come se le medesime parti fossero in qualche modo assieme collegate: cosa, a cui se ben si attende, che disturba non poco le ordinarie leggi della gravità, per le quali ciascuna particola dell' acqua, dovrebbe con un certo impeto avvicinarsi al centro de' gravi, come accade a' solidi, qualor liberamente discendono; dal che si raccoglie, che il fluido muover si debba, come se fosse una cosa sola, ma il di lui moto dipende poi da molte altre circostanze affatto proprie di esso fluido, e niente comuni a' corpi solidi. In uscendo dunque che fa l' acqua da' vasi, conviene attendersi non solamente alla velocità, che ritiene per la pressione delle parti superiori, ma ancora al vero diametro del foro, come secondo il Newton si è registrato nel numero precedente. E perchè si osserva, che l' acqua uscente da' vasi non progredisce sempre con la stessa grossezza di vena, ma che si va assottigliando sino ad un certo termine, egli è da esaminarsi, da che possa derivare un tal ristringimento di diametro, il quale è maggiore, allorchè l' acqua passa nell' uscire per semplici lumi, e minore, quando passa per tubi di qualunque figura; e s' indicherà poi il modo di calcolare precisamente

qualunque quantità di acqua, somministrata da qualunque lume o munito, o non munito di tubo.

IV. Per la spiegazione di un tal fenomeno, il dire, che la velocità si accresca in passando pe' tubi; e che perciò si assottigli la *vena* dell' acqua (che così la chiameremo per uniformarsi al sig. Newton) ella è una mera ipotesi gratuitamente introdotta, non iscorgendosi veruna cagione, che un tale accrescimento di celerità possa produrre; quello che ben ci pare secondo la ragione in questo proposito di poter dire, si è, che ogni qualvolta i fori de' vasi vengono armati di tubi, allora l' acqua non può non seguire la direzione della cavità de' medesimi, senza che venga gran fatto ribattuta e riflessa verso l' asse del moto, camminando incassata, ed essendo più gagliardo il moto che si fa, secondo la lunghezza de' tubi, dell' obliquo che può nascere dalla ripercussione fatta da' pareti, onde le *vene* de' tubi sono sempre in parità di circostanze più dilatate delle *vene*, che si formano da' semplici e nudi lumi de' medesimi vasi, mentre discendendo l' acqua per l'altezza di questi vasi, non sì tosto esce da quelle angustie, che il di lei moto retto, resta non poco debilitato; perlochè l' obliquo, proveniente dall' affollamento dell' acqua in uscire, prevalendo sopra dell' altro, si dirige verso l' asse del moto, e riduce però più ristrette le *vene* ne' loro diametri. Una tale convergenza ne' semplici lumi, nasce dalla forza maggiore che ha l' acqua all' uscire spinta dalla pressione della soprastante nel vaso, dove uscendo da i tubi, non viene il moto obliquo gran fatto accresciuto; imperocchè la lunghezza del tubo, gli leva buona parte dell' energia, con cui ess' acqua dentro la cavità del detto tubo s' introduce. Se dunque da i moti obliqui, e per conseguenza ritardanti il libero corso dell' acqua, ne nasce la maggior contrazione delle *vene* dell' acqua; e se questa, posta in azione, risente in ogni sua parte le diverse affezioni del moto, non è difficile il dedurre la spiegazione del fenomeno, cioè che in parità di circostanze, scarichi più acqua un foro armato di tubo, di uno che ne fosse privo.

V. Per calcolar adunque le vere quantità dell' acqua che somministrano i vasi o per nudi fori, oppure col mezzo de' tubi, convien distinguere due sorti di sezioni, cioè *fisica* e *razionale*. La sezione *fisica* è quella che si viene a formare dal reale e missario, e che ha per sua ampiezza il diametro o del semplice foro, oppure del tubo. *Razionale* poi è quella che fa la *vena* dell' acqua nel sito del suo maggior restringimento, il quale, come dicemmo, nasce dalla cospirazione di tutti i moti obliqui dell' acqua posta in movimento per uscire. Per non andar errati nel calcolo della quantità dell' acqua ch' esce nel modo predetto, dobbiamo servirsi delle sezioni *razionali*, non delle reali e *fisiche*, che sono sempre maggiori delle prime,

e danno sempre un prodotto maggiore del vero: ch'è quel tanto che fu indicato anco dal Newton, come si è esposto al num. II. di questo capitolo. Sia il diametro del lume *razionale* di un vaso b; l'altezza dell'acqua mantenuta costante a; il tempo in cui se ne vuota nna data quantità t; ed il diametro del lume pur *razionale* di un altro vaso B; l'altezza della sua acqua, conservata come sopra A; ed il tempo dello scaricarsi di una quantità di acqua eguale alla prima T: se però sarà supposto incognito il diametro della vena del secondo vaso B, ed il resto tutto cognito, si avrà la formula $B = \frac{b \sqrt{t} \sqrt{\sqrt{a}}}{\sqrt{T} \sqrt{\sqrt{A}}}$, che si ricava dal num. XVIII. del capitolo precedente.

VI. *Scolio I.* A motivo di rilevare, se alla teoria qui sopra posta corrispondano le osservazioni, si sono volute prendere quelle che stanno registrate nel libro *de Castellis per quae derivantur fluminum aquae* del chiarissimo sig. Marchese Poleni: le quali comecchè fatte con la più precisa diligenza, così le prenderemo come fondamento de' nostri calcoli. Si piglieranno dunque alcune delle dette osservazioni come *radicali*, cioè a dire per norma dell'altre, e come sicure e certe: e colla base di queste, servendosi della formula del numero precedente, si anderanno rilevando le altre. Si supporrà per incognito il diametro di una vena di acqua, e per cognito quello di un'altra; e sarà quello dell'osservazione che diremo *radicale*, ed assieme supporremo conosciuta l'altezza dell'acqua, ed il tempo in cui succede lo scarico di una data quantità della stessa, come in fatti porta quella tal osservazione. Prendendo dunque per osservazione *radicale* la registrata a' §§. 29 e 30 di detto libro, nella quale il diametro della vena dell'acqua è di linee $25 \frac{1}{4}$; il diametro maggiore del frusto conico per cui usciva l'acqua di linee 42, il minore di linee 26, (essendo il detto maggiore attaccato al vaso) e la lunghezza linee 92, scaricò questi in minuti 2. 58'' una data quantità di acqua, essendo quella del vaso costantemente conservata all'altezza di linee 256; fatto però il calcolo, si ritrova, che il diametro della vena dell'acqua per il §. 31 dell'antedetto libro, dovrebbe essere secondo i dati, e la formula linee $25 \frac{55448}{170333}$, ch' eccede di tutta questa frazione il diametro osservato, cioè della terza sola parte di una linea o poco più. Così nel §. 32. avrebbe ad essere il diametro della vena $25 \frac{18952}{170333}$, dove si pone solamente 24. Parimenti nel §. 33. dovrebbe stare per la formula $25 \frac{82527}{88644}$, ma nell'osservazione non è più di linee $23 \frac{1}{2}$: ma egli è chiaro da vedere, quanto difficile sia il

prendere queste misure con l'ultima esattezza, quale veramente la dinota il calcolo; e ciò non tanto per un certo tremore, che in uscendo concepisce la vena, ma ancora perchè non è così facile il rilevare, ove veramente sia il piano della minima sezione della vena predetta; oltre di che, si può dare il caso, che l'osservazione da noi presa per *radicale*, non siasi praticata con l'ultimo dell'esattezza necessaria, ma che più precisa sia alcuna delle altre; lo che tutto può servire ad indurre le differenze sopraddette.

VII. *Scolio II.* Molto più però si accostano al vero i seguenti sperimenti, col supporre cioè per osservazione *radicale* quella, che sta registrata al §. 34, in cui si pone il diametro della vena linee 24 $\frac{1}{2}$, col fondamento della quale si ritrova, che il diametro della vena del §. 35. dev'essere 20 $\frac{36024}{211893}$, ponendosi dall'Autore 20 $\frac{1}{2}$, ch'è una sprezzabile differenza. Il diametro della vena del §. 38. deve star secondo la formula 20 $\frac{4779}{211893}$, e l'osservazione porta 20. Nel §. 39. dev'essere 19 $\frac{50489}{65691}$, ed è posto 20, pure con insensibile differenza. Si prende poi ne' tre seguenti sperimenti per osservazione *radicale* quella del §, 40. in cui l'altezza dell'acqua è di linee 128, il foro di un tubo cilindrico linee 26, la sua lunghezza linee 91, il tempo in cui scaricò una data quantità di acqua fu di 4. minuti, e 25 seconde, ed il diametro della vena linee 25; con tali dati si trova, che per il §. 41 avrebbe ad essere secondo la formula 24 $\frac{35047}{44322}$ assai prossimo al numero raccolto. Così ne' §§. 42, 43 dovrebb'essere il diametro della vena 20 $\frac{30190}{70631}$, dov'è notato 20 $\frac{1}{2}$ con un insensibile divario.

VIII. *Scolio III.* Presa poi per *radicale* osservazione quella registrata alli §§. 45, e 46. in cui non vi era tubo, con altezza di acqua di linee 178, con 9 linee di diametro nel lume, con acqua uscita nel tempo di un minuto e mezzo di onc~ cubiche 2560, ebbesi la vena di linee 7 $\frac{1}{2}$; calcolando dunque col fondamento di questa, trovasi per lo §. 47, che il diametro della vena avrebbe ad essere secondo la formula 7 $\frac{228431}{579920}$, dove è posta 7 $\frac{1}{6}$ secondo l'orizzontale, e 7 $\frac{3}{4}$ secondo la perpendicolore all'orizzonte. Nel §. 48, preso il diametro della vena 8 $\frac{1}{3}$ per osservazione *radicale* si ricava, che il diametro della vena del §. 49. dovesse essere 7 $\frac{291253}{579920}$, ed è posto 7 $\frac{1}{2}$, pure con una insensibile differenza, il diametro della vena del §. 50.

dovrebbe stare $8\frac{195883}{511552}$, e si fa eguale al foro reale, vale a dire, a linee 9. Nel §. 53, $8\frac{195883}{511525}$; nel §. 54. $8\frac{257055}{511525}$, nel §. 55. $8\frac{485843}{511525}$, cioè tutti essi diametri qualche poco minori delle linee 9, come porterebbero le osservazioni del precitato libro. Nel §. 57, l'area della sezione si trova essere $39\frac{87739}{109954}$, ma l'osservazione porta 42: così al §. 60. l'area si trova $46\frac{40275}{93401}$, e secondo l'osservazione il lato quadrato di questa sezione è $7\frac{2}{3}$. Una tale troppo sensibile differenza fra il calcolo, e l'osservazione può dipendere, perchè in questo §. non vengono dall'autore determinati i lati della sezione *razionale*: nel rimanente, come si è veduto, si accordano le osservazioni, per quanto è lecito pretendersi nelle cose fisiche, dalli calcoli geometrici.

IX. Dalle quali osservazioni, e deduzioni sembra potersi conchiudere, che i tempi, ne' quali escono le dette quantità di acqua dai frusti conici siano in subvigecupla proporzione de' diametri medii degli stessi frusti, o al più in subventunecupla de' medesimi diametri: noi però ci appiglieremo alla prima ragione di queste due; attesocchè dalla comparazione de' §§. 30 e 31, essendo quei diametri medii 29 e 34, sarebbe $\sqrt[20]{29} : \sqrt[20]{34} :: 177 : 178$, onde sommando i logaritmi estremi e medii di questi quattro termini, sarebbero l. 2. 3245072, e l. 2. 3235399 che hanno con poco divario lo stesso numero 211. Più anco si accosta alla detta proporzione paragonandosi i due §§. 31 e 33 per l'egualità che devono raffermare di $177\sqrt[20]{72} = 185\sqrt[20]{29}$, dando i due logaritmi 2. 3408399 e 2. 3402916, il di cui numero è prossimamente 219: così paragonando i §§. 31 e 32, dovendo stare l'analogia $\sqrt[20]{29} : \sqrt[20]{43} :: 177 : 180$, risultano i logaritmi 2. 3283924 e 2. 3296467, il numero de' quali è prossimamente 213.

X. *Scolio I.* A norma di che, si può calcolare quant'acqua di più darebbe un regolatore, che fosse posto alla bocca v. g. di un diversivo di un fiume, se questo avesse i lati dell'incile convergenti, rispetto ad uno che li avesse paralleli. Figuriamoci che quel regolatore avesse in bocca piedi 31, e nell'uscita piedi 24, e fosse paragonato ad uno della medesima lungezza, ma con le sponde parallele e distanti da per tutto piedi 24; sarebbe per il numero antecedente come $\sqrt[20]{24}$ a $\sqrt[20]{\frac{55}{2}}$, così il tempo per l'emissario parallelo che si chiamerà T, al tempo per l'emissario convergente, che diremo t; e se

T sarà eguale in grazia di esempio a 3600, sarà prendendo i logaritmi $l.$ 0. 0690105 : $l.$ 0. 0723579 : : $l.$ 3. 5563025 al quarto, onde $t = l.$ 3. 5596599, il di cui numero prossimo è 3628, cioè 28 secondi di più d'un'ora, ricercherebbesi per lo scarico della medesima quantità di acqua nell'emissario convergente, di quella si ricercasse nel parallelo; di modo che essendo i tempi come le quantità dell'acqua scaricata, se per esempio uscissero in un'ora 2000 botti di acqua pel parallelo, nel medesimo tempo pel convergente ne uscirebbero a questo conto botti 2015 $\frac{5}{9}$, cioè botti 15 $\frac{5}{9}$ di più; e servendosi dell'altra ragione subventunecupla ne uscirebbero sole botti 13 $\frac{7}{18}$ di vantaggio, sempre con una sprezzabile differenza.

Scolio. II. Sia adesso da cercarsi qual larghezza aver dovesse l'emissario parallelo, perchè tant'acqua vuotasse in un dato tempo, quanta il convergente nelle misure predette; è manifesto che dovendo essere $T = t$, sarà in tal caso (fatto il calcolo) la larghezza ricercata dell'emissario parallelo $\frac{55}{2} = 27 \frac{1}{2}$, cioè appunto un medio aritmetico fra 31 e 24. Ma a questo passo è facile da rilevare la contradizione che ne proviene in rapporto all'analogia dello scolio precedente, mentre ivi il diametro medio di piedi 24 dell'emissario parallelo dà la stessa quantità che quello di piedi 27 $\frac{1}{2}$ convergente in diverso tempo: dove, secondo queste ultime supposizioni, la darebbe nello stesso tempo con manifesta implicanza: lo che abbastanza prova, o che la differenza è insensibile, ovvero, avendo noi pontualmente seguito quanto proviene dagli sperimenti del sig. Marchese Poleni, esser fuori di dubbio, che per salvare i fenomeni vi abbisogni qualche cosa di più di ciò, che per le formule generali danno le aperture degli emissarj, le convergenze o parallelismi de' loro lati, o le velocità delle acque uscenti; lo che sia detto a maggior lume di questa cotanto intricata e difficile materia. Parimenti quando si facesse l'emissario parallelo eguale da per tutto a piedi 31, non si avrà gran fatto una maggior quantità di acqua, mentre in tal caso il logaritmo del tempo per l'emissario convergente sarebbe 3. 5540924, a cui risponde il numero 3585, vale a dire che 19 seconde prima darebbe il parallelo la stessa quantità dell'acqua del convergente, e che questo in vece delle 2000 botti in un'ora, ne somministrerebbe botti 1989 $\frac{4}{9}$, cioè sole botti 10 $\frac{5}{9}$ di meno. Per altro e nell'uno, e nell'altro caso sono queste differenze, come si è rimarcato, sprezzabili, quando si trattasse di una reale diversione per quello spetta alle alterazioni, che nascer potessero dalla maggiore o minore convergenza di detti regolatori. Bensì ne nasce, che la sezione *razionale* di un tal regolatore, abbia ad esser non poco differente dalla *fisica* dell'emissario; altrimenti molto differenti sarebbero i prodotti per la quantità dell'acqua uscita, come può assicurarsene chi volesse aver

il tedio di farne il calcolo. Sarebbe stato veramente il luogo più adattato da produrre queste considerazioni intorno a' diversivi, quello in cui si avrà a trattare delle acque correnti de' fiumi; ma ci sono parute tanto dipendenti da quanto in questi numeri si è esposto, che si è stimato proprio più tosto che altrove di qui registrarle.

XI. Insistendo nelle sperienze del surriferito libro, segue il §. 34. in cui applicandosi al solito vaso un tubo cilindrico, resta conservata l'acqua alla consueta altezza di linee 256; il diametro del tubo fu di linee 26, e la sua lunghezza di linee 91; diede questo in tre minuti e sette seconde la solita quantità d'acqua. Parimenti nel §. 35. si registra l'osservazione dell'essersi applicata al medesimo vaso una lamina di grossezza di un dodicesimo di linea, di pari diametro col tubo, e che lasciò uscire la solita data quantità di acqua in 4 minuti e 36 seconde. Fatti dunque i confronti di questi numeri e quantità, si trova che considerando la lamina anch' essa come un cortissimo tubo, il tempo dello scaricarsi dell'acqua sta in ragione subdecottupla della lunghezza respettiva de' tubi; cosicchè corre l'analogia $\sqrt[18]{\frac{1}{12}} : \sqrt[18]{91} :: 187 : 276$; rispondendo li due logaritmi che ne risultano, sommando gli estremi ed i medii termini, assai da vicino a dare il medesimo numero 2.4409091, e 2.4406313. Tanto pur ricavasi anco dalle osservazioni registrate ne' §§. 41. 42. e 43; dove nel §. 41. si prende il tubo cilindrico della medesima lunghezza e diametro come sopra, ma l'altezza dell' acqua si è fatta di linee 542; il tempo dello scarico fu di minuti 2 e seconde 11; e ne' §§. 42. e 43. presa la lamina come sopra, fu fatta pure la stessa altezza dell' acqua di linee 542, ed il tempo dello scarico della medesima quantità di acqua fu di minuti tre, seconde 13; onde l'analogia $131 : 193 :: \sqrt[18]{\frac{1}{12}} : \sqrt[18]{91}$, ed i logaritmi che risultano dall' egualità sono 2.2860614 e 2.2855573 che danno quanto basta lo stesso numero; che però tanto da questo, che dal IX. di questo capitolo, sembra potersi raccogliere il canone, *che le quantità* assolute uscenti da qualunque tubo o convergente, o di lati paralleli, e di qualunque lunghezza, siano in ragione composta della subvigecupla de' diametri medii, e della subdecottupla delle loro respettive lunghezze. Contuttociò questo canone non risponde (per quello riguarda alle proporzioni riferite alle lunghezze de' tubi) alle osservazioni de' §§. 50, 52, 53 e 54, salvandosi piuttosto quelle rispondenti a' diametri medii negli emissarj convergenti; dal che sempre più si può conoscere, che molto resti da investigare per accostarsi alla vera quantità, ch'esce da' vasi armati di tubi, ed in ispecie da questi di figura cilindrica.

XII. Tutto ciò che sin qui si è detto, non riguarda che il semplice

paragone degli orifizj *razionali*, o siano diametri apparenti delle *vene*, nella supposizione, che una delle due osservazioni sia giusta ed esatta; ora è da cercarsi il vero diametro *razionale*, senza che si abbia la necessità di averne osservato prima un altro corrispondente, come di sopra si è fatto; onde *posto il fisico orificio, sia da ritrovarsi il razionale*, almeno ne' lumi armati con tubi o conici, o cilindrici; attesocchè ne' nudi orificj conviene servirsi di qualche altra osservazione, come si vedrà nel progresso. Perchè dunque l'acqua discendendo a cagion di esempio liberamente da O in N, (*tav.* 1. *fig.* 21.) nell'accostarsi che fa al punto *n*, si va accelerando; cosicchè in minor tempo una particella dell'acqua percorrerà lo spazio K*n*, che un eguale spazio PK; quindi per una tale ragione le vene dell'acqua, dovranno per necessità sempre più assottigliarsi in discendendo, e nel progresso facendosi maggiore la velocità per la scesa del momento, con cui le parti dell'acqua a cagione o della loro viscosità, o delle loro vicendevoli attrazioni, stanno unite, si devono allontanare le une dalle altre, e la vena rimanere come discontinuata. Un tale staccamento comincia appunto sotto del minimo diametro della vena cioè in CD, oppure in LM, concependo che il vaso KABO, per li due eguali emissarj Kf, HGFA, versi l'acqua IKLM e DCHG. Ad altra circostanza deesi pur attendere, ed è, che, come si è notato, dovendo esser sempre maggiore il diametro della vena GHCD, ch'esce dal foro armato di tubo conico o cilindrico del diametro della vena IKML, fatto da quello senza tubo, abbenchè non minore, ma eguale di portata al primo GH, ne deriva, che tutte le sezioni analoghe della vena GHCD siano respettivamente maggiori di tutte le sezioni analoghe della vena IKLM; onde il diametro *razionale* di IK, sarà minore del diametro *razionale* di GH. Egli è ben vero, che per gli orificj armati di tubi conici o cilindrici, perchè poco o nulla restringesi all'uscire l'acqua, si potrà senza sensibile errore prendere i diametri *fisici* in GH per i *razionali*, non però in qualche distanza da GH come v. g. in CD, restringendosi a norma dell'allontanarsi da GH sensibilmente la vena.

XIII. Supposte le quali cose, se per esempio, conoscer vogliamo il minimo diametro CD della vena GHCD, osservisi il luogo preciso, dov' essa comincia a gettare de' spruzzi, e a discontinuarsi, e sia in C; si conduca CD normale alla direzione della vena nel punto C, o sia alla sua tangente, e questa normale per il numero antecedente rappresenterà il minimo diametro ricercato, e dal punto predetto C al lato BA prodotto si conduchi la perpendicolare CE; dicasi il lume *reale* o *fisico* (che in questo luogo equivale, ed è lo stesso, a cagion di essere il detto lume armato di tubo, che il *razionale*) *bb*; e perchè eguali quantità di acqua devono passare per GH, e per

CD nello stesso tempo, conservata che sia ad un'altezza costante l' acqua dentro del vaso in OB; sarà l' equazione $bb\sqrt{BA} = uyy$ (dicendo yy l' area del ricercato lume, ed u la velocità corrispondente al punto C; la qual velocità sarà come la radice quadrata di BE a cagion dell' accelerazione, che in discendendo va acquistando l' acqua, secondo le leggi de' gravi cadenti) onde sarà ancora $yy = \frac{bb\sqrt{BA}}{\sqrt{BE}}$, ovvero $y = \frac{b\sqrt{\sqrt{BA}}}{\sqrt{\sqrt{BE}}}$, ed in tal modo dalla sola osservazione del sito del punto C, si ricaverà per i detti tubi il minimo ricercato diametro.

XIV. Ma se il lume sarà senza tubo, converrà prima di ogni altra cosa ritrovare il diametro *razionale* corrispondente al reale IK, il quale, come si è detto, è maggiore sensibilmente del *razionale*, nè si può senza errore, come ne' tubi conici o cilindrici, prendere uno per l'altro. Si osservi dunque il più esattamente che sia possibile l' apertura del diametro LM, e l'altezza corrispondente NK; e dicendo il lume LM, cc, sarà l' equazione $cc\sqrt{ON} = tt\sqrt{OK}$ (facendo tt eguale all' area ricercata della sezione *razionale* IK), onde $tt = \frac{cc\sqrt{ON}}{\sqrt{OK}}$, stabilita la dimensione della qual area, sarà poi facile di rintracciare qualunque diametro minimo LM; e conosciuto il minimo diametro *razionale*, chi volesse da ciò dedurre l'altezza corrispondente AE, oppure KN, basterà prendere per incognita la BE, e la ON, e tutte le altre quantità supporle conosciute, e date, servendosi della formula $BE = \frac{b^4 \times BA}{y^4}$, ovvero $ON = \frac{t^4 \times OK}{t^4}$.

CAPITOLO QUARTO.

De' moti ritardati dell' acqua ch' esce da' lumi de' vasi; sue leggi e fenomeni.

I. Per moto ritardato non si vuole intender già quel ritardamento, che nell' uscire dell' acqua da' fori de' vasi deriva dal soffregamento delle parti componenti l' acqua con le pareti interne de' recipienti, e degli stessi lumi, ma bensì l' impedimento che si genera, allorchè l' acqua in uscendo incontra dell' altr' acqua stagnante, che sia però con la sua superficie di livello più basso di quello che sta nel vaso, mentre se quella ch' è in quiete fosse nello stesso orizzonte con quella che dee uscire, restarebbero bilanciate, e senza moto, come è facile da vedere. Il primo, per quanto io sappia, che di cotali moti ritardati ne formasse idea, e contezza ce ne desse, fu il

sig. Cav. Newton ne' *principj della natural filosofia:* vedendosi che nel caso sesto della proposizione 36. lib. 2. Ediz. II. accenna le leggi che cotesto moto può avere, dicendo: *Che se un vaso ripieno di acqua avrà un lume che sia immerso sotto la superficie di un' acqua stagnante, la di lui altezza sia minore dell' altezza dell' acqua del vaso, scaricherà l' acqua con una velocità che sarà come la dimezzata del residuo ch' è fra tutta l' altezza dell' acqua del vaso e l' altezza dell' acqua stagnante*, cioè a dire, in ragione dimezzata dell' altezza dell' acqua del vaso, che rimane sopra dell' acqua stagnante.

II. Sia a cagion d' esempio il vaso ADGH (*tav.* 1. *fig.* 22.) ripieno di acqua sino in HA, ed abbia un lume CD; pongasi questo vaso nell' acqua stagnante BDFE, la di cui altezza sia BD, sarà la velocità con cui esce l' acqua, purchè sempre sia tenuto pieno sino in HA, come la radice quadrata di AD — DB, cioè come $\sqrt{AB}$, e ciò proviene perchè tutta l' acqua GDB viene sostenuta da altrettanta acqua BDFE per l' equilibrio de' liquidi, onde la sola acqua sopra del livello BE, cioè quella, la di cui altezza è $BA = AD - BD$ deve uscire per il lume CD. Se dunque la quantità ch' esce per il lume CD così immerso, in un assegnato tempo, dicasi q, sarà l' equazione (supposta la larghezza del lume la QR) $q = QR \times (AD - AC) \times \sqrt{AB} = QR \times CD \times \sqrt{AB}$, che sarà la formola generale per conoscere le dette quantità, e dicendo qualunque altra quantità r, e le altre respettive linee di altro vaso similmente immerso qr, ad, ac, cd, sarà l' analogia $q : r :: QR \times CD \times \sqrt{AB} : qr \times cd \times \sqrt{ab}$; quindi se una di queste due quantità, e le misure del vaso, saranno conosciute e nel peso, e nelle loro lunghezze, avremo, mediante la sola sostituzione, conosciuta qualunque altra quantità e misure dell' altro vaso; cosicchè sarà la formola $r = \frac{q \times qr \times cd \times \sqrt{ab}}{QR \times CD \times \sqrt{AB}}$.

III. Altra sorte di moto ritardato nasce allora, che un fluido in quiete, viene posto in movimento da un altro fluido, che sopra vi cade. Sia il vaso φLEK (*tav.* 2. *fig.* 1.), il quale s' intenda chiuso da tutti i lati, a riserva del foro QP, e l' acqua in esso sia mantenuta all' altezza costante SB; l' altezza del foro sia sopra l' acqua stagnante $XT\mu$ per tutta la $P\mu = NR$ (condotta cioè VM parallela o SL) è chiaro che questa verrà posta in movimento dalla forza dell' impeto, con cui essa cadendo mette in azione la superficie fluida ma quieta $X\mu$. Un tal moto seguirà con due contrarie direzioni, cosicchè si moverà l' acqua in parte secondo la TX, ed in parte secondo $T\mu$, e quell' acqua ch' è sottoposta all' asse della *vena* cioè la qV, non si moverà nè verso una, nè verso l' altra parte. Questa

impressione deve avere i suoi limiti, e comunicarsi o sino al fondo in V, se la distanza non è grande, ovver anche non passar il punto Z, se RV fosse d'una insigne profondità; in tutti i modi ragion vuole che si comunichi alle parti dell'acqua con forza ineguale, e che perda della propria energia a misura che si discosta dalla superficie Xμ, e che resti l'acqua maggiormente mossa vicino ad XR di quello sia in YZ, o in V. Un tale scemamento di moto nasce, perchè essendo l'acqua XμLV per la supposizione in una perfetta quiete, ed il moto dovendo cominciare la propria azione nella superficie XR per istendersi poi successivamente verso del fondo, avendo a movere tutti, dirò così, gli strati dell'acqua, e moverli successivamente, gli si moltiplicano le resistenze, onde deve perdere anche successivamente non pochi gradi della primiera velocità, prima di arrivare a muovere le parti più lontane dalla superficie, e più vicine al fondo.

IV. Prodotta l'orizzontale BS in M, producasi altresì RV in M, e fatto asse Mq e vertice il punto M si descriva la mezza parabola MXq, egli è manifesto che Xq esprimerà la velocità della vena dell'acqua in TR; perdendosi poi l'impeto a misura dello scostarsi che fa dalla superficie Xq sino all'estinguersi affatto il moto, che può supporsi al fondo V, vi sarà una curva, che tali velocità residue potrà connotare, come VYX, e però l'area di questa rappresenterà il moto ritardato nell'acqua stagnante, che risulterà bensì originalmente dalla direzione verticale della penetrazione, ma effettivamente dalla tendenza orizzontale, con cui ess' acqua viene posta secondo tal direzione in movimento: che però se s' intenderà, che l'acqua della vena ad altro non contribuisca, che ad eccitare il moto predetto all'acqua stagnante, senza farla punto crescere di altezza, come accade allorchè o l'acqua stagnante può tramandare a capello la sopravveniente, o pure che la dett'acqua stagnante sia di superficie così dilatata, che qualunque quantità di acqua, che vi possi somministrare il vaso, sia da riputarsi un infinitamente piccolo, in riguardo della quantità di dett'acqua stagnante; sarà dunque in tali circostanze il moto ritardato di quest'acqua, rappresentato dall'area di detta curva XRV, la natura della quale dipenderà dalla cognizione della legge delle resistenze.

V. Poste le stesse cose, sia il vaso φLDEKA (*tav.* 2. *fig.* 1.), che in vece di avere il foro PQ, fosse dalla cima al fondo aperto, come mostra la sezione ADEK, cosicchè l'acqua stagnante potesse entrarvi liberamente, sino al lato opposto PL, ed inoltre, che per la bocca φK gli venghi somministrata una data quantità di acqua, la quale però in cadendo niente alteri quella che trovasi attualmente nel vaso, e che a cagione delle angustie della sezione ADEK, che proibisce la libera uscita, debba alzarsi internamente di livello.

Sia da ritrovarsi (dopo che sarà l'interna acqua ridotta allo stato di permanenza, a cui arriverà in pochi momenti) l'altezza BC sopra la stagnante CD. Anche dalla sola ispezione della figura apparisce che due moti dovendosi separatamente considerare, il primo *vivo* dell'acqua che strammazza dalla sommità B nella stagnante CG, ed il secondo quello che dovrà concepire l'acqua stagnante, a cagione della pressione e forza fatta dall'acqua viva CBG. Per quello riguarda il primo di questi moti, essendo di già per la supposizione, arrivata l'acqua allo stato permanente, in tutti i punti della perpendicolare cb, si moverà con la stessa legge, come ne' moti liberi di pressione, vale a dire, che descrivendo intorno all'asse bc una mezza parabola, esprimerà questa con la di lei area, l'aggregato delle velocità competenti a tutti i punti di bc. Il moto poi che riceverà l'acqua stagnante CGD lo potremmo supporre come le due terze del rettangolo fatto dalla velocità massima CG, e dalla pronfondità CD, cioè che questa curva DHG che lo esprimerà, sarà dessa pure parabolica, giacchè con tale ipotesi bastevolmente si possono spiegare i fenomeni, e le osservazioni.

VI. Se pertanto diremo q la quantità dell'acqua somministrata esternamente dal vaso φLEK, sarà l'equazione $q = \frac{2}{3}\,BC \times CG \times DE \times \frac{2}{3}\,CG \times DC \times DE$ eguale alla quantità dell'acqua, che nello stesso tempo, in cui si scarica la quantità q esce per la sezione BDE, col moto vivo BC, e con quello che diremmo di *partecipazione* CD. E se si concepirà, che un vaso esterno somminstri per la bocca φK al vaso φLEK per uno o più fori l'acqua q, cosichè il numero di questi fori sia n; la sezione razionale di uno di questi sia bb, ed a l'altezza, alla quale viene costantemente mantenuta l'acqua in questo vaso esterno, e dicendo $BC = x$, $DE = y$, $DC = c$, sarà l'equazione analitica $nbb\sqrt{a} = \frac{2}{3}\,xy\sqrt{x} + \frac{2}{3}\,cy\sqrt{x}$, ovvero $3nbb\sqrt{a} = 2xy\sqrt{x} + 2cy\sqrt{x}$, in cui supponendo per incognita la sola $BC = x$. e liberando l'equazione dall'asimetria, si ridurrà a $x^3 + 21xx + ccx - \frac{9nnb^4a}{4yy} = o$, ed il valore di x sarà $\frac{m^3}{2} + \sqrt{\left(\frac{m^6}{4} - \frac{c^6}{729}\right)} + \sqrt[3]{\left(\frac{m^3}{2} - \sqrt{\left(\frac{m^6}{4} - \frac{c^6}{729}\right)}\right)} - \frac{2}{3}c$, nella quale $\frac{m^3}{2} = \frac{8c^3yy + 243nnb^4a}{216yy}$.

Questo valore serve per ritrovare, data la quantità dell'acqua esternamente somministrata da' fori nbb, l'altezza a cui giugnerà sopra la stagnante, la viva BC. Che se i'acqua, che dal vaso esterno entra nel vaso φLDEKA, cadesse sopra l'acqua in esso contenuta, e ridotta già allo stato permanente, tal pressione accrescerebbe il moto della stagnante, cosicchè uscirebbe dalla sezione composta DEB tanta maggior copia di acqua, quanto importerà l'azione di essa

nuova pressione equivalente, cioè alle due terze del rettangolo, che avesse per lati, la massima velocità di quest'acqua cadente, e la profondità BD.

VII. *Scolio*. Molti sperimenti intorno questi moti ritardati ha fatti il sig. Marchese Poleni, e riferiti nel libro intitolato: *De motu aquae mixto*, da' quali si possono rilevare in fatti le altezze vive BC acquistate dall' acqua nell' uscire che fa dalle sezioni BDE. Dice il celebre autore *di aver ricercate varie regole*, per adattarle alla spiegazione de' fenomeni, *e di aver con molti e molti calcoli procurato di salvare le osservazioni: varias regulas quaesivi, nec sine plurimis calculis tentavi (non enim alio modo, quam tentando, res haec perfici posse videbatur) aptare ipsas singulis experimentis etc.* §. 67., e soggiugne di aver finalmente scelta una regola, *la più conveniente di tutte per ottenere il fine, che avevasi proposto;* e di ciò aver eseguito coll' introdur nelle curve paraboliche esprimenti le velocità, certi parametri variabili, le formole dei quali si dichiara di averle fissate col tentare l'operazione, cioè a *posteriori* e dagli effetti risultati dagli sperimenti.

VIII. Il teorema su cui sono piantate le proposizioni, è fondato nella supposizione che l'acqua stagnante, dopo essere stata posta in movimento da quella che sopra vi cade, si muova in ciascheduna sua parte con la velocità massima, con cui si muove la viva: così sta espresso al §. 87. con questi sensi: *La quantità dell' acqua, ch' esce per la perpendicolare del moto misto è il prodotto, che si fa dal tempo, moltiplicato per la radice dell' altezza viva nel parametro del moto misto, moltiplicato per le due terze parti della viva altezza, aggiuntavi l' altezza morta*, vale a dire con i simboli algebraici da noi sopr' adoperati, sarà $q = t\sqrt{Px} \times \frac{2}{3}(x+c) = t \times \frac{(2x+2c)}{3}\sqrt{Px}$. (chiamando P il parametro del moto misto) la qual formola è differente da quella, che si è posta al num. VI. di questo, e la differenza nasce per prendersi la velocità massima competente alla viva altezza, come costante per il moto, che concepir deve l' acqua stagnante, dove nel numero predetto viene esposta per $\frac{2}{3}$ del rettangolo fatto dalla massima velocità; e dalla profondità, ove termina la propagazione del moto. È pur differente da quella, imperocchè il parametro P si pone nel numero VI. costante, dove nel libro del *moto misto* si varia secondo che variano le altezze che vengono chiamate *vive* e *morte*. La formola per esso si è dedotta, per quanto viene asserito, col tentar l'operazione; quella del numero VI. da i principj più semplici dell' idrometria.

XI. *Scolio I.* Se la quantità $t \times \frac{(2x+2c)}{3}\sqrt{Px}$ si potrà eguale alla

quantità dell' acqua somministrata dal vaso intermedio, come far si deve ogni qualvolta l' acqua uscente per la sezione del *moto* chiamato *misto* è ridotta allo stato di permanenza, la formola non si troverà a sufficienza corrispondere alla detta uscita. In oltre dandosi P per x e costanti, se noi vogliamo (date le altre quantità, ritrovare l' altezza viva della sezione, non lo potremo fare, secondo a quanto viene prescritto dal libro predetto, se non arrivando ad una equazione biquadratica molto involuta per ritrarne il valore di x, dove con le formole di sopra registrate non ascende l' equazione, che al terzo grado. I calcoli registrati a' §§. 82. 83. e 84 per verificare alcune osservazioni, danno il solo rapporto fra la quantità dell' acqua ch' esce in uno sperimento, rispetto a quella ch' esce in un altro, lo che non sembra sufficiente per conoscere realmente ciò che si cerca.

X. *Scolio II.* Ad oggetto però di rilevare il consenso delle formole poste di sopra con li fenomeni osservati dal sig. Marchese Poleni, si sottopone al calcolo lo sperimento registrato al §. 43, servendosi della formola del numero VI. Supponiano dunque come incognita l' altezza viva, ritrovatasi con l' osservazione, di $\frac{35}{4}$ di linee del piede Regio di Parigi, e come cognite tutte le altre quantità, cioè l' altezza di linee 55 dell' acqua stagnante $= c$, la larghezza della sezione $y = \frac{31}{2}$, il numero di tubi, che scaricano l' acqua cioè $n = 3$, l' altezza dell' acqua del vaso intermedio $a = 252$ il diametro di ciaschedun tubo, che il sig. Poleni dice, che arrivava quasi alle 8 linee noi le prenderemo come di $\frac{31}{4}$ di linee, e ciò non solamente perchè in fatti il foro fisico scarseggiava delle 8 linee, ma ancora perchè doveva molto più scarseggiarne la sezione *razionale* dalla accennata misura, abbenchè potesse poi computarsi qualche cosa di più l' altezza dell' acqua del vaso intermedio, che però prendendo questo diametro di $\frac{31}{4}$ di linee si crede anzi di prenderlo un po' eccedente, piuttosto che minore. Essendocchè dunque il valore di x è eguale a

$$\sqrt[3]{\left(\frac{m^3}{2} + \sqrt{\left(\frac{m^6}{4} - \frac{c^6}{729}\right)}\right)} + \sqrt[3]{\left(\frac{m^3}{2} - \sqrt{\left(\frac{m^6}{4} - \frac{c^6}{729}\right)}\right)} - \frac{2}{3}c, \text{ in cui}$$

$$m = \frac{8c^3yy + 243nnb^4a}{216yy}$$ ne rileveremo il preciso nel modo che segue.

XI. *Scolio III.* Sarà $bb = 47$ ommesse le frazioni, che poco o nulla rilevano

log. $8 = 0.9030900$
log. $c^3 = 5.2210881$
log. $yy = 2.3806634$
log. $\quad = 8.5048415$

il cui numero è 319772774

$$\begin{aligned} \text{log. } 243 &= 2.\,3856063 \\ \text{log. } 9 &= 0.\,9542425 \\ \text{log. } b^4 &= 3.\,3441958 \\ \text{log. } a &= 2.\,4014005 \\ \hline & \ 9.\,0854451 \end{aligned}$$

il cui numero è 1217433109; e però la somma delli due antecedenti numeri sarà . . . . 1537205883 (A)

$$\begin{aligned} \text{log. } 216 &= 2.\,3344537 \\ \text{log. } yy &= 2.\,3806634 \\ \hline & \ 4.\,7151171 \end{aligned}$$

il cui numero è 51894, onde se questo dividerà il numero (A), il quoziente 29622 sarà $\frac{m^3}{2}$ e $\frac{m^6}{4}$ sarà 877462884 (B). Se poi dal logaritmo di $c^6 = 10.\,4421762$, si sottrrarà il logaritmo di $729 = 2.\,8627275$, rimarrà $7.\,5794487$ logaritmo di $\frac{c^6}{729}$, il di cui numero è 37977080, e se questo pure sarà sottratto dal numero (B), resterà $839485804 = \frac{m^6}{4} - \frac{c^6}{729}$ la di oni radice quadrata è prossimamente 28974, onde la formola per il valore di x, diverrà eguale a $\sqrt[3]{}(29622 + 28974 + \sqrt[3]{}(29622 - 28974 - \frac{110}{3} = 38\,\frac{4943}{112810} + 8\,\frac{113672}{170505} - \frac{110}{3}$, che si riduce a $x = 10\,\frac{505819101}{1154080143o}$.

XII. *Scolio IV.* In tali supposizioni dunque l'altezza viva x sarebbe qualche cosa maggiore delle dieci linee, dove il signor Marchese Poleni la trova solamente $\frac{34}{4}$ di linee: molti accidenti possono esser cagione di un tal divario; i più rimarcabili sono i seguenti: il non aversi determinato il vero diametro *razionale* de' tubi del vaso intermedio, come sopra si è avvertito; l'aversi ommessa la considerazione di qualche frazione nel calcolo ad oggetto di non imbarazzarsi in una fatica fuori di proposito; l' aversi preso nell'osservazione in vece della vera altezza dentro del labbro che fa l'acqua in stramazzando nella stagnante, qualche altezza nella stessa curvatura del detto labbro; e finalmente, perchè forse, per niente dissimulare li $\frac{2}{3}$ del rettangolo fatto dalla massima velocità nella profondità da noi preso per esprimere il moto dell'acqua che prima era stagnante, non è per avventura la supposizione più esatta, ripugnando anche alla

sperienza; mentre non abbiamo mai ritrovato che i tempi abbiano veruna costante relazione alle altezze vive, lo che pure dovrebb' essere, quando le velocità avessero qualche relazione alle altezze. Potrebbe tal varietà anco derivare, perchè il moto orizzontale concepito dall'acqua, penetrando assai sensibilmente sino al fondo, turbasse la legge predetta, e ricercasse di prendersi un' altra quantità diversa dal rettangolo, di cui si è detto; lo che non può veramente determinarsi che con molte e molte sperienze ed osservazioni.

XIII. Si è sottoposta al calcolo la medesima osservazione del §. 43. del libro predetto, supponendo cognite tutte le quantità, fuori che l'altezza dell'acqua del vaso intermedio S, e ciò per iscandagliare se in fatti corrisponda alla formola in esso fissata $q = \frac{2}{3} \times (x+c) \times y \sqrt{Px} = nbb \sqrt{a}$, oppure $\sqrt{a} = \frac{\frac{2}{3}(x+c) \times y \sqrt{Px}}{nbb}$. Avressimo, per vero dire, ricercato volontieri, come nel numero XI. di questo si è fatto, il valore dell' altezza viva x, ma il tedio di aver a sviluppare un' equazione del quarto grado ci ha fatto astenere da una tal ricerca; tanto più, che se il metodo è conforme alla verità, questo supposta incognita qualunque quantità, quando le altre sieno note, deve far rilevare il valore dell' indeterminata. Per una maggior facilità adunque abbiamo presa per incognita l'altezza predetta a, e supposti i numeri esprimenti le altre quantità, come sopra; si è in primo luogo sulle tracce del §. 71 ritrovato il valore del parametro del *moto misto*, senza però supporre divisa la linea del piede Regio nelle $\frac{m}{40}$ parti, come ivi viene praticato, ma prendendola come una linea appunto, e supponendo poi il parametro del moto chiamato *semplice* eguale all' unità, che dal signor Marchese Poleni si fa 1000, si trova per tanto P eguale a $\frac{8975}{11265}$, le altre quantità sono $x = \frac{35}{4}$, $c = 55$, $bb = 47$, $y = \frac{31}{2}$, onde sostituendo questi valori nella formola sopraposta, e riducendola proviene $\sqrt{a} = 17$, ed $a = 289$. Sopra di che è d'avvertire, essersi tralasciate le frazioni, come poco o nulla alteranti il calcolo; ma secondo l' osservazione era $a = 252$, che però risulta maggior del vero la quantità dell'acqua, che si fa uscire per la sezione del *moto misto*, e potersi concludere che la formola non ben regge alla verità, comecchè in tali supposizioni eccede l'altezza dell' acqua del vaso di mezzo la vera osservatasi, di una quantità di linee 37.

XIV. Che se in vece di supporre incognita la dett' altezza, si farà tale la larghezza della sezione cioè y, per vedere se il calcolo più si accostasse a quanto fu rilevato nell' osservazione, sarà la formola per questo caso $y = \frac{nbb \sqrt{a}}{\frac{2}{3}(x+c) \sqrt{Px}}$, in cui $a = 252$, e sostituendo i

numeri posti e ritrovati di sopra, si ha, lasciate le frazioni, $y = 13$ quando nel §. predetto viene determinata $\frac{31}{2}$, cioè molto maggiore. Che però ad oggetto di far che uscisse una determinata quantità di acqua per la sezione del *moto misto*, converrebbe restringerla alle dette linee 13, con manifesto dissenso dell' osservazione dalla formola.

XV. Si è pur fatta altra prova del nostro metodo sopra l'osservazione registrata al §. 48 in cui l' altezza *morta* si fa di linee in circa 16, la larghezza della sezione linee 38, e si hanno 12 tubi aperti, persistendo l' acqua del vaso di mezzo pure alle linee 252. Si ritrova adunque, che questi numeri rettamente sostituiti nella nostra formola danno $x = 40\frac{1}{2}$ prossimamente, dove nel libro predetto si pone linee 42, con divario quasi sprezzabile, potendo anco esser provenuto dall' avervi preso $c = 16$, quando dovevasi prendere $c = \frac{65}{4}$ cioè un po' maggiore di 16. Ma esaminando la formola del signor Poleni, col porre per incognita l' altezza a dell' acqua del vaso di mezzo, si trova per lo sperimento sopraddetto del §. 48 essere il parametro del *moto misto* $P = \frac{5375}{7317}$; onde sostituendo i valori degli altri numeri, facendo $c = 16$, come sopra, si ha che l' altezza sopraddetta a, dovrebb' essere, neglette le frazioni, eguale a 289, come appunto fu ritrovato, calcolando l' osservazione del §. 43, e per conseguenza maggiore di quello, che realmente fu ritrovata, e dev' essere di un eccesso di linee 37 prossimamente. Un tale consenso fra tutti e due gli sperimenti, calcolati secondo le formole del signor Marchese Poleni, fanno chiaramente comprendere esservi dappertutto dell' esorbitanza, e prendersi la quantità dell' acqua uscita col *moto misto* maggiore di quello, che in effetto dovrebb' essere.

XVI. *Corollario I.* Qualunque delle quantità, ch' entrano nella nostra equazione fondamentale $x^3 + 2cxx + ccx - \frac{9nnb^4a}{4yy} = o$, supposta per incognita, e cognite tutte le altre, si avranno nuove formole, che faranno conoscere il valore delle medesime. Sia in grazia di esempio incognito il numero di tubi n per i quali si scarica il vaso di mezzo. L' equazione si cangerà nella seguente (1) $n = \frac{2y\sqrt{(x^3 + 3cxx + ccx)}}{3bb\sqrt{a}}$, nella quale essendo cognite a, c, bb, x, si ritrarrà il vero valore di n, cioè il numero predetto dei tubi da aprirsi, acciocchè con l'altezza a dell' acqua del vaso di mezzo, si abbiano poi ancora le altre quantità ricercate.

II. Ma ponendo incognita l' altezza dell' acqua e del vaso di mezzo, sarà la formola (2) $a = \frac{4yyx^3 + 8cxxyy + 4ccxyy}{9nnb^4}$.

III. E supponendo incognita la c, cioè l'altezza *morta* della sezione, sarà (3) $c = -x + \sqrt{(xx + mm)}$, in cui $mm = \frac{9nnb^4a - 4yyx^3}{4xyy}$.

IV. E facendo incognita la larghezza della sezione y, sarà (4) $y = \frac{3nbb\sqrt{a}}{2\sqrt{(x^3 + 2cx^2 + ccx)}}$.

V. E finalmente volendosi per incognito il lume di uno de' tubi (eguale però di diametro a tutti gli altri) del vaso di mezzo, sarà la formola $bb = \frac{2y}{3n\sqrt{a}}\sqrt{(x^3 + 2cxx + ccx)}$.

I casi possibili dagl' impossibili si manifesteranno dalle stesse sostituzioni, quando provenghino quantità negative o immaginarie.

VI. Servendosi della (3) formola $c = -x + \sqrt{(xx + mm)}$ per ritrovare l' altezza dell' acqua stagnante c, se il numero n de' tubi del vaso di mezzo sarà 8, $bb = 47$ linee quadrate, $a = 300$, $y = 20$, $x = 12$, diverrà l' antedetta formola $c = 129$, nella quale $mm = 19737$, e $\sqrt{(xx + mm)} = 141$ prossimamente.

XVII. Sia da ridursi il *moto ritardato* al *moto libero*, vale a dire, data la sezione, in cui vi sia un' acqua stagnante posta in moto da un' acqua viva corrente che gli sopravvenga, ritrovare un' altra sezione, nella quale movendosi liberamente l' acqua, scarichi questa in un dato tempo la stessa quantità di acqua che scaricava la sezione del moto *ritardato*. Intendasi nella perpendicolare AD (*tav.* 2. *fig.* 2.) l' altezza BD, in cui per lo spazio BC muovasi l' acqua di moto *libero*, e in CD di moto *ritardato*. Sia BE la parabola esprimente la velocità del moto *libero* e $\frac{2}{3}$ CE $\times$ CD l' area, che connota il moto *ritardato*; egli è da ritrovarsi l' altezza FG, sopra la quale, come asse descrivendosi la parabola FGH, esprima l' area di questa una quantità eguale alla quantità dell' aggregato dei due moti predetti *libero* e *ritardato*, cioè, che l' area FHG sia eguale alle due aree BCE e $\frac{2}{3}$ DC $\times$ CE. Chiamisi la FG l' altezza media dei due moti suddetti; e dovendo per la supposizione esser eguali le aree BCE + $\frac{2}{3}$ CE $\times$ CD a FGH, sarà l' equazione (dicendo u la GH, y la CE, e le altre linee chiamandole e determinandole come sopra) $\frac{2}{3}cy\sqrt{x} + \frac{2}{3}xy\sqrt{x} = \frac{2}{3}uz\sqrt{z}$ (z è l' altezza ricercata FG) che si riduce a $z = \sqrt[3]{\frac{(c+x)^2 \times xyy}{uu}}$, e l' area mista diventerà $\frac{2}{3}u \times \sqrt[3]{\frac{(c+x)^2 \times xyy}{uu}} \times \sqrt{\sqrt[3]{\frac{(c+x)^2 \times xyy}{uu}}}$. Che però se si dirà q la quantità dell' acqua uscita per FG in un dato tempo t, sarà $q = \frac{2}{3}tu \times \sqrt[3]{\frac{(c+x)^2 \times xyy}{uu}} \times \sqrt{\sqrt[3]{\frac{(c+x)^2 \times xyy}{uu}}}$, e tale sarebbe la ricercata

quantità, che darebbe la sezione *libera* nelle condizioni de' moti antedetti *libero*, e *ritardato*, e la velocità media $\frac{2}{3} u \sqrt{u} \sqrt[3]{\frac{(c+x)^2 \times xyy}{uu}}$.

XVIII. *Corollario*. L' altezza della sezione *libera* z del moto *ritardato* dell' osservazione registrata al §. 43. del *moto misto*, supponendo $u = y$ sarebbe eguale a linee 33 prossimamente, ricavandosi ciò dalla formola posta al numero antecedente, divenendo in tal supposizione $z = \sqrt[3]{(c+x)^2 \times x}$, nella quale $c = 55$, $x = \frac{15}{4}$. Ma l' altezza della sezione libera del moto *ritardato* del §. 47 in cui $c = 108$, $x = \frac{11}{4}$, ed $y = u$ sarà eguale a linee 32 in circa.

XIX. Sia proposto da indagare nel peso di grani l' acqua, che fosse per uscire dalla sezione *libera* del moto *ritardato* dentro lo spazio di un minuto di ora. È chiaro da vedere, che la formola per questi casi è la registrata al numero XVIII. del Capitolo II., e che allora la y ivi adoperata diventa zero, sarà adunque $r = \frac{252160 \times 3}{9 \times 564 \sqrt{564} - 561 \sqrt{561}} \times f \sqrt{x}$, ma $f \sqrt{x}$ è eguale in queste supposizioni ad $uz \sqrt{z}$, ovvero facendo $u = y$ ad $yz \sqrt{z}$, perlochè sarà la quantità dell' acqua ridotta al peso di grani per il tempo predetto di un minuto di ora $r = \frac{252160 \times 3}{9 \times 564 \sqrt{564} - 561 \sqrt{561}} \times y \sqrt[3]{(c+x)^2 \times x} \sqrt{\sqrt[3]{(c+x)^2 \times x}}$, nella qual formola basterà sostituire i valori di c, x, e y, per conoscere la ricercata quantità.

XX. *Scolio*. Essendo per tanto, secondo l' osservazione del §. 43. $y = \frac{31}{2}$, $c = 55$, $x = \frac{15}{4}$, ed essendosi trovato al numero XVIII. di questo $z = 33$, sarà $\sqrt{z} = \sqrt{33}$, onde $r = \frac{252160 \times 3}{990} \times \frac{31}{2} \times 33 \sqrt{33}$, che fanno grani prossimamente 2233526 per un minuto primo d' ora, ch' equivalgono ad once cubiche 2841 $\frac{250}{393}$; e nello sperimento del §. 47, uscirebbero nel medesimo tempo grani in circa 2177925, ommesse le frazioni. Si potrebbero rettificare queste operazioni col ridurre a peso l' acqua, ch' esce dal vaso intermedio S, ed in tal modo sarebbe ridotto il foro verticale all' orizzontale, come viene anco prescritto al numero XX. del capit. II. e la quantità dell' acqua sarebbe $\frac{126080}{110} \times f\, 252 \sqrt{252} - \frac{977}{8} \sqrt{977}$. Ma se si ponesse f ch' è l' orificio di uno de' fori, di linee quadrate 47, come sopra si è fatto, supposto il diametro $7\frac{3}{4}$, ne darebbero i tre fori maggior quantità di quella, che fosse per dare la *media* sezione *libera* del moto *ritardato*; onde perchè si ottenghi l' eguaglianza, sarebbe da farsi $f = 28$ linee quadrate, cioè, che il diametro di uno de' fori fosse di sole

linee 6. Un tal divario può procedere dalle resistenze che incontra l'acqua all' uscire, essendovi molta differenza fra il moto dell' acqua osservato nello sperimento del Guglielmini, preso da noi per *radicale*, e quello osservatosi dal signor Marchese Poleni. Il Guglielmini prese un vaso molto alto per le sue osservazioni; cosicchè vi è luogo di credere, che il moto dell' acqua risentisse minori resistenze in uscire dal suo orifizio; in somma molte sono le circostanze che vanno alterando la quantità dell' acqua uscente da i vasi, per battere di puntino con li fondamenti teorici del calcolo; lo che abbiamo voluto accennare, perchè alcuno non credesse che volessimo troppo attribuire alle nostre proposizioni, o troppo derogare alle dottrine con istudio, fatica e merito avanzate dagli altri.

XXI. Non solamente dall' equazione fondamentale $(c+x)^2 \times x = \frac{9nnb^4a}{4yy}$ si può avere l' altezza *media* z coll' eguagliare la frazione di questa a, $(c+x)^2 \times x$, ma ancora coll' eguagliarla all' altro membro $\frac{9nnb^4a}{4yy}$ essendo questa quantità parimenti composta dalle condizioni della mole dell' acqua, ch' esce dallo spesse volte nominato vaso di mezzo, che ha servito per le osservazioni del moto misto. Comechè dunque devesi conservar l' eguaglianza fra $(c+x)^2 \times x$, e $\frac{9nnb^4a}{4yy}$, così il valore dell' altezza della sezione *media* z, dovrebbe trovarsi sempre lo stesso, tanto deducendolo da uno, che dagli altri membri; contuttociò se con le osservazioni registrate dal §. 43 sino al §. 55. inclusivamente del libro predetto, se ne farà la prova, si rileverà esservi un sensibile divario fra le medesime *medie* altezze. Le due tavole del numero seguente ne faranno conoscere le differenze, nelle quali la prima colonna contiene le altezze medie *del moto ritardato* ricavate dalle altezze *viva* e *morta*, osservate negli sperimenti predetti; e la seconda contiene le medesime altezze *medie* calcolate sopra la quantità dell' acqua somministrata dal vaso di mezzo. Per la prima colonna si è adoperata la formola $z = \sqrt[3]{(c+x)^2 \times x}$, e per la seconda quella di $z = \sqrt[3]{\frac{9nnb^4a}{4yy}}$, avvertendo che la sezione *media* si suppone della stessa larghezza di quella del *moto ritardato* di linee quadrate 47, cioè, il di cui diametro sia linee $7\frac{3}{4}$. È anche d' avvertirsi, di aversi fatti questi calcoli, senza tener conto delle frazioni, ciò nulla rilevando per una sufficiente esattezza.

XXII. *Scolio I.* Tavola prima delle altezze *medie* del *moto ritardato*, secondo le osservazioni registrate nel libro del *moto misto* dal §. 43. sino al §. 55.

§.	Altezze medie delle sezioni.		Altezze medie de' fori del vaso di mezzo.
43	33		36
44	55 +	Altezza morta linee 55.	57
45	73	Larghezza linee $3\frac{1}{2}$.	75
::	90		91 +
::	106		105
47	33		36
::	51	Altezza morta linee 108	57
::	70	Larghezza linee $5\frac{1}{4}$.	75
::	85 +		91 +
::	99		105
48	19		20
::	30	Altezza morta linee 26	31
::	43	Larghezza linee 38	41 +
::	52		50 +
::	61		58
49	35 +	Altezza morta linee 35	38
::	62	Larghezza linee 79	65

Tavola II. delle altezze *medie* del moto *libero*.

§.	Altezze medie delle sezioni.		Altezze medie de' fori del vaso di mezzo.
53	15		$13\frac{73}{100}$
::	23	(Larghezza linee 88)	$21\frac{79}{100}$ +
::	30		$28\frac{56}{200}$ +
::	37		$34\frac{59}{100}$
54	21		$19\frac{49}{100}$
::	34	(Larghezza linee 52)	$30\frac{95}{100}$
::	44		$40\frac{60}{100}$
::	52		$49\frac{13}{100}$

§.	Altezze medie delle sezioni.	Altezze medie de' fori del vaso di mezzo.
55	21	$19\frac{83}{100}$
::	33	$31\frac{49}{100}$
::	45	$41\frac{13}{50}$
::	54	$49\frac{99}{100}$
::	63	58

XXIII. *Scolio II.* Molte cose possono esser cagione del divario, che si è notato fra le osservazioni ed il calcolo, una delle più probabili sarebbe, se rettamente non fosse stato da noi assunto il diametro *razionale* de' fori del vaso di mezzo, stabilito come si è detto di linee $7\frac{3}{4}$, e resterebbe ciò anche avvalorato, se istituendosi il calcolo col supporre, in grazia di esempio, che l'altezza *media* dello sperimento del §. 43 fosse di sole linee 33 in vece delle 36, che nella supposizione predetta si sono ritrovate; ed in fatti si rileva, che ad oggetto che i fori e le sezioni diano la stess' altezza *media* per lo sperimento del §. 43, che ciascheduno de' fori dovrebbe avere di diametro linee $7\frac{237}{1000}$, grandezza non eccedente in paragone del diametro *razionale;* ma se poi questa quantità si prenderà come costante, non corrisponderanno gli esperimenti de' paragrafi susseguenti, mentre facendo attenzione alla serie di ambe le altezze *medie* e delle sezioni, e dei fori, si vede che l'altezza *media* della sezione del §. 43. è di linee 33, e quella dei fori di linee 36; ma quella ch' è la quinta dopo di questa, cioè quella degli sperimenti del §. 45 ha per altezza *media* della sezione linee 106, e per altezza media dei fori linee 105, minore dell'altra, dove nel §. 43 l'altezza *media* delle sezioni era minore dell'altezza *media* dei fori, e per questo tal esperimento il diametro *razionale* dovrebb' essere $7\frac{153}{200}$, ch' è maggiore di quello ritrovato di sopra in ragione di 7765 a 7237.

XXIV. *Scolio III.* Più curioso è il risultato del calcolo degli sperimenti registrati inclusivamente dal §. 53 sino al §. 55 fatti per i moti *liberi*, o, come si chiamano nel libro del *moto misto, semplici;* mentre se i fori e le sezioni dessero, come sarebbe uopo, la stessa altezza *media* in una larghezza, che fosse respettivamente eguale alla larghezza delle sezioni *libere* dei medesimi sperimenti, secondo al calcolo fatto sopra 13. osservazioni, ciascun diametro *medio* de' fori del vaso di mezzo, dovrebb' esser di linee $8\frac{17}{173}$, cosa che non può correre, non arrivando alle 8 il diametro stesso di uno dei fori, come si rileva §. 38, convien però dire, che qualche altra circostanza

alteri queste misure: può essere che le resistenze, incontrate dall'acqua in uscendo dai fori, alterino in parte le altezze; contuttociò non sarei persuaso che fossero per riuscire sì sensibili da indurre tal variazione. Quello che mi sembra poter molto contribuire a ciò, si è che l'acqua scappando dalle sezioni, non altrimenti di quello faccia in uscendo da' fori, è costretta a formare una sezione, che non impropriamente si potrà chiamare *contratta*, e per conseguenza minore della *reale*, onde sarebbe stato desiderabile d' indagarsi anco la misura di queste sezioni *contratte*, come si hanno per le vene delle acque uscenti da' vasi.

XXV. Nella supposizione dunque, che i diametri *razionali* de' tubi del vaso di mezzo siano ciascheduno di essi di linee $7\frac{3}{4}$ o siano linee quadrate 47, e che le sezioni del *moto libero* si restringano secondo la loro larghezza all'uscire che fa l'acqua, durando invariata l'altezza delle medesime sezioni; in tal caso ad oggetto di salvare l'egualità delle sezioni *medie*, sarebbe uopo supporre nello sperimento primo del §. 53 in luogo della larghezza delle linee 88, solo linee $77\frac{6}{100}$, e nel §. 54 per il primo sperimento in vece delle linee 52, solamente linee $46\frac{72}{100}$, e finalmente nel primo sperimento del §. 55. in vece delle linee 38, linee $34\frac{89}{100}$, tutto ciò ricavandosi dalla formola $y = \frac{3nbb\sqrt{a}}{2\sqrt{z^3}}$, nella quale il valore di z è sempre l'altezza respettiva delle sezioni libere 15, 21, 21; cosicchè sembra potersi senza notabile errore prendere pel restringimento delle sezioni l'ottava parte di meno del diametro *reale*, onde aversi il diametro *razionale* della sezione, e secondo un tal computo, dicendo il *reale* d, sarebbe il razionale $\frac{7}{8}d$.

XXVI. Questa regola però, abbenchè paia non molto lontana dalla verità, almeno nelle sezioni de' *moti liberi*; nientedimeno può molto ingannarci, secondo la diversità de' casi, ed al certo della medesima non sarà da servirsi per le sezioni de' moti *ritardati*; mentre in questi a cagione dell'acqua stagnante che rintuzza il moto vivo di quella che scende, molte altre cose possono entrare a render fallace la suddetta regola; molti sperimenti vi abbisognerebbero per accostarsi al vero a norma del variarsi degli accidenti: converrebbe, oltre il ristringimento della larghezza, ridurre a calcolo ancora le resistenze per gli sfregamen tiincontrati dall'acqua in uscendo da i vasi, e rilevare (del che vi è molto da dubitare) se in fatti nelle sezioni si possa prendere per inalterata l'altezza, come sopra si è esposto, per aversi l'area *razionale* della medesima. In somma quanto si è detto, è stato solamente per accennare da che possa dipendere l'eguaglianza dell'altezze delle sezioni *medie*, comparate

colle sezioni *libere*, e a fori del vaso di mezzo, quando la stessa quantità di acqua e nell' une, e negli altri si scarica nel medesimo tempo. Chi potesse combinare tutte le possibili variazioni che succeder possono, vedrebbe a capello dove sta radicata questa disuguaglianza; ma l' umano intelletto è troppo limitato per giungere a ciò, e deve contentarsi da rilevarne solamente una po ca parte, e di accostarsi nelle cose fisiche nel miglior modo che può al vero, se non può effettivamente conseguirlo.

CAPITOLO QUINTO.

PARTE PRIMA.

Della velocità dell' acque correnti; loro leggi e calcoli secondo varj Autori.

I. Essendo essenzialissima cosa in trattandosi dell' acque correnti, come sono quelle de' fiumi, il determinare il grado della loro velocità, dipendendo dalla retta cognizione di questa ed il mezzo di rilevare il moto, con cui esse pregiudicano, e la maniera di ridurre a calcolo quella reazione ch' esercita contro di esse il recipiente, ch' è l' alveo, come pure l' intendere e l' accrescimento che un influente produrrebbe in un alveo, e l' abbassamento che nascerebbe, quando si facessero una o più diramazioni; quindi per preliminare della materia de' fiumi, che si va ad ispiegare, si è da me stabilito il versare sopra questo punto, che io faccio il principale nell' affare di che si tratta; e perchè quanto si anderà avanzando sia meno equivoco e più certo, ho procurato di fondarlo sopra le migliori scoperte che sin' ora si sono fatte da i più esperti Idrometri. Si è creduto in fatti, che dacchè il Torrricelli, il Mariotte, ed il Guglielmini, rilevarono co' loro sperimenti, che l' acqua iu uscendo dai fori de' vasi, sempre conservata ad una costante altezza, abbia una velocità corrispondente alla dimezzata delle altezze dei medesimi vasi, si è creduto, dico, che la stessa legge avesse pur a conservarsi anco nelle acque correnti de' fiumi, considerandosi l' acqua di questi, come se uscisse da un vaso alto quanto la stessa origine del fiume, e che avesse un' apertura eguale all' area della sezione, sopra di cui aveva a cadere il calcolo. Contuttociò, se ben si attende alla moltiplicità delle circostanze che alterar possono questa legge, si vedrà non difficilmente, che quanto si asserisce, non può sì di leggieri verificarsi, quando bene non si prendesse per modano un fiume, che camminasse senza resistenze, e che liberamente sboccasse non in un altro fiume, o nel mare, o in un lago o laguna, come tutti

fanno, ma sto per dire, in aria, oppure nel vuoto; che però la maniera di calcolare esse velocità con l'analogia de' vasi, riesce, se non ideale, certamente poco adattabile alla pratica.

II. Benedetto Castelli ab. Cassinense, che prima di ogni altro seppe unire la scienza delle acque alla Geometria, avendo fatto certo sperimento pretese di provare, che le velocità delle acque correnti stessero respettivamente come le altezze delle medesime acque; opinione, che fu seguitata dal Barattieri, ed anco dal celebre Montanari, come si rileva dalle molte scritture prodotte in materia di acque, nel tempo ch' egli, trovandosi al servigio della Veneta Repubblica, sosteneva in Padova la Cattedra d'Astronomia e Meteori. Il fondamento, su di cui il Castelli appoggia i suoi raziocinj, consiste in uno sperimento registrato da lui nel corollario secondo della proposizione 4. del libro intitolato: *Dimostrazioni geometriche della misura delle acque correnti* a c. 92. esprimendosi nel modo che segue: *Io ho preparato* dic' egli, *cento sifoni, o vogliam dire canne ritorte, tutte eguali, e postele al labbro di un vaso, nel quale si mantiene l' acqua con un istesso livello (a lavorino tutte le canne, o qualsivoglia numero di esse) collocate le bocche, dalle quali esce l' acqua, tutte al medesimo livello parallelo all' orizzonte, ma più basso di livello dell' acqua del vaso; e raccolta tutta l' acqua cadente da i sifoni in un altro vaso più basso, l' ho fatta scorrere per un canale, inchinando in modo, che mancando l' acqua da i sifoni, il canale rimane affatto senz' acqua asciutto. E fatto questo misurai l' altezza viva del canale diligentemente, e poi lo divisi in dieci parti eguali precisamente; e facendo levar via 19 di quelli sifoni, in modo che il canale non scorreva acqua se non di 81 di quei sifoni; di nuovo osservai l' altezza viva dell' acqua nel medesimo sito osservato di prima, trovai che l' altezza sua era scemata la decima parte precisamente di tutta la sua prima altezza; e così seguitando a levare 17 altri sifoni, l' altezza era pure scemata $\frac{1}{10}$ di tutta la sua prima altezza viva, e provando a levare 15 sifoni, poi 13, poi 11, poi 9, e poi 7, poi 5, e poi 3, sempre in queste diversioni fatte ordinatamente, come si è detto, ne seguiva ogni sbassamento di $\frac{1}{10}$ di tutta l' altezza. E qui fu cosa degna d' esser osservata, che crescendo l' acqua per detto canale, la sua altezza viva era diversa in diversi siti del canale, cioè sempre minore, quanto più si avvicinava alla sboccatura; contuttociò lo sbassamento seguiva in tutti i luoghi proporzionatamente, cioè in tutti i siti scemava la prima parte dell' altezza di quel sito, e di più usciva l' acqua dal canale sparsa in campo più largo, dal quale pure avendo diversi esiti e bocche, in ogni modo ancora in quella larghezza, le altezze vive s' andavano variando, e mutando colle medesime proporzioni. Nè qui mi fermai*

nell' osservazione, ma essendo fermata l' acqua, osservai l' altezza viva, che faceva ne' sopraddetti siti (la quale era pure un decimo di tutta la prima altezza) aggiunsi all' acqua di quel sifone l' acqua di tre altri sifoni, sicchè tutta l' acqua era di 4 sifoni, ed in conseguenza quadrupla della prim' acqua, ma l' altezza viva era solamente il doppio; ed aggiungendo cinque sifoni l' altezza viva si fece tripla, e con aggiungere sette sifoni, l' altezza cresceva il quadruplo: e così coll' aggiunta di nove cresceva il quintuplo: e coll' aggiunta di 11 cresceva il sestuplo: e coll' aggiungere di 13 cresceva il settuplo: e coll' aggiungere di 15 l' ottuplo: e coll' aggiungere di 17 il nonuplo, e finalmente, aggiungendo 19 sifoni; sicchè tutta l' acqua era centupla dell' acqua di un sifone solo; in ogni modo l' altezza viva di tutta questa acqua era solamente decupla della prima altezza, congiunta dall' acqua che usciva da un solo sifone. ..

III. *Scolio*. Da tutto ciò si rileva. Primo, che l' esperienza è stata fatta in un canale di non poca estensione, benchè l' Autore lo chiami vaso; e questo si raccoglie, mentre l' acqua stava sempre al medesimo livello, o lavorassero tutte le canne, o qualsivoglia numero di esse, lo che al certo accaduto non sarebbe in un vaso, benchè di molta capacità, quando non li fosse stata rimessa altrettant' acqua, quanta ne scaricavano le canne. Secondo, si raccoglie, che il recipiente, benchè ancor questo lo denomini l' Autore vaso, fosse pur un canale; soggiugnendo aver fatta discorrere l' acqua raccolta proveniente dai sifoni *per un canale*, inclinato in modo che restasse tutto vuoto ed asciutto, ogni qualvolta veniva a mancare l' acqua dei sifoni.

IV. Attesocchè dunque per il num. XV. del Capitolo I; le quantità dell' acqua nelle sesioni de' canali, prescindendo dalle resistenze, sono in ragion composta della velocità, e delle altezze delle medesime sezioni, quando sia data la larghezza di queste; saranno le velocità in ragion diretta della quantità, e reciproca delle altezze; divisa pertanto avendo il Castelli tutta l' altezza viva, derivata dall' acqua, uscente da tutti i cento sifoni, in dieci parti eguali, cominciò ad otturare tanti dei detti sifoni, cosicchè quest' altezza fosse scemata di un decimo, cioè restasser nove parti delle dieci; e trovò che chiuderne diecinove conveniva. Dicendo dunque Q la quantità dell' acqua, la quale da un dato numero di sifoni esce, e V la velocità che avrà nel canale che riceve l' acqua dai sifoni, X l' altezza che si va variando, a misura, che giuoca maggiore o minore numero di sifoni, sarà l' equazione $Q = VX$, e $V = \frac{Q}{X}$.

V. *Scolio I*. A norma della prima osservazione del Castelli, acciocchè l' altezza restasse 9 parti, si ebbero a chiudere 19 sifoni, e

restavano però 81, tanti adunque davano acqua nel canale; quindi $V=\frac{81}{9}=9$. Per la seconda osservazione per avere l'altezza 8 se ne chiusero altri 17, sicchè rimasero 64; e per tanto in questa supposizione $V=\frac{64}{8}=8$. Per la terza osservazione se ne chiusero 15, e rimasero 49, nell'altezza 7, onde $V=\frac{49}{7}=7$, e così di mano in mano; sicchè le velocità secondo questi sperimenti furono come i numeri 10. 9. 8. 7. ec. cioè nella progressione aritmetica decrescente, e semplicemente come le altezze respettive dell'acqua osservatesi nel canale inclinato, in cui esercitavasi il di lei moto.

VI. *Corollario*. Da questo sperimento e raziocinio si ricava, che Q sarà anco eguale a XX, e per conseguenza che $X=\sqrt{Q}$, mentre si è veduto che $V=X$; e però le altezze saranno in ragione dimezzata delle quantità dell'acqua. Viene ciò comprovato dal Castelli con l'osservazione che fece di aprire tanti sifoni, sino che ottenesse le altezze, che andassero crescendo aritmeticamente di una decima parte per volta. Osserva dunque, che per avere la prima, cioè che crescesse di una decima di tutta l'altezza, bastava che giuocasse un solo sifone: ma per averne due decime, li convenne aprirne altri tre, cosicchè fra tutti erano quattro; per il primo caso $X=\sqrt{1}=1$, per il secondo $X=\sqrt{4}=2$. Per elevare l'acqua a tre decime parti, ebbe ad aprirne altri cinque, che in tutti erano nove, ed in fatti $X=\sqrt{9}=3$; ponendo adunque tutti i numeri 1, 2, 3 in serie, si vede, ch'essi compongono una progressione aritmetica, ricavandosi il tutto dal supposto, che le altezze stiano fra di loro in dimezzata della quantità.

VII. *Scolio II.* Degno di osservazione in questi sperimenti pur si rende, di avere il Castelli lasciato non solo liberamente piombare l'acqua da' suoi sifoni nel sottoposto canale, ma di aver voluto disporre questo in maniera, inchinandolo, cosicchè lasciasse facilmente uscir l'acqua che riceveva, fatto ciò senza alcun dubbio per accostarsi il più che fosse possibile a' fenomeni delle acque correnti de' fiumi; mentre per altro non potevano mancar mezzi di venir in chiaro della verità che ricercava. Il dubitare della quale in una tale sperienza, sembra che troppo offendesse il credito di questo chiarissimo Autore; onde senza più fermarsi nell'ulterior disamina delle circostanze, che avessero potuto per avventura turbar l'osservazione, passeremo a rappresentare ciò, che altri in tal proposito hanno osservato, perchè dal confronto degli sperimenti si possa giudicare del più verisimile.

VIII. Il Barattieri, rinomato ingegnere, e scrittore d'idrostatica nel volume secondo della *Architettura dell'acque* al *cap. II. pag.* 66. produce un *caso*, come e' lo chiama, di *esperienza*. Consiste questo in un'osservazione dell'altezza dell'acqua di un acquedotto,

detto la Codogna sul Lodigiano, che scaricava l'acqua, prima libero, poi in parte chiuso; riporteremo le di lui stesse parole e figura, acciocchè se ne rilevi il vero fondamento della sperienza, e del discorso che vi fa sopra. *L'acqua*, dic'egli, *della Codogna, acquedotto dei maggiori del Lodigiano, si riduce in fine ad un Regolatore o partitore, dentro al quale si divide in quattro acquedotti ineguali di quantità, e di larghezza, ma però tutti disposti con una medesima pendenza. Noi però, per facilitare il discorso, la supponiamo divisa in due parti sole, nel modo che mostra la sezione* ABGF (*tav.* 2. *fig.* 3.) *divisa in due parti dalla perpendicolare* CD *nelle larghezze di* 67 *per* AC, *ed* 86 *per la parte* CB, *che costituiscono la larghezza tutta di* AB, *numero* 153, *passando per la sezione* AD *quantità di acqua numero* 37 *e due terzi, e per la* CG *quantità* 48 *e un terzo, che sono in tutto quantità* 86, *e secondo il paese sono once* 86 *di acqua di sua misura. Per questa operazione fu preso il tempo, che l'acqua era di quantità maneggiabile, e misuratane la sua prima altezza viva* CD, *si trovò essere once lineari* 8 $\frac{3}{12}$. $\frac{1}{6}$, *che moltiplicate in se stesse, formano di quadrato n.* 67. *Si fece immediatamente serrare la parte* CDBG, *che comprende la quantità* 48 *ed un terzo di acqua; e tali quantità* 48 *ed un terzo furono ridotte a passare tutte unite con le quantità* 37 *e due terzi, nella parte* AC *larga* 67, *e fermatosi tanto che fosse fatta la piena possibile, fu poi misurata la seconda altezza viva che si fece nella sezione* AC, *per causa di tutta la quantità* 86, *e fu trovata essere la perpendicolare* ED *once* 12 $\frac{4}{12} \times \frac{1}{2}$, *il qual numero forma il quadrato* 153 *in punto. Considerati noi gli effetti seguiti in questo caso, cominciassimo a cavare le seguenti notizie: Primo, essendo l'acqua che corre per la sezione* AD, *quantità* 37 *e due terzi, e la quantità dell'acqua che corre per la sezione* HD, *quantità* 86, *ed essendosi trovato il numero quadrato della prima altezza* CD, 67, *ed il quadrato dell'altezza seconda* BD, 153, *arrivassimo a conoscere che le proporzioni delle medesime quantità, erano come le proporzioni dei medesimi quadrati delle loro altezze, e corrispondentemente e i quadrati come le loro quantità: essendochè, tanta è quantità* 37 *due terzi a quadrato* 67, *quanta è quantità* 86 *a quadrato* 153; *e tanta è quantità* 37 *e due terzi a quantità* 86, *quanta è* 67 *a* 153. *E quella proporzione ancora, che tiene la prima larghezza* AB, 153, *con il numero quadrato della prima altezza* DC, 67, *lo tiene ancora il numero quadrato* 153 *della seconda altezza* HF, *con la seconda larghezza* AC, 67. *E perchè ec.*

IX. Riducendo lo sperimento alle nostre formole. La quantità dell'acqua in una sezione AD era 37 e due terzi, e nella CG 48 e un terzo, nelle quali sezioni per esser di una medesima altezza CD,

saranno le quantità dell' acqua che passano in un dato tempo, come le larghezze, cioè come once 67 a 86. Avendo chiuso poi il condotto CG, osservò il Barattieri ascendere l' altezza dell' acqua ch' era CD, sino ad essere ED di once $12 \frac{4}{12} . \frac{1}{3}$, dove la CD era $8 \frac{3}{12} . \frac{1}{6}$, cioè ad essere fra di loro come 1782. a 1190, ovvero come 891 a 595. Se dunque le altezze devono essere, come le radici delle quantità dell' acqua, deve correre questa analogia $595 : 891 :: \sqrt{37 \frac{2}{3}} : 65$, ovvero prendendo i respettivi logaritmi 2. 7745170 : 2. 9498777 :: 0. 7879786 : 0 9672492, e le somme delli due estremi, e quelle de' medii fanno 3. 7417662, e 3. 7378563, i numeri più prossimi de' quali sono 5517 e 5468, non gran fatto lontani dall' eguaglianza per uno sperimento di tal sorta; che però ne dedusse esso Barattieri, che le altezze stessero rispetto alle quantità nell' antedetta ragione, cioè che $Q = XX$, come ricavò ancora da' suoi sperimenti il Castelli: e perchè $Q = VX$, sarà pure $VX = XX$, e $V = X$, cioè le velocità come le altezze.

X. Nella Raccolta di Bologna pubblicatasi l' anno 1682 nella nota controversia fra i Bolognesi ed i Ferraresi per la pretesa introduzione del Reno nel Po grande si legge a carte 71: *E noi abbiamo fatto esperienza anche questo giorno in Roma con nove canali d' acqua corrente eguali, introdotti in un solo, ora uno, ora quattro, ora tutti nove; ed in effetto se un canale ha fatto un' oncia di altezza, quattro canali hanno fatto solo due once, e nove canali solo tre ec.* onde risulta anche da questa osservazione che pur fu fatta dal celebre Giovanni Domenico Cassini, avvalorato il teorema del Castelli, e comprovato il di lui sperimento. Anche il chiarissimo Montanari in tutte le occasioni, ch' ebbe a scrivere sopra le acque nel tempo, in cui fu agli stipendj della Repubblica di Venezia, di altra ragione non si servì, in trattando delle velocità de' fiumi, che della addotta dal Castelli; così leggiamo nella scrittura fatta da lui per il Sile l' anno 1683, adoperar egli i principj del detto Castelli, e del Barattieri; ed è anco probabile, che questo grand' uomo, avesse de' fondamenti reali, per appoggiarli, sapendosi quanto e' fosse ritenuto nel procedere nelle cose fisiche, senza il necessario lume degli sperimenti; tanto più, che a lui non potevano esser ignote le osservazioni intorno l' uscita de' fluidi da' fori de' vasi, fatte dal Torricelli, e da altri valent' uomini; lo che dà luogo a credere, che non stimasse adattabili le sperienze della detta uscita da' fori, e del corso de' fiumi. Ecco ciò che produce nella predetta scrittura in proposito delle velocità dell' acque correnti: *La dottrina*, si esprime egli, *è dell' abate Castelli, e del Barattieri, che soli hanno scritto della misura delle acque correnti, non arrivando ad insegnare la misura delle figure o sezioni, che non siano parallelogramme, mi sono servito*

di altre mie dottrine proprie, che convengono con li principj del Castelli, ma dimostrano anco la misura delle sezioni, che non sono regolatori: le quali a Dio piacendo pubblicherò nel mio Trattato intitolato: Scienza d' acque correnti, ampliato ec. E vaglia il vero sopra questi principj egli predisse assai da vicino le inondazioni ch' avrebbe prodotto il Sile, conducendolo nell' alveo abbandonato di Piave, secondo che si divisava di fare, e che fu poi anche eseguito. Si servì pure delle ragioni delle velocità in proporzione dell' altezze anche del 1679, quando fece la scrittura 15 Marzo, sopra lo scarico de' diversivi dell' Adige, nel caso che questi si avessero a ridurre a strammazzi; ecco le di lui stesse parole: *Perchè sapranno molto bene, ch' ella è dottrina comunissima de' Matematici ed Ingegneri d' acque, che lo scarico dell' acque de' regolatori non viene misurato dalla misura del vanno di essi, ma dal moltiplico della lor base nel quadrato dell' altezza; onde ec.* Così in altra scrittura fatta parimenti per le cose dell' Adige l' anno 1687. 4 Luglio, si legge: *L' acqua che scarica un Regolatore in un dato tempo è eguale all' acqua contenuta in un parallelepipedo rettangolo, l' altezza del quale sia l' altezza dell' acqua stessa nel Regolatore, la larghezza sia quella del Regolatore medesimo, e la lunghezza sia la quantità del corso fatto dall' acqua nel dato tempo ec.* Istessamente leggiamo nella scrittura 1679, ultimo Aprile, diretta al N. U. Giulio Giustiniani, dalle quali cose si deduce, ch' esso Montanari abbia nel fatto della velocità dell' acque seguitato quanto aveva detto il Castelli.

XI. Il Guglielmini, che scrisse dopo del detto Montanari, che li fu maestro, riferisce uno sperimento, adattato, com' egli si esprime, a rilevare la velocità dell' acque correnti. Trovasi questo registrato nella proposizione prima del secondo libro *Aquarum fluentium mensura pag.* 21. Una tal osservazione, abbenchè paia piuttosto applicabile allo scarico, che si fa dell' acqua per i fori de' vasi, che al corso de' fiumi; niente di meno si pretende e da lui stesso, e da molti altri, potersi benissimo applicare alla spiegazione de' fenomeni, che nelle acque correnti, vanno succedendo. Le sue parole, tradotte dal latino sono (tanto dell' antedetta proposizione, che della supposizione che premette alle definizioni del detto secondo libro) le seguenti: *Ad oggetto di lavorare sul dottrinale, noi supponiamo gli alvei de' fiumi o canali, essere vasi molto estesi in lungo, il fondo de' quali stia sempre nel medesimo piano, e con i lati che siano piani verticali eretti normalmente al piano del fondo, per i quali o discorra l' acqua, o possa discorrere dal punto più sublime al più infimo, e dirigersi al suo termine, e non già per cammino flessuoso ma retto.* Segue pur nella detta prima proposizione ad esporre lo sperimento ne'

seguenti termini: *Si preparò un vaso di figura cilindrica, di altezza di piedi 4, e di base che aveva in diametro piedi due, e fu divisa tutta l'altezza in sedici parti eguali, col farvi in ogni sito di queste divisioni altrettanti fori circolari, tutti della medesima grandezza. Fu armato poscia ogni uno di essi fori di altrettante cannelle di legno pur tutte fra di loro eguali, le quali avevano la loro interna cavità e benissimo levigata, e da per tutto di un eguale diametro, ch' era di poco più d' un' oncia. Si applicò poi alla parte esteriore di esse una lamina di metallo, che aveva un foro circolare del diametro di un quarto di oncia, e si fece, che il di lui centro restasse fissato nel centro della cannella, rimanendo poi perfettamente otturato il foro della medesima. Empito in appresso il vaso di acqua, e disposto un pendolo, la di cui lunghezza era di once 28 $\frac{1}{7}$, si osservò la quantità dell' acqua che usciva ogni 15 vibrazioni. Essendo dunque chiuse tutte le altre cannelle, a riserva della più inferiore, fu osservato che dentro l' accennato tempo era uscita l' acqua per il peso di once 123, durando sempre alla medesima altezza l' acqua del vaso. Chiusa poi la cannella inferiore, ed aperta quella che stava sopra tutte le altre, cosicchè l' altezza dell' acqua si facesse minore di tre once: cessato che fu il flusso di questa, fu riaperta la prima inferiore, e dentro il tempo di altre 15 vibrazioni, si ebbe acqua di peso once 118, e così di mano in mano si operò nelle altre cannelle, sino a tanto che si divenne all' altezza di once 24. Ed allora essendo molto difficile il conservar l' acqua alla medesima altezza per tutto il tempo che durava il flusso, si chiuse la cannella inferiore, e riempito di nuovo il vaso, si aprì quella ch' era sotto alla superficie dell' acqua per once 24, che nel dato tempo lasciò uscire 93 once di acqua, e successivamente si continuò lo sperimento sino ad once tre di altezza secondo il metodo adoperato di sopra; ma perchè il foro di quest' ultima cannella, abbenchè però quasi insensibilmente, era maggiore di quello della prima inferiore; lo che si apprese dopo averne fatto un accurato sperimento, e con la maggior quantità uscita, e con la rettificazione del di lui diametro; perciò avendosi dovuto cambiare quel foro, fu necessario di fare una doppia osservazione, e per l' altezza dell' acqua alle once 48, e per quella delle once 24 ec.*

XII. La tavola seguente contiene tutte le osservazioni del numero precedente.

Altezza dell' acqua sopra il centro della cannella, e del foro in once del piede di Bologna.	Quantità dell' acqua che ne uscì in ogni 15 vibrazioni in once della libbra di Bologna.	Proporzione delle quantità dell' acqua, tratta dall' osservazione radicale prima, cioè della suddupliçata delle altezze in once della libbra di Bologna.
48	123	123
45	118	119
42	116	115
39	110	111
36	106	106
33	103	102
30	97	97 ½
27	91	92
		Proporzione della quantità tratta dall' osservazione radicale seconda.
24	93	93
21	87	87
18	81	80 ½
15	74	74
12	66	66
9	56	57
6	47	46 ½
3	34	33

XIII. *Scolio*. Costando adunque da quanto si è dedotto dallo sperimento, la quantità dell' acqua uscita in un dato tempo, sia adesso da esaminarsi se i numeri esprimenti essa quantità corrispondino alla dimezzata delle rispettive altezze, come di succedere afferma il Guglielmini. Operando dunque con i Logaritmi per i numeri 123 e 119, e loro corrispondenti 48, 45 si rilevi se sommando assieme il logaritmo di 123 con la metà del logaritmo di 45, dia lo stesso numero, che darà la somma del logaritmo di 119, con la metà del logaritmo di 48; in fatti si trova che la somma dei primi monta a 2.9165113, e quella dei secondi a 2.9161676 con una differenza sprezzabile fra l' una e l' altra; che però si può dire, che le velocità, attesa l' osservazione allegata, stiano nella ragione dimezzata delle altezze, come asserisce l' Autore.

XIV. *Lemma*. Potendo accadere di doversi cercare il valore degli esponenti di una proporzione geometrica, per determinarsi la specie di essa proporzione, si pone questo facile lemma, che si estende

generalmente a qualunque dignità de' numeri proposti. Siano questi a; b; c, d; e sieno fra di loro $a : b :: c^m : d^m$, supponendo a minore di b, sia da cercarsi il valore di m, e per conseguenza determinarsi essa proporzione, dico che $m = \frac{bd - la}{ld - lc}$ intendendosi per l il logaritmo. Perchè dunque $m = \frac{lb - la}{ld - lc}$, sarà ancora $lb - la = mld - mlc$, ovvero $lb + mlc = la + mld$, e per la natura de' logaritmi $bc^m = ad^m$, e risolvendo l'equazione in analogia $a : b :: c^m : d^m$, lo che ec. il valore però di questo esponente sarà sempre la differenza dei logaritmi, delli due primi numeri, divisa per la differenza dei due secondi, ed il quoziente mostrerà se m sia intiero o rotto, vale a dire, se la ragione sia come le podestà, o come le radici di queste.

XV. *Scolio*. Per il caso riferito al num. XIII. di questo, essendo $a = 45$, $b = 48$, $c = 119$, $d = 123$, sarà $m = \frac{l\,48 - l\,45}{l123 - l119} = \frac{0.0280287}{0.0143581}$, di modo che l'esponente vero sarà $\frac{280287}{143581}$, ma il prossimo sarebbe 2, onde $45 : 48 :: 119^2 : 123^2$, oppure $\sqrt{45 : 48} :: 119 : 123$, cioè che le quantità, e le velocità dell'acqua di quello sperimento stanno in ragione dimezzata delle altezze. Più lontani da ciò che pretende concludere stanno i numeri ritrovati dal Barattieri, essendochè ne' di lui quattro numeri posti al num. IX. di questo $595 : 891 :: 37\frac{1}{3} : 86$, ne' quali i due ultimi rappresentano la quantità dell'acqua, si trova $m = \frac{1753607}{3624016}$, di modo che dovendo, secondo a quanto pretende egli di concludere essere $m = \frac{1}{2}$ non sarebbe in realtà che a un di presso $m = \frac{175}{362}$; contuttociò non è errore sensibile il prendere anco $\frac{175}{362}$ per $\frac{1}{2}$ attesi i tanti accidenti che possono aver alterata l'osservazione.

XVI. Altra sperienza si legge in un libro Anonimo stampato in Modena l'anno 1719 col titolo di *Ragguaglio di una Scrittura intitolata: Compendio ed esame del libro pubblicato in Modena col titolo: Effetti dannosi che produrrà il Reno, se sia messo in Po di Lombardia*. Trovasi dunque a carte 114 registrata l'infrascritta osservazione fatta, come l'Autore ingenuamente confessa, per provare se in realtà reggeva lo sperimento del Castelli, per ottenere il che, ha esso preteso di rifare la stessa esperienza. *Si è preparato*, dic'egli, *una cassa di legno larga per un verso un piede e mezzo di Parigi; e per l'altro un pollice di meno. Tre lati di questa cassa sono alti*

13 *pollici e mezzo, e l' altro opposto al lato più largo è alto un solo piede; e ciò affinchè l' acqua possa riboccare dalla cassa solo per quella parte ec. Si è in oltre preparato un canale rettangolo, pur di legno, chiuso da un capo, e aperto dall' altro, largo* 11 *linee, alto di sponda* 5 *pollici, e lungo piedi* 2 *e mezzo. Sarebbe necessario, ch' ei fosse anche due in tre piedi più lungo, poichè l' acqua, che come si vedrà, cade in questo canale, si tiene, ove cade in una superficie assai bassa; indi cominciando a fluire per lo canale va gonfiandosi fino a un tal segno, oltre al quale, comincia poi a sgonfiarsi, e a correre con superficie di mano in mano più bassa ec. Si è dunque attaccato il prementovato canale con una delle sue sponde alla sponda più alta, e più larga della cassa, e quasi presso il fondo di questa. Finalmente si erano fatte fare nove canne, o sifoni di latta al possibile in tutto, e per tutto uguali, e piegati nella loro rivolta ad angoli retti, il loro ramo più lungo è un piede e quattro pollici, e il più corto è* 14 *pollici. Il diametro del loro vaso è di* 5 *linee ec. Fu la prima volta posto il canale col fondo orizzontale al possibile provedendo ec. fu data l' acqua ec.* ed avendo nel canale notati tre segni, cioè uno a mezzo in circa, un altro più vicino allo sbocco, ed il terzo più verso il cadere dell' acqua de' sifoni, ma tutti e due in eguali distanze da quello di mezzo, segue poi: *L' altezza nel segno di mezzo competente a* 4 *canne fu* 18 *linee, e quella delle* 9 *canne fu circa* 80 *linee. L' altezza poi nel segno più discosto allo sbocco, fu per le* 4 *canne circa* 20 *linee ed un quarto, e* 31 $\frac{1}{4}$ *linee per* 8 *canne. Finalmente l' altezza nella sezione più presso allo sbocco è circa* 15 *linee e mezzo per una canna, e* 25 *linee per le nove canne.*

XVII. *Scolio*. Ponendo in serie le suddette osservazioni danno per i numeri delle altezzze e per il número delle canne

altezze	canne
7	1
$18\frac{3}{4}$	4
30	9

e per il lemma del numero XIV. di questo essendosi da cercare in qual ragione stiano i quattro numeri 7, $18\frac{3}{4}$, 1, 4. si trova che l' esponente de' numeri rappresentanti le canne è $\frac{4279033}{6020600}$ eguale prossimamente a $\frac{7}{10}$, oppure a $\frac{2}{3}$, onde sarà l'analogia $7 : 18\frac{3}{4} :: 1^{\frac{2}{3}} : 4^{\frac{2}{3}}$, ovvero $7^3 : (18\frac{3}{4})^3 :: 1^2 : 4^2$, vale a dire, che i quadrati delle quantità stanno prossimamente come i cubi delle altezze, ovvero, ch' è lo stesso, che le altezze respettive stanno in duplicata subtriplicata ragione delle quantità.

Per la seconda osservazione sono i numeri

Per le altezze	Per le quantità
8 $\frac{1}{4}$	1
20 $\frac{1}{4}$	4
33 $\frac{1}{4}$	9

Prendasi gli ultimi quattro numeri 20 $\frac{1}{4}$, 33 $\frac{1}{4}$, 4, 9, e mediante il lemma, si trova l'esponente delle quantità 4, e 9; $\frac{2153666}{3521825}$ eguale prossimamente a $\frac{2}{3}$, onde le altezze dell' acqua corrente, notate al segno più discosto dallo sbocco, seguono pure la proporzione di quelle di mezzo.

Per la terza osservazione

Le altezze	Le quantità
6 $\frac{3}{4}$	1
15 $\frac{1}{4}$	4
25	9

Prendansi i quattro primi numeri 6 $\frac{3}{4}$, 15 $\frac{1}{4}$, 1, 4, e col lemma si avrà, che l'esponente delle quantità 1, e 4 dovrà essere $\frac{740713}{1204120}$ eguale prossimamente a $\frac{7}{12}$, e che meno delle altre due si accosta a $\frac{2}{3}$. Più si accostano i quattro ultimi numeri alla proporzione suddetta, essendochè hanno per esponente la frazione $\frac{2146702}{3521825}$ eguale assai più da vicino a $\frac{2}{3}$.

XVIII. Segue l' Autore del libro predetto a versare a carte 116 intorno ad altra osservazione per i canali inclinati, dic' egli: *Finalmente s' inclinò il canale dal suo capo aperto, dimodochè il suo fondo faceva coll' orizzonte un angolo in circa di gradi sette e mezzo. Si rifecero le cose stesse. Le altezze assolute furono tutte minori delle altezze assolute ed omologhe trovate nell' altra sperienza; imperocchè nel segno di mezzo l' acqua di 4 canne fu solo circa otto linee e mezzo, ove nel sito corrispondente dell' altra sperienza fu 18 linee e $\frac{2}{4}$. Così tutte le altre misure furono a proporzione minori ec. Imperocchè posta l' altezza delle 4 canne le solite 250 parti, trovossi in ogni segno quello di una canna 95 parti, e 430 quella di 9 canne.*

XIX. *Scolio*.

Altezze osservate	numero delle canne
95	1
250	4
430	9

e prendendo i primi quattro numeri 95, 250, 1, 4, si trova che per esser in geometrica proporzione, devono i due ultimi 1, 4, avere l'esponente $\frac{1050541}{1505150}$ ch'è molto vicino ad essere $\frac{2}{3}$. L'esponente

per li ultimi quattro dovrebb' essere $\frac{471057}{704365}$ esso pure non molto lontano dalli $\frac{2}{3}$, conchiude però l' Autore: *Nè solo allorchè il canale sta orizzontalmente si manifestano in tale proporzione, vi corrispondono, e più tosto con maggior esattezza, ove il canale sia inclinato.*

XX. Nell' occasione della visita generale del Po per l' affare del Reno fattasi da i Commissari del Pontefice, dell' Imperadore, e della Repubblica di Venezia, i Matematici Pontificj, e Bolognesi per rilevare le velocità delle acque correnti, proposero uno sperimento, il risultato di cui, tratto da i protocolli autentici di essa visita, qui si registra, per farvi poi sopra quelle riflessioni che migliori saranno riputate, onde venirsi in chiaro possibilmente di ciò che si cerca. Sotto adunque li 21 di Maggio 1721 in data della Polesella, si trovano le infrascritte osservazioni: *Il dopo pranzo ad istanza de' signori Pontificj e Bolognesi si fece nella fossa Polesella il seguente sperimento. Si prese un vaso di latta di once 10 in circa di altezza, di larghezza di 6 in 7 once, e di grossezza di once una e mezzo in circa, nella cui sponda più angusta verso la sommità del vaso è un picciol foro, di diametro minore di un punto di oncia, il qual foro si apre, tirando con un filo di ferro, una piccola lastra di ottone adattata al medesimo foro, e si chiude mediante una molla, che rallentato il filo lo restituisce al suo sito. Questo vaso ha nel piano superiore un altro foro, a cui si adatta, mediante una vite con tubo di latta di diametro di un terzo di oncia in circa, mediante il quale l' aria del vaso communica con l' aria esterna, e finalmente verso la base ha un altro foro, che si chiude con turacciuolo a vite, e che serve per vuotare speditamente l' acqua entrata nel vaso, e di sotto la base è impiombato, a fine che più facilmente resti immerso nell' acqua, e tutto l' istrumento si gira intorno un asse verticale di ferro, affinchè immerso nell' acqua corrente si adatti alla durazione di questa, rivolgendo il picciol foro al di lei corso. Posto dunque questo vaso nell' acqua corrente della fossa Polesella, in sito ove l' acqua era profonda p. 3. 8. 0 e immerso in modo che il centro del foro restava sotto la superficie dell' acqua once tre, per quanto si poteva conoscere; ed aperto il detto foro, si lasciò entrare in esso vaso l' acqua per il tempo di 60 vibrazioni semplici di un pendolo lungo p. 2. 4. 7 in circa, e pesatasi l' acqua raccolta nel detto tempo con una stadera ordinaria, fu ritrovata once 11 ½ Bolognesi. Replicato poscia lo sperimento in profondità di un piede, si raccolsero nel medesimo tempo libre una once 10 ½ di acqua. Terzo; in profondità di piedi 2 ¼ si raccolsero once 31 ½ di acqua. Quarto; in profondità di piedi 2 ½ l' acqua raccolta fu once 33. Quinto; in profondità di piedi 2 si ebbero once 29 ½. È d' avvertire che in questi*

sperimenti fatti nella fossa Polesella, l' acqua all' incontrar che faceva l' asta di ferro, e il tubo di questo strumento, sul qual tubo veniva determinata la quantità dell' immersione del foro, si alzava alquanto, e lasciava qualche equivoco nella vera quantità dell' immersione.

XXI. *Scolio*. Sicchè dunque mediante questa sperienza si hanno due serie di numeri, la prima dinotante l' altezza dell' acqua, che restava sopra del foro immerso; e la seconda, che mostra la quantità dell' acqua uscita. Noi li porremo in due colonne per ordine, cominciando dalla minima immersione.

Serie delle osservazioni.	Altezze dell' immersione ridotte in punti di oncia.	Quantità dell' acqua uscita dentro lo stesso tempo, ridotta in mezze once.
1	36	23
2	144	45
3	324	63
4	360	66
5	288	59

I quattro primi numeri, secondo il lemma del numero XIV. danno l' esponente $\frac{6020600}{2914847}$ che vale quasi 2; e per conseguenza si dinota, che le altezze respettive 36 e 144 sono come i quadrati delle quantità 23 e 45, ovvero, il che è lo stesso, che le quantità, o le velocità stanno in ragione dimezzata delle respettive altezze. L' esponente della terza e quarta osservazione è $\frac{457575}{202034I}$ cioè questo parimenti quasi 2; onde appare, che da tale sperimento si dovesse concludere, che le quantità delle acque uscite dal fiume e ricevute dal foro nella fiasca stiano in ragione delle radici quadrate delle respettive altezze, abbenchè l' acqua in cui fu fatta la sperienza si movesse anche in superficie, e con moto assai concitato, come da me stesso, ch' ero presente, fu veduto e considerato.

XXII. Segue l' osservazione riferita nel protocollo sotto il medesimo giorno. *Lo stesso sperimento si fece nel Po vicino alla ripa sinistra di esso, poco sotto all' Osteria, essendo ivi l' acqua profonda piedi* 5. 6. 6; *e parimente stando il foro immerso sotto alla superficie dell' acqua once tre, si raccolsero nel detto tempo di* 60 *vibrazioni dello stesso pendolo once* 10 *di peso, e rifatta la medesima sperienza altra volta si raccolsero once* 12 ½. *Secondo; in profondità di piedi uno si ebbero once* 23 ½ *di acqua. Terzo; in profondità di piedi* 2 ½, *si trovarono di acqua once* 31 ½. *Quarto; in profondità*

di piedi 2 ½ si raccolsero once 33. Quinto; in profondità di piedi 2. si raccolsero once 30. Sesto; in profondità di piedi 4 si ebbero once 41; e finalmente replicato quest' ultimo sperimento si ebbero once 42.

XXIII. *Scolio*. Ridotte però in serie le dette osservazioni sono le seguenti:

Numero delle osservazioni.	Altezze delle immersioni.	Quantità dell'acqua uscita in mezze once.
1	36	20 ovvero 24
2	144	47
3	324	63
4	360	66
5	288	60
6	576	82 ovvero 84

Per il lemma si trova che ne' primi quattro numeri 36, 144, 24, 47, li due ultimi 24, 47 devono avere per esponente $\frac{6020600}{2918867}$ quantità assai vicina al 2; ben più lontana di questo numero sarebbe, se in vece del 24 si avesse preso il 20, che rappresenta il peso rilevato nella prima osservazione. Prendendo poi i numeri della 4 e 6 osservazione 360, 576, 66 e 84, si trova che l' esponente di questi due ultimi per essere in proporzione geometrica, dev' essere $\frac{1020600}{521677}$ ch' è assai prossimo al binario.

XXIV. Seguono le osservazioni della detta visita. *Parimenti si fecero gli stessi sperimenti nell' acqua stagnante di un tino, in cui era alta piedi 4 in circa, ed essendo immerso il centro del foro once 3 sotto la superficie dell' acqua, si raccolsero in 60 vibrazioni dello stesso pendolo once 11 di acqua. Secondo, in profondità di un piede si ebbero once 23 ½. Terzo, in profondità di piedi 1 ¼ si raccolsero once 32 ½ di acqua. Quarto, in profondità di once 24 si ebbero once 30 ½. Quinto, in profondità di once 5 ½ si trovarono once 34.*

Serie delle osservazioni.	Altezze delle immersioni in punti d'oncia.	Quantità dell' acqua uscita in mezze once.
1	36	22
2	144	47
3	324	65
4	288	61
5	360	68

Alfonso II. Duca di Ferrara in molte operazioni, particolarmente a fare una esattissima Corografia del Ferrarese, lodata da' posteri, e preferita di gran lunga a quella del Magini, e continuò, dopo questo Principe, a servire la stessa città, ed i sommi Pontefici, con lode singolare di perizia, di fedeltà, e di zelo, mandato l' anno 1600. Ambasciatore alla Santità di Clemente VIII. dalla città di Ferrara, per interessi dell'acque, propose una maniera d' introdurre l' acque del Po grande, (*pag.* 84. *e nell' indice alla lettera A.*) e dare insieme sicuro, e perpetuo ricapito al Reno; ma forse la spesa immensa necessaria a tale introduzione fu cagione, che al suo parere fosse preferito quello d' altri Ingegneri stranieri, poco, o nulla pratici del paese, e degli effetti, che in quelle parti cagiona il Po, i quali, benchè portati sul fatto, non videro però, come afferma lo stesso Aleotti (*pag.* 60.), ciò che bisognava vedere, nemmeno ebbero le notizie necessarie, per deliberare così importante negozio.

Soddisfece però al suo zelo almeno con pubblicarle alle stampe, non diffidando forse, che la forza delle sue verissime ragioni dovesse essere anche un giorno conosciuta.

Or dunque mentre, secondo il decreto della Sacra Congregazione, abbiamo da esaminare la possibilità dell' introduzione del Po, a fine non solo di restituire a Ferrara la navigazione, ma ancora di portare al mare il Reno, e l' altre acque, della quale pienamente ha discorso l' Aleotti, stimiamo opportuno raccogliere il suo parere dall' opera stampata, acciocchè apparisca prima, che l' introduzione non può servire a questi due fini; secondo, che la nostra proposizione di recapitare il Reno, tanto è lontano, che repugni all' introduzione del Po in Ferrara, che piuttosto è necessaria a precederle, al giudizio di questo soggetto, d'ogni eccezione maggiore, e tanto interessato nella salute, e prosperità dello stato di Ferrara, senza contradizione di quest' istessa città, a cui utilità fece tal proposizione, conferendola a' magistrati di essa, ed a' pratici del paese, come afferma in queste parole.

„ È cosa, che (*pag.* 97.) come servitore obbligato, dissi alla „ Santità di nostro Signore, ed all' illustrissimo signor Cardinale Al- „ dobrandini l' Agosto passato del 1600. mentre era in Roma, di che „ ed a Sua Santità, ed a sua Signoria Illustrissima, e Reverendissi- „ ma ne lasciai disegno particolare, siccome lo dissi dopo al signor „ Giudice, ed al Magistrato della nostra città, e la sera del mede- „ simo giorno all' illustrissimo signor Cardinale Visconti, ch' era al- „ loggiato in casa del reverendissimo Monsignor Vescovo di Ferrara „ il passato mese di Dicembre, ed a molti altri, e prima, e dopo, „ per sentire, ed intendere qual sorta di contradizioni poteva aspet- „ tare dagl' intelligenti e dell' arte, e del paese, anzi che molte volte

„ prima, che di lasciarmi intendere palesemente, scopersi il mio
„ pensiero a più sorte di gente pratica del paese, ec.

FRAMMENTI DELL' ALEOTTI.

Che l' acqua del Po introdotta nel ramo di Ferrara non può portare al mare i fiumi inferiori.

S' io volessi persuadere, che per render navigabile il Po di Ferrara, ed il ramo d' Argenta si dovessero tirarvi dentro tutti li fiumi, che da' monti, di Bologna, e della Romagna scendono nelle valli, che sono a mano destra del Po d' Argenta, e farvi tornare dentro di nuovo i fiumi della Romagnuola, arginandoli con modo, che potessero fare di non correre ristretti tra gli argini di questo al mare, e s' io volessi persuadere, che non se ne rimovesse il Reno, già l' esperienza delle cose maestra, con l' esempio di questo, e degli altri mi ha dimostrato, che questo, per le di sopra allegate ragioni, sarebbe un persuadere d' escludere in perpetuo l' acqua del Po grande, ec. *e più sotto*.

Per ritornare navigabile il Po di Ferrara, e d' Argenta, conviene, per le ragioni addotte di sopra, levarne il Panaro, il Reno, e tutti gli altri fiumi, che vi mettono capo dentro da Reno in giù, che sono stati cagione, come altrove si è detto, della replezione, che si vede, la quale ogni giorno più si va maggiormente aumentando, e che per ogni poca pioggia ruinosamente scendono in esso, il quale se ne sta bassissimo i tre quarti dell' anno, e che, come si è tante volte di sopra replicato, mentre si trova in questo stato non ha nessuna, o poca decaduta dalla Stellata in giù, per andare al mare; onde benchè abbia corso, non corre però se non per impulsione dell' acque superiori di esso, e de' tanti fiumi, che lo caricano; laonde non avendo continua la sua forza superiore, con la quale possa col peso di se stesso caricare su le piene di detti fiumi inferiori, se non due volte l' anno, come altrove si è detto, e talora una sola, siccome anche sta talvolta due, e tre anni, che non si lascia vedere grossissimo; quindi avviene, che quei fiumi, che a proporzione di declivio lo superano tanto di forze, mentre è basso, e mezzano, non solo lo fermano, ma le sforzano anche a tornare al contrario di quello, che dovrebbe, ed essi, per la grandissima loro caduta, molte volte lo seguitano, come veggiamo, che fanno il Reno, e Panaro, e trattenendosi l' un l' altro (come si è mostrato di sopra) perchè giungono tutti ad un tempo, ed hanno poco declivio dalla loro sboccatura nel Po sino in mare, quietano, e quietando questi, la terra, che da i culti campi dell' Apennino levata, si trova incorporata nell' acque

loro, si scorpora, e scendendo al fondo lo restringe, ed alza, e questo interrimento si va facendo ostacolo al medesimo Po, ond' egli, quando vien grosso, e che dovrebbe caricare i detti fiumi, per cacciarli a basso, ritrovato lo interrimento nel suo letto, volge di se stesso altrettanta parte per l'altro ramo di Figarolo; il quale, oltre che non ha dalla Stellata al mare nessuno impedimento, essendo la linea del suo corso più breve assai degli altri rami, quivi si volge, come anche di sopra si è detto, per la più breve, ed espedita strada, per giungere quanto prima al suo fine, ec.

E se l'otturarono mentre fu vastissimo, e profondissimo, quando questo era il vaso suo principale, peggio ben anche conviene, che diciamo; che farebbono, sentendosi entrare in un cavo fatto a mano, non mai più profondo quant' era innanzi, che fosse otturato, anzi pure non punto più profondo di quello, che si sia la superficie dell' acqua del mare, e che converrebbe essere strettissimo, rispetto alla vastezza, che soleva avere; laonde conviene, che chi pensa di ritornare navigabile questo fiume, ne levi, ed escluda dal suo alveo, senza punto d' indugio, questi fiumi del tutto; altramente, se bene si cavasse con qualsivoglia spesa grandissima largo, e profondo quanto si potesse umanamente cavare, il tutto sarebbe gettato, perchè siamo sicuri, che non durerebbe, e ci vedremmo perdere quello, che poi forse più non potremmo riavere, ec.

2. RICAPITO DEL RENO, SECONDO L'ALEOTTI.

E perchè abbiamo detto (*pag.* 101.), che di necessità conviene che dal Po si debbano escludere il Panaro, ed il Reno, prepareremo un cavo, che levi il Reno dalla F che segue dopo il nome di Reno, e lo porti sopra Vigarano nel Po all'altra F, che è principio di questo nome Ferr. come la linea $\Gamma\Delta$ ci dimostra (cioè da Mirabello sin quasi al Bondeno) e tra questo termine, e Vigarano chiuderemo il Po, come dal punto Γ in esso si vede, acciocchè, questo dal Po medesimo ne resti perpetuamente escluso, e lo lascieremo andare in compagnia del Panaro nel Po grande alla Stellata, arginandolo ben bene con argini grossi, ed alti tanto, che non gli sormonti, nè possa rompere in luogo nessuno, avvertendo se sarà bene a lasciare l'intestatura fatta nel Po, per escludere il Reno, tanto bassa, ma a guisa di chiusa tanto bene fortificata, che quando il Po si troverà nell' estrema sua altezza, il Reno possa, sormontandolo, alleggerire i suoi argini.

3. INTRODUZIONE DEL PO.

Suppone già ricapitato il Reno nel Po grande.

In questo mentre prepareremo un alveo nuovo per il Po grande, il cui principio sia tra l'osteria di Palentone, ed il Polesine, ovvero isola di Bonello, che è nel mezzo del Po, di sotto circa un miglio di detta osteria, ed il suo fine sia nel Po di Ferrara sopra la chiesa di Vigarano, o tra detta chiesa, e l'intestatura fatta per escluderne il Reno, il che benissimo si comprende per una linea segnata, che si vede nel disegno seguente a traverso del Polesine di Ferrara dall'uno, all'altro di detti luoghi. Questo cavamento dovrà essere arginato con la più gagliarda maniera, che sia possibile, per difesa del paese, con restare gagliardo, e per li più alti dossi cavato, e profondato sino in pari almeno alla superficie dell'acqua, che dal mezzano per la fossa marina avremo tirato nel cavo fatto di nuovo dall'intestatura sopra il Zaniolo fin sotto l'argine della punta di S. Giorgio, ed in tanto pur anche della medesima profondità caveremo un cavo per l'alveo del Po di Ferrara da Vigarano, dove in esso sboccherà il suddetto alveo nuovo, che verrà dal Po grande sino all'argine suddetto della punta di S. Giorgio, di quella larghezza, che si potrà maggiore, e per la più profonda parte di esso, col suo fondo equilibrato, ec.

E perchè (come anche si è detto di sopra) il Po grande è tanto largo, e così profondo, che si rende capace di tutto il corpo dell'acque del Po di Lombardia, quindi è, che della latitudine bisogna strignere, o chiuderne tanta parte, quanta sarà la quantità, che si vorrà, che ne venga per l'alveo preparato nel Po di Ferrara, e per il ramo d'Argenta, altrimenti questo infallibilmente si perderebbe in non molto tempo, per le ragioni di sopra addotte, anzi che bisognerà alzare dal rimanente tanto il fondo, che questo si possa rendere in equilibrio col fondo dell'alveo nuovo preparato da Palentone a Vigarano, acciocchè bilanciato l'equibrio di questi due vasi nell'angolo della nuova bifurcazione si mantengano in perpetuo equilibrati.

Laonde, per far questo con comodo, che altri si possa assicurare, che duri in eterno, io non lodo le palificate se non per un principio, perchè conosco il fondo, e la forza estrema di questo fiume, e so quale sia la resistenza, che gli fanno i legni, e per quanto tempo durano, e con quale spesa si mantengono, e però, per potermi assicurare di poterne promettere a' signori, e padroni cosa, che loro stessi se ne compiacciano, e che per tale la reputino, quale io glie la dimostro, dico, che ritrovandosi, come ho detto, nel mezzo

dell' alveo del Po grande un' isola di sotto dall' osteria di Palentone, detta Bonello, bisogna chiudere il ramo di Po, ch' è tra questa, e l' argine del Polesine di Ferrara, con un molo di sassi da pali trattenuti per principio del fondamento di esso, il quale dovrà esser largo assai, ed alto quanto converrà, ma non chiuso affatto, perchè il Po grossissimo possa anche esalarvi, o sborrarvi sopra; operando in modo, che nella parte verso il mare questo molo, o letto di sassi abbia una grandissima pendenza, che dinanzi abbia grand' argine di buona terra, che di sopra sia con fascine, e sassi fortificato alla guisa che vediamo farsi le chiuse di legnami ne' fiumi per alzare l' acqua, e far macinar molini, e perchè l' altro ramo del Po che resterà tra l' isola detta, e l' argine verso il Polesine di Gorzone, non si possa nè slargare, nè profondarsi, converrà assodare con sassi le sponde da ogni lato di esso, e similmente il suo fondo, ec.

In tal maniera chiusa la metà del Po, il che riuscirà infallibilmente, come di già ne abbiamo veduta l' esperienza nel ramo dell' Abate, serrato dal Duca Alfonso l' anno 1568, per destinarlo ricettacolo dell' acque della bonificazione del Polesine di Ferrara, ed assodate le sue rive, come ho detto, che si vede la riva del Po innanzi del palazzo della Mesola, fabbricato con spesa Regia dall' Altezza Sua, in quel luogo aspetteremo un escrescenza estrema del Po grande, e frattanto chiuso il ramo di Volano sopra il ponte di S. Giorgio di sotto della chiavica, ch' è poco di sotto della Fornace della punta aperta, per potere scolar l' acqua sorgente nel Po d' Argenta di sotto dall' argine suddetto della punta di S. Giorgio, e debilitato quest' argine medesimo della punta quando si potrà, perchè resista malamente ad una gran piena del Po grande che venga, ed aperto l' alveo preparato di nuovo a Vigarano, e fortificati ed assodati ad uso di coronelle nuove, gli suoi argini nuovi benissimo con banche, e restare gagliardissime, e riveduto, e risarcito tutti gli argini del Polesine di nuovo, e provveduto di buone guardie lungo le rive di esso, dal suo principio sino al mare, sopraggiunta una grandissima piena, con invocare l' aiuto Divino, e con chiamare i Santi Protettori della città, e del Polesine in nostro aiuto, lo taglieremo, ec.; per cui io mi confido nell' aiuto Divino, e nella bontà dell' opera, e nelle ragioni, che a farla ci saran state scorta, e guida, che vedremo infallibilmente navigarsi subito questo fiume, e ritornare la nostra città a quella grandezza, nella quale ella crebbe d' umilissimo Borgo alla suprema altezza ne' secoli passati, nè più vedremo il Reno disordinare l' equilibrio de' nostri paesi, come si trova di presente, perchè questo si vedrà entrare ne' rami di questa biforcazione, non come torrente, ma portato dall' acqua di tutto il corrente Po di Lombardia, il quale senza fallo se lo porterà con la sua acqua

meschiato, siccome degli altri vediamo che avviene, ed allora avrà luogo la massima di quelli, che ragionando d'acque non sanno altro, se non che fiume non atterra fiume, ec.

4. RAGIONI DELL' ALEOTTI CONTRO LE PALIFICATE IN PO.

Pare a quelli, i quali si credono di dir bene, che interrandosi tuttavia il Po di Ferrara, ed allargandosi, e profondandosi ogn' ora più il ramo di Figarolo, che fosse facile il fare, e mantenere una palificata contro il furioso corso del maggiore fiume dell' Europa dall' Istro, o Danubio in fuori, accresciuto da tanti fiumi reali e tributato da tanti torrenti, fosse, laghi, condotti, e cavamenti, contro il furore del quale a fatica reggerebbono i più duri, e sodi dorsi dell' Appennino in un fondo paludoso delle grandissime campagne dell' Eridano, accresciuto, e ripieno della pura sabbia di tanti torrenti, che dentro vi sboccarono eternamente, si credono forse questi, che ciò dicono, che il Re superbo, e minaccioso de' fiumi sia un picciolo torrente, simile al Ronco, al Montone, all' Isapi, al Lamone, o al Senio? Se non hanno udito le sue forze sino ad ora, forse che l' udiranno anche un giorno raccontare, quanta fatica, quanta spesa, e quanti stenti ci ha speso quel glorioso Duca, oltre le tante spese fatte dalla comunità di Ferrara; ben si vede ciò a' libri delle spese per ciò fare in quc' tempi, che nell' Archivio di essa si conservano, ec.

Par forse facile a molti, che non sanno, il tenere a freno un fiume così terribile, com' è il Po, il cui profondissimo alveo ha il suo fondo di pura sabbia, e di paludi, come si è detto, argomentando le forze sue da picciolissimi torrenti de' loro paesi; ma non si accorgono che le conseguenze non sono buone, ec.

Andranno anche comprendendo, che quanto perciò il ramo di Ferrara perdeva di fondo, e si stringeva in latitudine; che altrettanta era di mano in mano la forza, che acquistava l' altro ramo di Figarolo, profondandosi ed allargandosi, a che molto aiuto porgeva la brevità del corso, ch' era, ed è anche di presente, benchè si sia di tanto prolungato, molto minore di quello de' rami di Volano, e d' Argenta, da che potranno argomentare quanto forse fosse malagevole il fare, e mantenere una palificata nella bocca di quel ramo, che tuttavia si andava allargando, profondando ogn' ora più, ed in un fondo arenoso, come si è detto, e non punto sodo, ec.

Saprà in oltre chiunque desidera d' intendere, che tutte le palificate, che altri, con voce più Toscana della Ferrarese ordinaria, chiama steccate, fatte nel Po da tanti secoli scorsi sino a questi tempi,

per difendere le rive di esso, che non si sono mai estese in larghezza dell' alveo del Po, più di 3. 4. 5. fino in 6. pertiche; anzi non mai o poche volte, tanto che il Po non se l' abbia nella prima piena cavate, e portate al mare, come ne può, per giustificarsi del vero vederne qualch'una, ed interrogarne la gente del paese, per informarsi della verità, ec.

La palificata, che colà comandò l' Altezza Sua si facesse con il consiglio d' Iseppo Pontone da Verona, uomo stimato assai, e che nulla valse, fu dal 1569. fino al 1571. in circa, ec.

Il Po grande corre con comune larghezza di pertiche 65. ed è largo al dritto della bocca vecchia del Po, che veniva a Ferrara, pertiche 180, ed è profondo 13. piedi, e cresce di più piedi 20. e mezzo. Or faccia quivi il sig. Mengoli una steccata, come egli dice, che se dibatterà 65. pertiche, larghezza ordinaria del Po, delle 180. ch' egli è largo in detto luogo, gli rimarrà 125. pertiche, la metà delle quali è 62. e mezza, e tanto converrà, che stringa questa gran larghezza da ogni lato. Ma fatto ciò, non ha fatto nulla, perchè se il Po scorre per una larghezza di 65. pertiche, supposto, che la sua steccata gli riesca, scorrerà, e passerà anche per l' apertura, che avrà lasciata. Onde qui conviene, che sia ristretta questa bocca, tanto che dell' acqua una parte se ne introduca nel Po di Ferrara, sia poi con qualsivoglia proporzione, o aritmetica, o geometrica, o a ragione di decadute, o di quantità di corpi, o lunghezze di corsi, poichè odo parlare del dividere una fluida massa dell' acque del Po, quando è pieno, con proporzione musicale, perchè altri non lo conosce, e forse argomentano la forza di questo da quella del Ronco, del Montone, dell' Isapi o Savio, e del Lamone, fiumi di Ravenna perchè chi legge il suo discorso, creda, che così appunto com' egli scrive, sia possibile a metter termine al maggior fiume dell' Europa, con proporzione aritmetica, o geometrica; or sia ad ognuno, che di ciò ragiona, concesso ciò che gli piace; dico, che bisogna levare al Po grande tant' acqua, che il Po di Ferrara, e conseguentemente li rami di esso Primaro, e Volano si facciano navigabili, questi ragionevolmente dovranno portare la metà dell' acqua, perchè il Po di Ferrara ha le due foci dette, ed il Po grande due altre, che sono le Fornaci e Goro, se ben quella delle Fornaci ha cinque bocche, che lo scaricano in mare. Ora supponiamo, che si debba tirare nel Po di Ferrara un terzo solo dell' acqua, e facciamone ad ognuno tutta la derrata che vogliono, bisogna qui stringerlo di più, che non è il terzo di 65. pertiche, che sarà pertiche 21. e mezza, la metà delle quali sia undici pertiche; su non tengano conto di minuzie superparzienti, ed alla fatta palificata aggiugniamone tante da ogni lato, che di qua, e di là vedremo, che ci converrebbe stringere il Po pertiche

73. e mezza, dunque crediamo di spingerci nel Po 73. pertiche e mezza da ogni lato, e ci crediamo, che una palificata debba reggere ad un peso di tanti mila piedi d' acqua caricata dal peso della caduta del Po, e di tanti fiumi, che lo gravano al tempo delle piene? Non vogliamo noi, che il Po sentendosi ristretto, e caricato, si profondi, e cacci le palificate, e le rompa? Qual lunghezza di legno sarà quella, che arrivi al fondo, si ficchi, e regga a sì gran peso? Credami chiunque brama d' intender il vero, che non ognuno ha veduto in collera questo fiume; lo vide bene l' Ariosto nostro, e però proruppe cantando.

Con quel furor, che il Re de' fiumi altiero
Quando rompe talora argini, o sponde,
E che ne' campi Ocnei s' apre il sentiero, ec.

Non possono reggere le palificate, che come ho detto, si estendono solo in larghezza tre, o quattro pertiche nel Po, e reggere se le credono le genti di tanta larghezza? Il modo di domare questo superbo, e minaccioso fiume, non è questo per mio avviso, e chi lo crede s' inganna; può essere, che anch' io m' inganni, tuttavia ho l' esperienza in aiuto del mio parere. Ma mi persuado bene, che se chi non l' ha veduto, lo vede un giorno nella grandezza della sua maggior possanza, muterà pensiero, e lascierà di concorrere nell' opinione. Che perciò dalla banda di Figarolo si facciano alcuni ripari con palificate. Ma scorgo qui nuova difficoltà, ch' è questa; dubito, che ancorchè la bocca del Po grande si ristringa, che la profondità, e larghezza sua non l' inghiottisca meglio, che la bocca, che si farà per introdurlo nel Po di Ferrara cavato di nuovo.

* *Qui si tralascia una breve Scrittura del padre Don Benedetto Castelli, essendo la medesima data da noi con l' altre sue opere nel tomo III. del Corollario XIII.*

REPLICHE AD ALCUNE RISPOSTE DE' SIGNORI FERRARESI ALLE PRECEDEMTI SCRITTURE.

Nella risposta al calcolo da noi presentato per l' introduzione del Po, sottoscritto dalle parti nella visita del sig. Cardinal Gaetano, procurano i signori Ferraresi di persuadere, che sia superfluo profondare il Po di Ferrara egualmente a quel di Lombardia, ed alcuni piedi sotto la superficie del mare, asserendo essere sufficiente dare ai fiumi la linea della caduta al pelo di esso; il che, se bene si considera, si troverà lontano dal vero ne' fiumi navigabili, che se

ivi lo stesso giorno.	p. 14. 1.	p. 6	5 4 3 2	51 46 40 35	50 45 40 35
Po di Ariano alla Casa Gilioli, 12. Maggio 1717.	p. 8. 8. 8.	p. 6	5 4 3 2	47 42 36 26	48 42 36 30
ivi lo stesso giorno.	p. 9. 5. 11	p. 6	5 4 3 2	47 42 36 26	47 41 35 29
Crespino 12. detto.	p. 10. 7. 3	p. 6	5 4 3 2	46 41 34 28	46 40 34 28
Po di Ariano alla casa Gilioli, 12. detto.	p. 9. 7. 7.	p. 6	5 4 3 2	45 40 35 28	45 40 35 30
ivi lo stesso giorno.	p. 8. 0. 3.	p. 6	5 4 3 2	41 37 34 29	41 37 33 29
Papozze li 9. detto.	p. 10.	p. 6	5 4 3 2	35 30 25 20	35 30 25 20
Po di Ariano alla Torre Panfilia.	p. 18. 4. 9	p. 6	5 4 3 2	33 27 23 18	33 28 23 18
Papozze 9. detto.	p. 12. 9. 10	p. 6	5 4 3 2	30 25 20 17	30 25 20 15
ivi li 9. detto.		p. 6	5 4 3 2	23 20 18 15	24 21 18 15

		p. 6	5 4 3 2	15 12 9 6	15 12 9 6
		p. 6	5 4 3 2	5 4 3 2	5 4 3 2

XII. Rimane da supporre la ragione delle velocità rispetto alle corrispondenti altezze, in qual proporzione cioè stia Rγ a γ 1 V, il che si ricaverà dalla formola posta al num. IX. di questo, ch' è $\frac{\sqrt{ay}}{\sqrt{\sqrt{(aa-yy)}}}$ a $m+\frac{n}{p}-q-a$, e prendendo a considerare la massima e la minima deviazione di ciascheduna osservazione, servendosi delle intermedie per rilevare con qual differenza progrediscono gli archi, onde aversi il punto di quiete 1 V ec. Si è dunque calcolata la seguente tavola, in cui la prima colonna contiene gli archi massimo e minimo di deviazione. La seconda le velocità. La terza le respettive altezze. La quarta l' esponente delle medesime altezze, ricavato mediante il lemma del numero XIV. della prima parte di questo capitolo, onde poi restano, secondo il medesimo esponente, proporzionali le altezze, e le dette velocità. La quinta colonna contiene prossimamente in numeri rotondi il detto esponente; e la sesta finalmente esprime i gradi compresi secondo le diverse proporzioni, che ne emergono.

Gradi di deviazione.	Velocità corrispondenti.	Altezze razionali corrispondenti.	Frazioni che esprimono l' esponente dell'altezze.	Numeri prossimi di esse frazioni.	Gradi compresi secondo le diverse proporzioni.
70 40	524 289	50866 43246	$\frac{2574276}{704907}$	$\frac{7}{2}$	dal 70 al 66
66 39	474 285	62891 49921	$\frac{2214452}{1003070}$	2	dal 66
64 40	452 289	77172 59912	$\frac{1939320}{1099492}$	2	al 60

60 36	416 269	74999 55879	$\frac{1885789}{1278247}$	$\frac{3}{2}$	dal 60
59 32	399 250	60751 44041	$\frac{2026446}{1396990}$	$\frac{3}{2}$	al 50
50 35	345 264	130944 98564	$\frac{1153953}{1232389}$	1	dal 50
48 30	333 240	100242 69922	$\frac{1419536}{1562663}$	1	
47 29	328 236	115420 84670	$\frac{1430901}{1444762}$	1	
46 28	317 230	97246 66056	$\frac{2093319}{2144821}$	1	
45 30	316 240	120710 86590	$\frac{1190830}{1442396}$	1	al 41
41 29	295 239	146280 108280	$\frac{910965}{1307201}$	$\frac{2}{3}$	dal 41
40 27	289 216	109912 73952	$\frac{1275739}{1720595}$	$\frac{2}{3}$	
35 20	264 191	98566 60626	$\frac{1420856}{2110848}$	$\frac{2}{3}$	
33 18	255 180	93849 55099	$\frac{1503871}{2313152}$	$\frac{2}{3}$	
30 15	240 164	86590 46580	$\frac{1667020}{2692682}$	$\frac{2}{3}$	al 24
24 15	211 164	124672 79912	$\frac{1102689}{1929169}$	$\frac{1}{2}$	dal 24
15 6	164 103	79912 32954	$\frac{2032526}{3847457}$	$\frac{1}{2}$	
5 2	93 59	82954 33274	$\frac{1994330}{3967636}$	$\frac{1}{2}$	al 2

XIII. Sia da rintracciarsi mediante la palla sospesa ad un quadrante, come si è esposto ne' numeri superiori, lo spazio percorso dall'acqua in qualunque dato tempo. Si prenda con la maggiore possibile esattezza in una data profondità di acqua corrente l'angolo di

deviazione del pendolo, avvertendo che resti profondato sotto la superficie del fiume il meno che sia possibile, di poi con un esatto orologio alla mano, posto prima un galleggiante nel filone del fiume, nel sito della prima osservazione, si noti dentro un dato tempo il viaggio che farà esso galleggiante, ed in grazia di esempio abbia fatto in un'ora miglia due, il che si potrà raccogliere dal tempo consumato nel fare 200 passi, o qual altro numero de' medesimi si vorrà, senza aver la pena di accompagnarlo per tutto lo spazio dei due miglia; in ragione dunque di mille passi geometrici per miglio, saranno per li due miglia once 120000, che diremo s (*tav.* 2. *fig.* 7.) L'angolo della deviazione sia FAE di gradi 20, il di cui seno retto DG, ed il seno tutto AF o AG, onde si deduce, che l'acqua ha forza di spinger oltre il galleggiante per lo spazione s, la palla si discosta dalla perpendicolare in quella data altezza per gradi 20. Sia ora o nel medesimo o in altro fiume da rilevare per un altro dato angolo di deviazione FAg quanto cammino faccia l'acqua, dico che questo sarà sempre in ragion composta della diretta del primo spazio s, e dimezzata della tangente Fe di questo ultimo angolo di deviazione, e reciproca pur dimezzata della tangente FE dell'angolo di deviazione della prima osservazione radicale in parità di tempi: imperocchè le velocità de' fiumi per il numero V. di questa seconda parte sono in ragione dimezzata delle tangenti degli angoli di deviazione, e per esser ne' fiumi (come si dirà a suo luogo) equabile il moto loro progressivo, saranno gli spazj percorsi, come le velocità, onde la velocità radicale della prima osservazione allo spazio percorso, sarà come la velocità dell'ultima osservazione allo spazio, che si ricerca, o pure la dimezzata della tangente Fe al ricercato spazio; che però questo sarà in ragione composta della diretta dello spazio s, e della dimezzata di Fe, ed inversa pur dimezzata di FE, come si è detto.

XIV. *Scolio I.* Riduciamo la cosa all'esempio, supponendo la deviazione del pendolo nella seconda osservazione essere di gradi 55. Per i triangoli simili ADG, AFE sarà come la secante AE al raggio AF, così AF $=$ AG al seno del complemento AD, che però AD sarà (fatto il calcolo) eguale a parti 95300 delle 100000, in cui s'intende diviso il raggio, e per la medesima ragione Ad sarà di quelle parti 58170. Sarà parimenti come questi seno del complemento al seno retto DG, così il raggio alla tangente FE, onde pel primo caso sarà FE eguale a parti 36410, e la F$e = 142700$, e la radice di FE sarà 191 in circa, e quella di Fe, 378, quindi lo spazio ricercato sarà $\frac{120000 \times 378}{191} =$ a passi 3960, onde l'acqua in questo secondo stato camminerebbe in un'ora quasi il doppio della prima; dovendosi

avvertire, che se l'esperimento si farà nel medesimo fiume, lo spazio che si ritroverà, competerà a que' filamenti di acqua, che risponderanno al sito sotto della superficie, ove si troverà la palla; e se lo sperimento si praticherà in altro fiume, si dovrà pure aver riguardo al detto sito, o veramente procurare, che la palla stia il più che sia possibile vicina alla superficie, senza però che mai resti nell'orizzonte di questa.

XV. *Scolio II.* Dovendosi nel fatto de' fiumi concretare qualche cosa di positivo in tanta varietà di osservazioni, che si sono riportate in riguardo delle velocità, non si tralascierà di avvertire, quanto in tal proposito si reputa più conforme al vero. Credè il Castelli esser le velocità delle acque correnti nella semplice ragione delle respettive altezze, ma la di lui sperienza riferita da noi puntualmente al numero II. della prima parte di questo capitolo, viene riputata dalla maggior parte degl'Idrometri, come mancante della necessaria esattezza; anzi l'Autor Modanese, di cui abbiamo fatta menzione, avendo rifatta la stessa sperienza con qualche variazione però delle circostanze, come si è notato al num. XVI. e seguenti della detta prima parte, non ritrovò in fatti, quanto aveva dedotto il Castelli, ben rilevò dalle sue osservazioni, che le altezze dell'acqua corrente stessero fra di loro nella duplicata subtriplicata della quantità dell'acqua, e per conseguenza, che le velocità siano come le radici quadrate delle respettive altezze, essendochè le quantità dell'acqua stanno fra di loro come le altezze e le velocità, considerandosi la larghezza della sezione, come data e costante. Sopra questo particolare nientedimeno quando lo sperimento del Barattieri riferito al numero VIII. della stessa prima parte sia stato praticato con le dovute cautele, potrebbe molto contribuire per farci accostare al vero, essendo ella stata una osservazione reale fatta in un condotto con un regolatore, dove gli sperimenti del Castelli, e dell'anomino Modanese sono stati eseguiti in piccioli canali. Il maggior scrupolo che io avessi nell'osservazione di esso Barattieri sarebbe il sapere se in fatti egli lasciasse, che le acque si bilanciassero nel condotto, ridotto che l'ebbe alla piena, come era ben necessario per rettamente dedurre gli effetti dello sperimento, e se osservasse nel medesimo condotto inferiormente al Regolatore, l'acqua scemata, e cresciuta di altezza viva, senza le quali avvertenze non può concludere la di lui sperienza, come che supporrebbe senza fondamento alcuno, che tutta l'acqua che passava pel Regolatore avanti che fosse chiuso, passasse ancora dopo esserne stata chiusa la metà, il che, come si è detto, dipende dall'aver osservato, se nel canale sotto del regolatore veniva alterata l'altezza dell'acqua, giacchè probabilmente per ridursi a scaricare la medesima quantità, doveva superiormente stare

per qualche spazio di tempo sul crescere; con tutto ciò può darsi, che abbia egli fatte tutte le opportune diligenze, abbenchè non le abbia registrate nel suo libro; il che supposto, concluderebbe la di lui osservazione, che le altezze dell'acqua fossero in dimezzata delle respettive quantità dell'acqua, che passa per una data sezione. Ciò che merita del riflesso intorno allo stabilimento della legge delle velocità in riguardo alle altezze si è quel tanto, che viene registrato nella raccolta di Bologna, come si è considerato al num. X. della prima parte di questo capitolo, mentre quelle osservazioni furono fatte con l'assistenza di celebri matematici, fra quali il Cassini, restando pur anche avvalorata la probabilità della proposizione dell'uso, che ne fece il Montanari in tutti i suoi calcoli delle acque, come si è notato al numero stesso, sapendosi che questo chiarissimo matematico aveva in uso di non servirsi delle nude ipotesi, ma delle medesime volerne con scrupolose osservazioni i più accertati fondamenti.

XVI. *Scolio III.* Da che il Torricelli, il Mersenno, il Mariotte, il Guglielmini, ed altri osservarono ne' vasi, che scaricano dell'acqua per fori in essi aperti, essere la proporzione delle velocità in dimezzata delle respettive altezze, si pretese di dedurre, che la stessa ragione debba pur verificarsi anco nelle acque correnti, considerando che ne' fiumi orizzontali, all'altezza dell'acqua ne' vasi poteva esser analoga, e produr lo stesso effetto, l'altezza viva del fiume, e ne' fiumi inclinati rispondere all'altezza dell'acqua ne' vasi l'altezza che vi è fra un punto dell'altezza viva di quel fiume e l'orizzontale, che passasse per l'origine dello stesso fiume; veggasi di ciò il Trattato del Guglielmini, *Aquarum fluentium mensura* nelle proposizioni II. del libro secondo e terzo; nientedimeno non ben pare adattabile l'analogia predetta de' vasi, che si scaricano per i fori con le acque correnti; imperocchè sembra, che anche il moto già concepito dall'acqua nel cammino possa alterare non poco la velocità, che dalla semplice pressione fosse per nascere: nè gli sperimenti registrati nella parte prima di questo capitolo dal numero XX. al XXIV. praticati nel Po, e nella fossa Polesella nell'incontro della visita 1721 possono in verun conto stabilire la detta proposizione, cioè che le altezze nelle acque correnti siano come i quadrati delle velocità, mentre che dalle stesse osservazioni si rileva seguire del pari gli stessi fenomeni in ordine alla quantità dell'acqua e nell'acqua corrente, e nella stagnante, cosa che mal si può adattare a due cose assai differenti; anzi per poco che vi si attenda, si può scoprire il fondamento dell'equivoco dell'esperimento, avvegnacchè opponendosi l'immensa fiasca idrometrica alla correntia dell'acqua con una faccia o fronte larga da due once in circa, fermandosi questa normalmente

al corso, obbliga tutti i filamenti dell'acqua che in questo urtano, a fermare il loro corso, ed i filamenti superiori nella medesima altezza viva dell'acqua, altra forza verso di questi trattenuti non esercitano, che quella della semplice pressione. Per tanto egli è lo stesso, come se in fatti l'acqua del fiume per rapporto all'acqua, che entra nella fiasca, stesse stagnante, ed uscisse pel foro di un vaso: onde la suddetta benchè ingegnosa osservazione non può farci conoscere il ricercato grado del moto delle acque correnti.

XVII. *Scolio IV.* Non pare che un tal equivoco possi accadere servendosi per l'esame delle velocità, della palla, di cui si è detto, mentre il muoversi che fa essa intorno al centro del pendolo, fa che tanto si scosti dal perpendicolo, quanto importa il pareggiarsi de' momenti fra il corso dell'acqua, ed il peso respettivo della palla, e per conseguenza resta manifesto, che l'angolo di deviazione può servir di fondamento per un giusto calcolo delle velocità. Noi al numero I. di questo capitolo, abbiamo trovato, che gli archi di deviazione in eguali immersioni della palla, vanno crescendo aritmeticamente, e sino a che altri più accurati di noi non ci mostrino altra progressione di questi archi, ci sarà lecito di attenersi a quanto abbiamo esposto nella tavola registrata al numero XII. di questo. In questa adunque ogn' uno può chiaramente vedere, che le leggi del moto nelle acque correnti non sono sempre le stesse, e se vogliamo spiegare questo moto con la forza della pressione, il che pare assai consentaneo alla verità, noi vediamo dalla detta tavola. Primo, che se il moto dell'acqua è assai intenso, vale a dire, se immersa la palla sotto la superficie dell'acqua per piedi cinque, si ottiene un arco di 70 gradi, e ritratta poi così che resti solo immersa un piede, abbiasi un arco di gradi 40, con differenza di gradi 10 per ogni piede d'immersione, noi vediamo dico, che le altezze prese dalla quiete perchè succeda con la forza della pressione il detto moto, stanno in ragione settuplicata dimezzata delle corrispondenti velocità, ed accostarsi assai alla ragione quadruplicata. Secondo, se il massimo arco è gradi 66, ed il minimo 39, e che le differenze sieno di 8 in 9 gradi per ogni nuova immersione, in tal caso le velocità stanno come i quadrati delle altezze. Terzo, se il massimo arco è 64, il minimo 39, e le differenze degli archi parimenti di 8 in 9 gradi per ciascuna immersione, saranno le velocità in triplicata dimezzata delle altezze. Quarto, se il massimo arco è 50, ed il minimo 30 e la differenza degli archi di gradi 5 in 6 per immersione, stanno le velocità nella semplice ragione delle altezze, come vogliono il Castelli, il Barattieri, il Montanari, ed i Raccoglitori di Bologna. Quinto, se il massimo arco è 41, ed il minimo 15, con differenza da arco ad arco di gradi 4 in 5, allora le velocità sono in

ragione duplicata subtriplicata delle altezze. Sesto, se il massimo arco sarà gradi 24, ed il minimo gradi 2, con diferenza fra arco, ed arco di gradi uno sino a tre, saranno le velocità come le radici quadrate delle altezze, come vogliono il Guglielmini ed altri rinomati Autori. Da tutto ciò si raccoglie verificarsi in realtà nelle acque correnti tutte le ipotesi sin'ora corse fra gli Idrometri, e molte altre ancora non considerate oltre di queste. Per tanto se il fiume corre molto veloce, e le differenze fra arco e arco, dentro però le circostanze con le quali si sono fatte le nostre osservazioni, registrate nella tavola del numero XI. di questa seconda parte; stanno come ivi si sono notate, converrà nel calcolo delle velocità servirsi delle ragioni rilevate nell'altra tavola del numero XII. Se il fiume corre lento, servirsi dell'ordinaria dimezzata delle altezze, e ne' moti che non sono gran fatto tardi, nè gran fatto concitati converrà adoprare le altre ragioni, parimenti notate in essa tavola. Egli è ben vero, che un solo punto di *sublimità* o di quiete del fluido non può servire per tutta la sezione; mentre in questa potrà tal acqua correre con differenze tali di archi, che ricerchino tutti diverse proporzioni; quindi per aversi una velocità media, converrebbe in una data sezione rilevare con quali differenze andassero crescendo gli angoli di deviazione, e presa poi di ciascheduna osservazione la velocità media, prendere dell'aggregato di tutte una nuova velocità pur *media*, ed il simile fare delle respettive altezze, e da ciò ne risulterebbe la più prossima ragione delle velocità per rapporto alle altezze.

XVIII. *Scolio V.* Sia per esempio da esaminare o una sezione di un fiume, o parte di essa, vale a dire per quella altezza, a cui arriva la lunghezza del pendolo sopradescritto, e per non allontanarsi dal vero, prendiamo alcune osservazioni, che furono fatte nel Po dirimpetto alla chiavica di Raccano l'anno 1717 li 14 Maggio. Furono queste in numero di cinque, che stanno anco registrate nella tavola del numere XI. di questa seconda parte, ma sparsamente, cioè in que' luoghi, che loro competono per la serie. Qui le porremo tutte a suoi luoghi, anzi ad oggetto di una maggior chiarezza, sia nella seguente figura la larghezza del Po AB (*tav.* 2. *fig.* 8.), la quale dalle osservazioni fatte del 1721. nella visita di quel fiume fra Pontificj, Cesarei, e Veneti, fu riconosciuta di pertiche 65 Bolognesi, li 20 Marzo. Sia A la parte destra del Po, B la di lui parte sinistra, e più vicina alla chiavica suddetta, che non è gran fatto superiore alla terra della Polesella. La prima osservazione fu in GM in altezza di piedi 33 : 7, gli archi per la deviazione con differenza di piedi 4 d'immersione della palla furono, il primo e massimo di gradi 64, e il secondo e minimo di gradi 40. Nella seconda osservazione FL, sempre con la stessa differenza d'immersione, il massimo

arco fu di gradi 57, il minimo 32. Nella terza EK il massimo fu 50, il minimo 35. Nella quarta DI il massimo fu gradi 47, il minimo 29; e nella quinta ed ultima HC il massimo fu 40, ed il minimo 25. Ciò fatto si ricorra alla tavola suddetta fondamentale numero XII. e si troverà, che per la prima osservazione le velocità sono come i quadrati delle altezze, cosicchè prendendo prima la media velocità fra la massima e la minima che è 370 (nascendo questo numero dalla somma 452 e 289 divisa per metà) e la media altezza verrà ad essere secondo la tavola 68542, che ridotta in piedi (de' quali in sei s'intende diviso il filo, che sostiene la palla) col moltiplicare questo numero per 6, e dividerlo per 100000, si avrà 4 per la detta altezza media in piedi (ommettendo le piccole frazioni per brevità, e perchè solo insensibilmente alterano il calcolo) e quadrando sarà la velocità, come piedi 16. Per la seconda osservazione si ha dalla stessa tavola dover esser le altezze in triplicata dimezzata rispetto alle velocità, onde col metodo detto di sopra, si ricava che le velocità saranno come 5. Per la terza osservazione e per la quarta, avendosi che le velocità debbano essere nella semplice ragione delle altezze saranno la terza, come piedi 6 once 10, e la quarta come piedi 6 (cioè a dire, che tanti piedi di altezza di acqua, che s'intenda posta sopra i punti, ove cadono le velocità medie, produrranno queste tali velocità) e finalmente per la quinta osservazione, essendo le velocità in ragione duplicata subtriplicata delle altezze, sarà la velocità competente, fatto il calcolo, come 3. Si raccolgano tutte queste velocità in una somma, e si avranno piedi 36 : 10, che divisi per lo numero delle osservazioni 5, saranno piedi 7 : 4 per la velocità ragguagliata o media equivalente alla vera dell' acqua sopra il punto della velocità media della sezione, in cui si sono fatte le operazioni predette. Per aversi però la mole dell'acqua, che per la detta sezione passerà in un dato tempo, basterà moltiplicare la larghezza nell'altezza di essa sezione, e poscia nel sopra ritrovato numero esprimente la velocità. Per avere l'altezza ragguagliata di questa parte della sezione, bisogna sommare separatamente gli archi massimi di deviazione di ogn'una delle osservazioni, e dividere la somma per lo numero delle medesime, e si avrà l'arco medio per le ricercate altezze; così nel caso presente la somma è 260 gradi, e l'arco ragguagliato gradi 52, il di cui seno del complemento 38 sarà, fatte le debite calcolazioni piedi 4 once 8 a un dipresso, da cui detratto un piede cioè la Aφ (*tav.* 2. *fig.* 6.) restano piedi 3 : 8, e la quantità dell' acqua che si ricerca sarà 17479 numero prodotto dalla moltiplicazione di $650 \times 7\frac{1}{3} \times 3\frac{2}{3}$ che è due volte e mezzo in circa maggiore di quello che provenirebbe calcolando col fondamento delle ordinarie regole della dimezzata delle respettive altezze, il che darebbe solamente 5589, e quasi il doppio di questo numero si avrebbe

servendosi della regola del Castelli, che darebbe 8737, dal che si può agevolmente comprendere, quanto lontano dal vero ci guidino i metodi, che sono in uso pel calcolo della quantità dell' acqua ne' fiumi.

XIX. Essendo che ne' computi antecedenti non si è calcolato, che la portata dell' acqua per una parte della sezione, vale a dire per la sola altezza, a cui arriva il pendolo, qualor è allontanato dalla perpendicolare per l' azione dell' acqua, il che, come si è veduto, risponde al seno del complemento dell' angolo di deviazione, quindi sarebbe da cercarsi il metodo di rilevare l' intiera portata della sezione. Per eseguirlo sembrerebbe congruo il modo posto in uso ne' numeri antecedenti, cioè di progredire nell' esame delle velocità, che è quel tutto, che cercarsi deve, e ciò secondo la progressione ritrovata coll' uso della palla, vicino alla superficie dell' acqua; come per esempio, se la velocità superficiale è di gradi 25, la susseguente un piede più verso del fondo fosse di gradi 30, la prossima un altro piede più sotto fosse gradi 35, e la quarta gradi 40, sembra giusta illazione il dire, dunque 8 piedi sotto della superficie sarebbe gradi 60, e 12 piedi sotto della medesima superficie dovrebbe essere gradi 80; ma un tal discorso non risponde all' osservazione, secondo a tutti i casi possibili: conciossiachè vi sono delle velocità, che crescono con tali eccessi, che progredendo secondo la detta ragione, prima di arrivare al fondo, l' angolo di deviazione verrebbe ad essere maggiore del retto, con manifesto assurdo, non potendo l' acqua con tutto l' impeto che può concepire, se pur questo non fosse infinito, arrivar a tener sospeso il pendolo orizzontalmente, e senza una forza più che infinita, per parlare col linguaggio della scienza interiore, non si può mai far oltrepassar l' angolo retto al pendolo. Tornisi a considerar qui alcuna delle osservazioni registrate al numero XI. di questa seconda parte, e fra queste la prima fatta a Crespino, la quale essendosi praticata in un fondo di piedi 24 con differenza di 10 gradi per ogni piede d' immersione della palla, quando per due soli piedi fosse essa stata ancora profondata, avrebbe dovuto oltrepassar l' angolo retto, e da una forza più che infinita essere distratta, il che in alcun modo non poter succedere ognuno lo comprende. Nella seconda osservazione, fatta parimenti a Crespino in fondo di piedi 26, con differenza di deviazione di gradi 9 per ciascuna immersione, profondata la palla a piedi 9 oltrepasserebbe l' angolo retto, e darebbe, con assurdo, un angolo di gradi 93. Nella terza osservazione fatta a Raccano in fondo di piedi 33 : 7 arriverebbe oltre l' angolo retto, cioè a gradi 92, allorchè fosse immersa la palla piedi 9, cioè quando pur anco vi restassero piedi 24 : 7 ad arrivar al fondo. Nella quinta osservazione ivi in fondo di piedi 19 : 8

arriverebbe l' angolo di deviazione a i gradi 96, quando la palla stesse alta dal fondo piedi 9 : 5. Nella duodecima osservazione alle Papozze in fondo di piedi 27 : 3 : 9 quando la palla fosse immersa, in modo che restasse essa discosta dal fondo piedi 11 : 3 : 9 ascenderebbe all' orizzontale, ed immergendola ancora di più, oltrepasserebbe la detta orizzontale, con maggior assurdo. Finalmente nella osservazione XIV. alle Papozze in fondo di piedi 12 : 9 : 10, allorchè fosse immersa la palla ad un solo piede lontano dal fondo essa sarebbe asportata ad avere un angolo di deviazione di gradi 90.

XX. Dalle quali cose chiaramente apparisce l' incongruenza dell' illazione, ed esser impossibile, che avvicinandosi al fondo con le immersioni possi sussistere la stessa legge degli accrescimenti degli angoli di deviazione, e convien dire, che le resistenze che incontra l' acqua a cagione del soffregamento del fondo, alterino molto sensibilmente le sopra dette proporzioni, nè in verun modo siano queste da negligersi da chi pretende rilevare i veri accidenti del moto delle acque. E vaglia il vero, essendo io li 11 Maggio 1717 sul Po di Ariano alla Mesola, accomodai il filo della palla, perchè fosse di pari lunghezza con l' altezza viva dell' acqua, cioè di piedi 8 : 8, onde immerso sino a fior di acqua, e di poi successivamente estratto di piede in piede, cosicchè l' ultima osservazione fu fatta con un piede d' immersione, si ritrovarono i gradi di deviazione 24, 23, 22, 21, 19, 17, 16, 12, dal che apparisce che questi angoli non si vanno eccedendo con differenze eguali, ma che a misura che si accostano al fondo, hanno gli eccessi minori. Parimente nella stessa sezione in fondo di piedi 6 : 8, ridotta a questa misura la lunghezza del filo, ed anche quattro once di più, di modo che era piedi 7; fatta però la massima immersione, ed indi estratta di piede in piede la palla, si ebbero i gradi seguenti di deviazione 21, 22, 23, 20, 22, 20, 18, cioè con angoli che sul principio crescono andando verso il fondo, indi inoltrandosi più verso di questo decrescono. Così nell' osservazione fatta li 14 Maggio 1717 dirimpetto la chiavica di Raccano nella settima stazione, essendosi in un fondo di soli piedi 4½ con la lunghezza però del pendolo di piedi 6, immersa che fu la palla sino al fondo, ed indi successivamente estratta, notandosi l' angolo di deviazione per ogni mezzo piede di estrazione, si ritrovò l' angolo vicino al fondo gradi 19; in piedi 4, gradi 20; in piedi 3½, gradi 19; in piedi 3, gradi 18; in piedi 2½, gradi 16; e finalmente immersa la palla piedi 2 gradi 14, onde anche da questa osservazione si rileva qual resistenza cagioni il fondo de' fiumi al movimento dell' acqua. Poste le quali cose, ben si comprende mancar il metodo per aversi la serie compita esprimente i gradi delle velocità in una data altezza viva di una sezione di un fiume. Non vi

sarebbe altro ripiego per indagare il meglio che fosse possibile quanto si cerca, che il servirsi di una palla assai pesante, acciocchè quanto più esattamente notasse gli angoli più vicini al fondo, ma si caderebbe poscia nell' inconveniente di non potersi avere sensibili differenze degli angoli di deviazione, mentre poco restarebbe mossa dal corso dell' acqua, oltre alla difficoltà grande, che vi sarebbe in maneggiarla.

XXI. Abbenchè negli antecedenti numeri paia sufficientemente posta in chiaro la teoria delle velocità delle acque correnti col mezzo delle palle sospese da' fili, nientedimeno si è voluto avanzar l' esame ad una maggiore facilità per servirsene con frutto, e speditezza nella pratica. Sia il punto fisso A, (*tav.* 2. *fig.* 9.) da cui penda la palla B, attaccata in A col filo AB, immergasi per un dato spazio sotto la superficie dell' acqua corrente, ascenderà la palla portata dal corso sino v. g. in P, ed ivi durerà sospesa sino a tanto che o ritirisi essa, o più si profondi, cioè sino che resti esposta ad essere trasportata e sospesa da un' altra forza: se dal moto di questo pendolo dovessimo noi desumere qualche fenomeno intorno al movimento dell' acqua; converrebbe non alterare nè poco nè molto la prima lunghezza del filo; ma non domandando le nostre ricerche alcuna vibrazione di pendolo, ma il solo trasporto ed equilibrio della palla tenuta sospesa dalla forza dell' acqua, quindi egli è lo stesso o il profondare di più il filo senza variarne la lunghezza, o pure variando essa lunghezza, esporre la palla a sostenere varj impulsi dalla forza del corso. Fatta dunque la prima osservazione, e supposto che l' angolo di deviazione sia BAP, si può prolungare il filo per un dato intervallo, e sia Ab, onde portandosi la palla più verso del fondo, se l' acqua in questo sito si muove con maggior energia che nel primo, farà salire la palla in 1p, e l' angolo di deviazione sia 1b, A, 1p, dipoi allungato il filo sino a 2b sia l' angolo di deviazione 2b, A, 2p e così successivamente, se si condurranno i raggi 1p A, 2PA ec., sarà lo stesso per la seconda osservazione, come se la palla avesse descritto l' arco B, 1O, e per la terza, l' arco B, 2O, essendo che per gli archi concentrici, sono questi tutti proporzionali, onde il calcolo egualmente bene procederà sopra dell' arco B, 1O, B, 2O, come sopra gli archi respettivi 1b, 1p; 2b, 2p.

XXII. Ma la forza assoluta, con la quale sarà mossa l' acqua impellente della palla, si troverà nel modo che segue. Per la prima positura P, si conduchino FPD parallela al filo perpendicolare AB, ed il seno dell' angolo di deviazione PH, tirata prima l' orrizzontale AE, di poi si faccia PD eguale al peso assoluto della palla nell' acqua, e condotta la tangente all' arco BP, che sia MP, si faccia DC parallela a questa tangente, e si produchi FP sino che tagli la DC in D,

sarà per i principj della statica DC la forza, che avrà la palla per discendere nell' arco PB nel punto P, ed equivalerà alla forza acceleratrice di essa palla; PC sarà la forza, con cui resta teso il filo nella positura APC. Perchè dunque questa palla rimanga dall' azione dell' acqua sospesa in P, dovrà precisamente l' impeto dell' acqua esser eguale alla forza acceleratrice DC, o sia PM. Si produchi DM in G sino cioè, che tagli il seno PH, ed esprimerà la detta PM la forza dell' acqua, che si dirigerà a sostenere la palla, GM quella che farà forza sopra lo stiramento del filo a cagione dell' urto dell' acqua; e finalmente la GP rappresenterà la forza assoluta, con la quale si moverà l' acqua, che si è risolta nelle due collaterali GM, MP. Lo stesso accaderà in ogni altra positura, e sarà $1g$, $1p$, la forza assoluta rispondente al punto $1h$, e $2g$, $2p$ quella corrispondente al punto $2h$, e le totali distrazioni del filo saranno respettivamente DM + MG; $1d$, $1m + 1m$, $1g$; $2d$, $2m + 2m$, $2g$ ec.

XXIII. È manifesto, che tutti gli archi descritti da queste diverse lunghezze de' fili, si possono ridurre all' arco AB del filo più breve, o a qualunque altro, e che per conseguenza si possono istituire tutti i calcoli sopra questo con assai maggior facilità, e con molto maggior compendio; siccome altresì è manifesto, che se s' intenderanno prodotti tutti i respettivi seni retti PH, 1O, 1Q, 2O, 2Q in S, 1R, 2R ec. cosicchè HS sia eguale a GP, 1Q 1R, a $1g$, $1p$; 2Q, 2R a $2g$, $2p$ ec. la linea curva che passerà per tutti questi punti S, 1R, 2R, sarà la linea delle forze, in cui le ordinate anderanno crescendo come le forze predette; avrà il vertice B, e AT per asintoto, restando solo da avvertirsi, che calcolata sull' arco BE, rimane collocata con inverso sito, vale a dire che le ordinate da B verso A rappresenteranno le forze crescenti dell' acqua da B verso $2b$ di questa curva, una sola porzione della quale servirà per farci rilevare le forze di un fiume, cioè quella che cade fra la minima, e la massima immersione, quando l' eccesso con cui gli angoli di deviazione si vanno superando non sia tale, che il respettivo loro seno retto non cada di sopra del precedente: intorno la qual cosa dalla sola ispezione della figura si può rilevare, che durando il corso del fiume nel medesimo stato, se HP, $1h$, $1p$; $2h$, $2p$ rappresentano i filamenti dell' acqua, e che corrino più quelli, che più restano verso il fondo, non mai la palla potrà andar più alta dell' immersione precedente, cosicchè $2p$, non potrà star sopra dell' orizzontale di $1p$; altrimenti il filamento $1h$, $1p$ correrebbe con maggior impeto del filamento $2h$, $2p$, che è contro la supposizione. La costruzione geometrica della curva veggasi dal numero XXXIV. di questa seconda parte sino al fine.

XXIV. Essendo per i simili triangoli APH, PDC, PDM (*tav.* 2. *fig.* 9.)

queste analogie AP : PH :: PD : DC = PM, ed AP : AH :: PD : PC, sarà ancora PH : AH :: DC : PC, ed il rettangolo PH $\times$ PC = AH $\times$ DC; parimenti per la simiglianza de' triangoli PDM, PMG e fra se stessi, e con i primi, sarà ancora l'analogia PC : PD :: PM : GP; e presa la comune altezza PH, sarà PC $\times$ PH : PD $\times$ PH :: PM : PG, ovvero AH $\times$ DC : PD $\times$ PH :: PM : GP; ma DC = PM; adunque AH : PD $\times$ PH :: 1 : GP, e però GP in ragione diretta di PD $\times$ PH ed inversa di AH, onde la forza assoluta impellente, che l'acqua ritiene, è in ragione composta della diretta del peso assoluto della palla nell'acqua, e del seno dell'angolo di deviazione, e reciproca del seno del complemento del medesimo angolo, e perchè la detta forza si sta come il quadrato della velocità, ne nasce, che la velocità assoluta delle acque correnti stia nella dimezzata ragione diretta del peso assoluto della palla nell'acqua moltiplicata nel seno dell'angolo di deviazione, e reciproca pur dimezzata del seno del complemento del medesimo angolo.

XXV. *Corrolario*. Dal che se ne ricava, che allor quando l'angolo di deviazione BAP sarà di gradi 45, la forza assoluta dell'acqua sarà eguale al peso, che avrà in acqua la palla cioè alla DP, essendo che l'angolo PDM eguale all'angolo di deviazione, se diviene di gradi 45, e GPD essendo retto, sarà per conseguenza PGM parimenti di gradi 45, e perciò DP = GP.

XXVI. Ma perchè si riduca questa velocità allo spazio effettivo, che in un dato tempo possa ella percorrere, così conviene andar più avanti in questa proposizione, riducendo alle misure dello spazio la formola ritrovata nel numero XXIV. di questa seconda parte $u = \sqrt{\frac{PD \times PH}{AH}}$. Si chiami dunque il peso della palla in aria P, il peso di una mole di acqua eguale in volume ad essa palla Q, sarà P — Q il peso assoluto di essa palla in acqua, come costa dalle equiponderanti, cioè DP. Per aversi il valore di Q si proceda come segue. Essendochè dalle osservazioni del Guglielmini, registrate da noi al numero XIX. del capitolo secondo, un'oncia cubica di acqua di misura Bolognese pesa grani 786, se diremo la circonferenza del circolo massimo della palla c, il di lei semidiametro r, sarà per la stereometria la solidità di essa palla $\frac{2crr}{3}$, e per conseguenza sarà l'analogia, come il continente dell'oncia cubica al suo peso, così il continente della sfera della palla al peso suo effettivo in aria, cioè come 1728 punti cubici, che sono gli elementi di un'oncia, a grani 786, così $\frac{2crr}{3}$ a $\frac{2crr \times 786}{3 \times 1728}$, che vale il peso Q: onde GP =

$\frac{PH}{AH} \times PD = \frac{PH}{AH} \times \frac{2crr \times 786}{3 \times 1728}$ valore della forza assoluta dell'acqua, di cui formandosene un cilindro, che abbia la base eguale alla circonferenza massima della palla $\frac{cr}{2}$, e l'altezza y, sarà l'equazione $y = \frac{2PH}{cr \times AH} \times P = \frac{2crr \times 786}{3 \times 1728}$, la qual altezza sarebbe quella, che farebbe camminar l'acqua con la velocità osservata con la palla.

XXVII. *Scolio I.* Poniamo per esempio, che il semidiametro della palla r sia eguale ad 8 linee, che l'angolo di deviazione sia di gradi 30; che la palla P, pesata in aria sia di grani 6720, sarà prossimamente $c = 50$, facendo come 7 al 22 la ragione del diametro alla circonferenza, inoltre PH seno dell'angolo di deviazione sarà per le tavole trigonometriche 50000, e il di lui complemento AH, 86603. Ciò dunque supposto, $\frac{2crr \times 786}{3 \times 1728}$ valerà prossimamente grani 966, che detratti dal peso assoluto della palla 6720, restano grani 5754 pel peso della palla in acqua, il di cui logaritmo . . 3.7599699
ed il logaritmo 2PH 5.0000000

onde la somma 8.7599699

essendo poi il logaritmo di c 1.6989700
quello di r 0.9030900
e quello di AH 4.9375179

sarà la somma 7.5395779

onde la differenza de' logaritmi di queste due somme sarà 8.7599699
7.5395779

1.2203920

il di cui numero è prossimamente 16 $\frac{1}{2}$, cioè come 1 $\frac{1}{3}$ dell'altezza del cilindro esprimente la forza dell'acqua. Trovata l'altezza predetta, basta cercar nella Tavola calcolata dal Guglielmini per gli spazi dovuti alle velocità, registrata nel fondo del libro *Aquarum fluentium mensura*, abbenchè secondo anche il sentimento del signor Manfredi, sia essa bisognosa di riforma, esprimendosi pag. 96. che per la misura della velocità de' fiumi, *tali non sono quelle* deduzioni notate nella *tavola data dal nostro Autore* (Guglielmini) *nel libro della misura delle acque correnti per la ragione addotta ec.* Supponendo dunque gli spazj marcati in essa tavola per essa bastantemente veri, si raccoglie, che ad una altezza di once una ed un terzo corrispondono

all' incirca piedi di Bologna 71 in un minuto d'ora, onde in un' ora quel tal fiume farebbe piedi 4260 di cammino, o pure pertiche di Bologna 426, che non arrivano alla misura di un miglio intiero di quel paese.

XXVIII. *Scolio II.* Per porre in pratica quanto si è detto ne' numeri anteriori nel fatto de' fiumi, daremo qui il modo di servirsene. Perchè le acque correnti hanno un diverso movimento ne' varj punti della larghezza della sezione, così se il fiume non è molto largo si facciano in tre differenti luoghi le osservazioni con la palla, immergendola con date eguali differenze, indi si raccolghinn in una somma tutti gli angoli di deviazione ad osservazione per osservazione, e si dividono per il numero delle diverse immersioni, poi si sommino assieme questi, che diremmo, *medii* angoli di nuovo, dividendoli pure per il numero delle fatte stazioni, che nel caso presente saranno tre, e si avrà l' angolo *medio* di deviazione, con cui realmente si moverebbe l' acqua, se col medesimo grado d' impulso da per tutto corresse. Siano in grazia di esempio gli angoli di deviazione osservati nel sito del filone con eguali intervalli d' immersione gradi 30, 35, 40, 45, dall' uno de' lati siano 22, 25, 28, 31, e dall' altro 34, 28, 32, 36, le somme respettive sono per il filone 150, che diviso per 4 dà 37 : 30. Per il primo de' lati la somma è 106, che pur divisa per 4 dà 26 : 30, e la somma dell' altro è 120, che ha per angolo *medio* 30, e sommando tutti e tre questi angoli *medii* di deviazione fanno 94, che diviso per 3, numero delle osservazioni dà per l' angolo *medio* di tutto il moto dell' acqua 31. 20, cioè gradi 31, ed un terzo, sopra il qual angolo calcolando con una data palla, la forza assoluta dell' acqua, si ricava finalmente lo spazio percorso dall' acqua dentro un dato tempo, ed in conseguenza si avranno noti i piedi cubici dell' acqua, che escono per quella data sezione.

XXIX. *Scolio III.* Volontieri avressimo calcolato la tavola a motivo di facilitar i calcoli agli idrometri, ma riflettendo, che questa non avrebbe servito, se non per una palla di un dato peso, e di una data mole, così sarebbe convenuto, che tutti si avessero proveduto di simili ed eguali palle, e nella grandezza e nel peso, il che per avventura non sarebbe stato sì facile, avuto ancora riguardo alla diversità delle misure, che in ogni paese sono in uso, oltredichè non potendosi già con una sola palla esplorare le velocità di tutte le acque, ma essendo di mestieri spesse volte di mutarle, accrescendole o diminuendole di peso, acciocchè più sensibili siano gli angoli, che mancarsi dal corso dell' acqua, sarebbe stata questa una seconda, e maggiore difficoltà, per cui si sarebbe resa frustranea la tavola, che secondo certi dati, si fosse calcolata: che però stimando sufficiente l' aver data la formola del numero XXVI. di questa seconda

parte, ci dispenseremo dai calcoli, lasciando a chi si vorrà servire di questo, che noi riputiamo sicuro metodo, la pena di conteggiare la quantità dell'acqua, che in dati tempi passasse per una data sezione, il che cogli esempj de' numeri XXVII., XXVIII. non sarà per riuscire difficile, anche per quelli, che non fossero dotati, che di una mezzana capacità.

XXX. Si è voluto qui trasportare la costruzione, e proprietà della curva, che risulta dal numero V. di questa seconda parte, per non distrarre soverchiamente nella contemplazione delle cose analitiche la mente di chi fosse contento d'intender solo quanto concerne il metodo più piano dell'Idrometria. Sia dunque da determinare, e costruire la curva delle velocità, supposto che gli archi procedano secondo la progressione aritmetica, immersa che sia la palla per dati, ed eguali spazj. Dicasi BC $= z$ (*tav.* 2. *fig.* 10.) (spazio che si fa scorrere elevando il pendolo ad una data altezza: la lunghezza del pendolo AB $= a$, e l'arco osservato nella profondità AB sia $= c$. La differenza tra gli archi sia $= b$, e l'arco CR $= y$, sarà per l'ipotesi $y = c - \frac{bz}{m}$ (supposta l'unità $= m$ eguale ad un piede per conformarsi alle nostre osservazioni) ciò restando ben manifesto, avvegnacchè, se estratto il pendolo per un piede, si ha l'arco $c - b$ sollevato per due piedi, si avrà $c - 2b$, e per tre $c - 3b$, e finalmente estratto per lo spazio z, si avrà l'arco $c - \frac{zb}{m} = y$ come si è detto.

XXXI. Si dica QC $= x$, seno verso dell'arco CR; la tangente del medesimo arco $= t$, sarà BQ ascissa della curva da determinarsi $p = z + x$, $y = \sqrt{\frac{aadt}{aa + tt}}$, e $t = \frac{a\sqrt{(2ax - xx)}}{a - x}$, ma si è dimostrato ai numeri II., e III. di questa seconda parte, che $mt = uu$, dunque si avranno le equazioni $y = c - \frac{bz}{m}$, $y = \int \frac{aadt}{aa \times tt}$, $t = \frac{a\sqrt{(2ax - xx)}}{a - x}$, $z + x = p$, $mt = uu$, nelle quali fatte le debite sostituzioni, si ricaverà la relazione tra p ed u, ch'è quello che si ricerca.

XXXII. *Scolio*. La prima equazione delle antedette cinque è al triangolo. La seconda dà la relazione della tangente dell'arco del circolo al medesimo arco. La terza dà la relazione del seno verso alla tangente del medesimo arco. La quarta è alla linea retta. La quinta alla parabola.

XXXIII. Si costruirà dunque nel modo che segue la curva proposta. Si taglino ad angolo retto le rette linee ADG, DRQ (*tav.* 3. *fig.* 1.) Prendasi DR eguale all' arco del circolo descritto dal pendolo, o sia col raggio a, indi si faccia DQ eguale al raggio medesimo. Per li punti R, Q si tirino due linee parallele a DG, e s' intenda descritta tra DG, RH la curva DK espressa dall' equazione $y = \int \frac{aadt}{aa + tt}$, nella quale sia $DG = t$, $GK = y$, e sia KO parallela a DG. Si descriva parimenti la curva RL, di cui la natura si esprima con l' equazione $t = \frac{a\sqrt{(2ax - xx)}}{a - x}$, e sia $RH = t = DG$, $HL = x$. In oltre si descriva dal vertice D la parabola DF dinotata dall' equazione $mt = uu$, nella quale $DG = t$, $GF = u$. Si faccia poi $OD = c : DA :: b : m$, e si conduca AOS; di più RI nell' angolo semiretto con la QR, dico che presa Dg a piacere, e condotta $fgkl$, come pure li, kf, fc parallele a DG, poscia im parallela a DQ, ed fc parallela a DG, sarà il punto c nella curva o scala delle velocità AC, cioè dico essere $Db = p$, e $bc = u$; mentre per la natura della parabola DF, sarà $mt = uu$, e per la natura delle parallele $bc = u$. Per la proprietà poi della curva DK, sarà $Kg = y = \int \frac{aadt}{aa + tt}$, e per il triangolo ODA dalla supposizione $Oo : so :: b : m$, ma essendo $DO = c$, sarà $Oo = c - y$, e perciò $so = \frac{m \times (c - y)}{b} = z$. Parimenti per la natura della curva RL, (essendo $kl = x$) $t = \frac{a\sqrt{(2ax - xx)}}{a - x}$, e per l' angolo semiretto in R; $OM = x = us$ per le parallele; dunque $Ou = z + x = Db = p . q . e . d$. Il vertice di questa curva è in A, le altezze razionali dell' acqua sono le Ab. E se dal punto S ove va a terminare la AC nella RH si tiri ST, sarà PT l' asintoto della curva AC delle velocità.

XXXIV. Per la costruzione geometrica della linea delle forze, supposto fisso il centro del pendolo, allungando successivamente il filo, a cui resta la palla raccomandata, sia il centro del pendolo fermo A (*tav.* 3. *fig.* 2.) BV, bH siano due archi descritti co' raggi AB, Ab, sia DH il seno retto dell' arco bH, conducasi BQ tangente dell' arco BV nel punto B, e per i triangoli simili sarà $AB : BQ :: HM : FH$ (supposta MF parallela al raggio AH). Sia $AB = a$, $BQ = T$, $HM = p$, $FH = f$, sarà $a : t :: p : f$, ed $af = pt$. Sia ancora $Bb = z$, che è lo spazio, o per dir meglio l' allungamento del pendolo, o pure il di lui abbreviamento, quando venghi concepito, che il punto b cadesse

sopra B fra A e B, sarà $AH = a \pm z : AD = x :: \sqrt{(aa + tt)} : a$. L'arco della deviazione osservato in B sia c, e la differenza da un altro qualunque arco bH, che sia y, dicasi b, sarà l'equazione (per quanto si è detto al num. XXX. di questa seconda parte) $y = c + \frac{bz}{m}$, (m vale l'unità) si avranno per tanto le seguenti equazioni $af = bt$; $(a \pm z) \times a = x \sqrt{(aa + tt)}$, $c \pm \frac{bz}{m} = y$, ed $y = \int \frac{aadt}{aa + tt}$, dalle quali, fatte le debite sostituzioni, si avrà la relazione tra x ed f, che è la forza dell'acqua, che agisce contro della palla, e la curva esprimente codesta forza si costruirà come segue.

XXXV. Nella retta AE si prenda $AB = a$ (*tav.* 3. *fig.* 3.), e BE eguale al quadrante del circolo descritto col raggio a; la curva BN sia espressa dall' equazione $y = \int \frac{aadt}{aa + tt}$. Prendasi nella retta AY; $BD = c$, arco osservato, e sia $BD : BG :: b : m$, dipoi tirisi la retta GDF. Si tagli $AL = p$, e si conduca la parallela LI a BM. In oltre sia RBK in angolo semiretto: preso poscia qualunque punto M, e condotta l'ordinata MN, sia BM eguale a t, sarà $MN = y$, $DP = c - y$; se dal punto N sarà condotta NQ parallela a BM sino che tagli la GF in Q, sarà $PQ = \frac{m}{b}(c - y) = z$; si tiri QR parallela ad AB sino che tagli RK, sarà $RS = QP = BS$ per l'angolo semiretto. Si uniscano i punti A ed M con la retta AM, e si tiri l'arco ST, sarà $AT = AS = a - z$; sia TV normale ad AB, e sia prodotta indefinitamente, si uniscano i punti I e V con la retta IV, e dal punto L tirisi la parallela LX ad IV, sino che tagli VX in X, dico che il punto X sarà nella curva delle forze ZXφ. Perchè dunque per i triangoli ABM, AVT simili, sarà $AM = \sqrt{(aa + tt)} : a :: AT = AS = a - z : x$, dunque $x \sqrt{(aa + tt)} = a \times (a - z)$. Similmente $AL : LI :: AB : BM$, dunque $p : f :: a : t$, e però $fa = pt$, ma $VX = LI$, dunque $VX = f$. *q. e. d.* Il vertice della qual curva è in Z, presa $BZ = BG$, e l'asintoto sarà YO, presa $BY = EF$.

XXXVI. Se poi si volesse la scala delle velocità, basta dal vertice L (*tav.* 3. *fig.* 3.) sopra LI come asse descrivere una parabola Lm, per l'equazione $mf = uu$, ed Im sarà u, fatta poi Ln in angolo semiretto, sarà parimenti $pn = u$, e perciò tirata nH parallela ad AB, il punto in cui questa linea taglierà TV prodotta sarà nella scala ricercata delle velocità.

XXXVII. La curva o scala delle velocità del num. XXXIII. si esprime con questa equazione (denominate le quantità, come in esso

numero) $p = \frac{cm}{b} - \frac{m}{b} \int \frac{2aamudu}{mmuu + u^4} + a + \frac{aam}{\sqrt{aamm + a^4}}$. La curva delle forze del numero XXV. , (nominando parimenti le quantità , come in esso numero) sarà espressa per l' equazione $x = \frac{pcm + abp}{b\sqrt{(pp+ff)}} - \frac{pmm}{ab\sqrt{(pp+ff)}} \int \frac{apdf}{pp+ff}$, e quella esprimente la scala delle velocità per la seguente equazione

$$x = \frac{cmmp + mabp}{b\sqrt{(pp+ff)}} - \frac{pm^3}{ba\sqrt{(ppmm + u^4)}} \int \frac{2ampudu}{ppmni + u^4} .$$

Aggiunta alla prima parte del presente capitolo circa all' indagare le velocità delle acque correnti .

1. Oltre a quanto è stato da noi considerato circa a' metodi, ed esperimenti indicati, e fatti da varj Autori per rilevare le ragioni delle velocità nelle acque correnti. è ben il dovere, che si produca ancor lo strumento inventato da M. Pitot membro della Accademia Reale delle scienze, e Soggetto cotanto benemerito della dottrina delle acque, ed in ispecie di quella parte, che alle macchine appartiene molto da lui posta in chiaro, promossa, ed amplificata.

2. Consiste lo strumento di cui si è detto, registrato nelle memorie di detta Accademia dell' anno 1732. in certo tubo di vetro recurvato ad angolo retto, la di cui lunghezza, che restar deve a piombo, raccomandato che sia a certo prisma triangolare di legno lungo anche qualche cosa più del tubo, sì per sicurezza di questo, sì ancora per poterlo, quanto fia d' uopo, immergere sotto della superficie dell' acqua corrente, si fa di 6 piedi, ed anche più, se così si volesse, ma poco più di un' oncia e mezzo la parte di esso tubo recurvata ad angolo retto. La faccia del prisma essa pure si tiene larga da un' oncia e mezzo, e qualche cosa maggiore a proporzione che si accrescesse la lunghezza del cannello. Altro tubo della medesima lunghezza pare, che si vogli applicato al medesimo prisma, ma diritto, e non punto recurvato, finalmente si fanno le opportune divisioni in piedi, once, e linee, da adattarsi nel modo più facile al tubo per servirsene opportunamente, come in detta Memoria resta abbondantemente espresso.

3. Per ben applicare la macchinetta all' acqua corrente si dirige il bracciuolo recurvo verso del corso, fermandosi in tal modo orizzontalmente, onde entrando per l' aperto foro l' acqua sale per quello a piombo sino ad una certa altezza, cosa che non succede nel lungo

cannello, che non è incurvato, come non succede nè meno nel recurvo, se l'acqua è stagnante, ed in ciò effettivamente consiste il modo d'indagar il grado della velocità dell'acqua, mentre se per concepir essa velocità è ragionevole il supporre, che la medesima acqua, o altro grave cadendo da una certa altezza la producesse, è altrettanto ragionevole il credere, che prescindendo dalle resistenze, avendo l'acqua corrente una data velocità, questa sia valevole a farla salire sin dove si estendesse la detta altezza, secondo a' generali principj dell'equilibrio de' fluidi, di modo che le altezze occupate dall'acqua sopra del livello della corrente nel tubo predetto, noterebbero appunto que' punti di *sublimità*, e di *quiete*, da' quali noi si siamo serviti ne' numeri IX. e XII. della seconda parte di questo capitolo, come ognuno potrà agevolmente rilevare.

4. M. Bellidor soggetto di quel merito, che a tutti è noto, dopo aver nel suo libro dell'architettura idraulica, encomiato l'invenzione della detta macchinetta di M. Pitot, dà alla parte recurva del tubo, che il suo Autore aveva lasciato di figura cava cilindrica, la forma di un imbuto aperto dalla parte del corso dell'acqua, fatto ciò facilmente perchè maggiormente raccoglier possa il corso dell'acque, e quasi introdur nel tubo un maggior numero di filamenti di quel fluido; contuttociò se ben vi si attende sembra che le ripercussioni di quelli, che cadono nell'obliquità del pariete dell'imbuto, potessero anzi che facilitare, servir d'impedimento al moto di quelli, che direttamente nella sezione libera del tubo vi passassero.

5. Non porta veramente M. Bellidor esperimento alcuno, che io abbia sin'ora veduto, da lui fatto con questo strumento, come tre ne porta M. Pitot: e l'uno e l'altro bensì invitando gl'Idrometri a volerne fare a maggior incremento della scienza delle acque, come certamente io quanto prima, non ostante qualche dubbio, che mi rimane sopra gli effetti di questa macchinetta, sarò per intraprendere. Fra tanto mi sarà permesso di fare qualche considerazione sopra quelli sin'ora fatti, e registrati nelle antedette memorie.

6. Tre dunque furono, e tutti nella Senna, cioè due al *Pont Royal*, ed il terzo 30 tese superiormente a detto sito, ed in tutte e tre le osservazioni rilevasi che da per tutto la velocità va diminuendo verso il fondo, nè alcuno può negare, che ciò succeder non debba a qualche distanza del detto fondo, attese le resistenze, che per lo soffregamento dell'acqua corrente con la sabbia si fanno sentire, e tali pure noi le abbiamo rimarcate al num. XX. della seconda parte del presente capitolo. Veramente l'Autore non dà la misura dell'altezza dell'acqua della Senna ne' siti, ove le sperienze predette ha praticate, ma solo indica di esser giunto con lo strumento alla profondità di piedi 4; ma da quanto ha lasciato scritto M. Mariotte nel

trattato del moto delle acque pag. 339 sappiamo che la Senna di sopra del *Pont Royal* all' incirca nel predetto sito ha 5 piedi ragguagliati di profondità, ed in altri luoghi per testimonianza dello stesso Autore ne ha ed 8 e 10, onde possiamo molto bene dedurre, che di massimo fondo ivi aver possa il detto fiume da 8 piedi poco più poco meno, quindi non pare potersi riputar sì di leggieri, che sino a tal altezza giugner possa cotanto sensibile l'effetto della resistenza del fondo, da fare che sino alla superficie ne risenta l' acqua i ritardamenti alla sua velocità in modo che questa in vece di crescere almeno per qualche tratto sotto a detta superficie, vadi immediatamente scemando.

7. In fatti i nostri sperimenti praticati nel Po in pari o poco differente altezza, dall'antedetta della Senna non ci danno un tal fenomeno, come si può vedere al numero predetto e segnatamente nella sperienza fattasi vicino alla chiavica di Raccano li 14 di Maggio 1717 dove in fondo di piedi 4 ½ di Ferrara, che rispondono a poco più di 6 di Parigi, la nostra palla segnò l' angolo di deviazione in gradi 19, ed estratta o sia innalzata per mezzo piede segnò gradi 20, e restando immersa piedi 3 gradi 18, in piedi 2 ½ gradi 16, ed in piedi 2 gradi 14. Si dubita per tanto che anche nello strumento di M. Pitot, benchè e ragionevolmente costrutto e molto ingegnoso, rimanghi con tutto ciò esposto ad alcuno di que' difetti, che si sono rimarcati dal num. XX. al XXVI. della prima parte del corrente capitolo, e spezialmente ad alcuno di quelli, che si sono rimarcati per la fiasca idrometrica, onde si renda frustranea ogni diligenza, che vi sia impiegata.

8. Al certo che pare difficile da concepire, come introdottasi nel primo momento che si pone in esperimento la macchinetta, per il foro orizzontale del tubo l' acqua corrente debba salire all'altezza, che precisamente è dovuta al di lei corso, quando sembra affatto fuori di dubbio, che arrestato il prisma triangolare con i tubi fermamente contro il corso dell' acqua, debba egli prima di ogni altra cosa rendere stagnanti, ed immobili tutti i filamenti dell'acqua, che in esso vengono a percuotere, senza eccettuarne ne meno quelli che incontrano il foro, mentre se non altro alla curvatura del tubo trovano l' impedimento, che vale ad alterar molto il moto dell' acqua; e quelle conseguenze, che da esso quando fosse affatto libero, derivar ne potrebbero.

9. Per altro l'aver osservato il tubo retto con l' acqua interna non più alta del livello dell' esterna, ed il recurvo con l' acqua molto più elevata, mostra che in questo vi si esercita una forza, che certamente manca nel primo: potrebbe tal uno credere, che la sottigliezza de' cannelli producesse dal più al meno il fenomeno, che si

osserva ne' tubi capillari di salire i fluidi ne' quali sono immersi molto più di quello porti l'equilibrio de' medesimi, e ciò per quelle cause, che primo di tutti palesò al pubblico il nostro chiarissimo Montanari ne' suoi pensieri fisico-matematici; ma se tali fossero stati quelli adoperatisi nello strumento di M. Pitot, sarebbe succeduto del pari l'altezza dell'acqua, e nell'incurvato e nel retto, e non già solamente in quello, come porta l'osservazione dell'Autore.

10. Sono andato anco meco stesso riflettendo, se mai il tanto sensibile declinare delle velocità apparenti col mezzo di questa macchinetta a misura del maggiormente profondarsi della stessa, potesse per avventura derivare da ben altro principio, che dalle resistenze del fondo, che certamente nel Po coll'esame della palla (forse quanto a me, il mezzo sin'ora il meno imperfetto per rilevare, e dedurre le velocità delle acque correnti) non rispondono nell'effetto alle osservate in Parigi nella Senna, cioè che dovendo la forza dell'acqua penetrare attraverso dell'altezza di quella porzione, che sale nel cannello, e che se ne sta stagnante e morta, quanto maggiore si è l'immersione del tubo, tanto maggiore diviene quel cilindretto di acqua, onde maggiore ancora si ricerca lo sforzo dell'acqua per salire più alto; sicchè resta incapace di produrre il suo libero effetto, e di mostrarci la sommità dell'acqua stessa nel cannello all'altezza che dovrebbe andare, se tal impedimento non incontrasse: il quale sempre più cresce, quanto più resta immersa la macchinetta. Quindi non sarebbe poi punto da maravigliarsi se cotanto sensibili ci compariscano i ritardamenti della velocità, ed affatto improporzionati a quelli che può dar la resistenza al moto del fondo del fiume.

11. Merita con tuttociò e l'invenzione dello strumento, ed i lumi, che da questo rettamente adoperato, se ne possono ritrarre, che vi si faccia sopra molte e molte osservazioni, e noi saremmo di quelli, che non tralasceranno di far risaltare anche in questa parte il merito di M. Pitot, come siamo persuasi che altri assai più abili di noi vorranno impiegarsi al medesimo fine, ben sicuri, che una volta che siasi trovata la maniera di aversi senza equivoco i gradi della velocità in ogni punto di un'acqua corrente, si verrà ad ottenere gran parte di ciò che manca alla perfezione dell'idrometria.

12. Quanto poi alla facilità del servirsi di questo strumento come da me si reputa tale ne' fiumi di mediocre portata, ed in poca profondità, così mi sembra assai difficile l'usarlo ne' maggiori, e dove la velocità fosse insigne, cioè allora quando si avesse ad immergere il tubo alli 12, 15 e più piedi, nel qual caso si avrebbe ad accrescer la mole del prisma, ed in conseguenza le resistenze originate dalla stessa macchinetta al libero corso de' filamenti dell'acqua, ed alterar vieppiù quell'effetto, di cui si va in traccia.

APPENDICE DELLA SECONDA PARTE DEL CAPITOLO QUINTO.

Che contiene la pratica facile per la distribuzione delle acque, i disordini che corono in tal materia, ed i metodi per correggerli.

Perchè l'istituto nostro non è solamente di pubblicare queste materie idrostatiche per quelli a' quali sono note le regole dell'interior geometria, ma perchè se ne approfittino ancora quelli, che mancando della cognizione di tali studj, sono però adoperati anche più che i primi negli assegnamenti e divisioni delle acque, ed essendo corsa sin'ora una pratica, che non può quanto è necessario, corrispondere alle vere leggi delle acque correnti, pertanto si è voluto inserire a questo nostro trattato l'appendice seguente, che appoggiandosi a quanto si è esposto nella seconda parte dell'articolo quinto, si è proccurato di ridurre in atto pratico quanto ivi resta col fondamento di molte proposizioni dedotto e provato, e con la mira che ogni perito se ne possa alle occorrenze servire, e farne buon uso. Vide il Castelli la necessità di tal riforma, e ne aveva anco nell'appendice XI. del suo *trattato* di acque prodotti i rimedj ch' e' credeva più adeguati; ma per dir vero, comechè questi sono fondati sopra la determinazione della velocità, e questa non quanto basta essendosi da esso fissata nelle acque correnti rimangono le conclusioni da esso fatte, involte in molti equivoci. Il Guglielmini parimenti diede le sue regole al capo XII. *della natura de' fiumi*, e certamente nelle supposizioni da esso poste, il metodo procede con tutte le necessarie riserve, ma come avverte il sig. Manfredi nelle *annotazioni*, tal metodo riguarda principalmente i canali orizzontali. Noi vedremo di supplire indeterminatamente per qualunque ipotesi. Sia però

ARTICOLO I.

Che contiene varie nozioni circa alle bocche di derivazione.

1. Nella misura delle acque da destribuirsi agl'usi che le domandano, si servono i Periti dello spazio che occupa l'acqua in uscire dalle bocche o siano regolatori, per introdursi negli alvei che abbiano una certa e determinato pendenza almeno per il tratto di alcune centinaia di pertiche.

2. Questo pendío, che ordinariamente viene determinata di 4 once al più ogni cento pertiche, si pretende poter egli fissare la velocità dell'acqua corrente.

3. Ma l'effettiva misura consiste nella quadratura dell'area dell'acqua, dividendosi lo spazio che contiene in piedi ed once, cosichè 144 once quadrate formano il piede quadrato, detto propriamente in queste nostre parti *quadretto*. L'oncia quadrata vien detta *punto*, de' quali 144 si forma esso *quadretto*.

4. La denominazione però ordinaria che corre, si è, che un *quadretto* porta once dodici di acqua, e dodici punti ne porta un'oncia.

5. E generalmente data l'area di una bocca di acqua corrente in once quadrate o punti, se si dividerà questa per 144, ne provengono i *quadretti* con gli avanzi o rotti: v. g. se si avrà una bocca larga 150 once con altezza viva di acqua di once 42, moltiplicando questi due numeri insieme, sarà il prodotto 6300, che diviso per 144, dà il quoziente 43 *quadretti* e punti 108, cioè secondo il linguaggio de' Periti 43 *quadretti* ed once 9.

6. Ne viene punto distinto, che l'area occupata dall'acqua sia più alta o più bassa, più stretta o più larga, bastando per la pratica corrente, che nella bocca vi sia numero eguale di piedi quadrati ed once, per pronunciare che la divisione sia pur essa eguale.

II. 7. Oltre le 100 pertiche ovvero 200, che vengono stabilite vicine alle bocche col pendio di once una per ogni 25 di esse, non cercasi poi, se l'alveo nel rimanente ne abbia più o meno, bastando che l'imbocco per quel tratto sia tale, e si pretende che una volta che l'acqua sia introdotta, abbia a camminar senza punto far risentire quella della bocca, nè per via di rigurgito, se il pendio nel progresso mancasse, nè per via di chiamata maggiore, se l'inclinazione dell'alveo andasse crescendo.

8. Si suppone per altro che le distribuzioni venghino fatte in tempi di acque ordinarie, contuttociò non si notano segni fissi e stabili, nè col mezzo delle livellazioni si rilevano le alterazioni che possono andar accadendo.

9. Se fatta la bocca o regolatore della prescritta misura venghi conosciuto (o perchè gli altri compossessori se ne lamentino, o perchè il moto dell'acqua troppo veloce lo palesi) che più acqua del dovere ella assorbi, vi si colloca un secondo regolatore in certa distanza dal primo, perchè questo moderi il corso, e bilanci l'acqua, chiamandosi questi secondarj regolatori *Briglie*.

10. Posta che sia la Briglia non più si bada a qualunque pendenza maggiore o minore, che aver possa il condotto di derivazione.

III. 11. Circa alla direzione dell'imboccatura, non vi è prescritta certa regola, ma si procura, che questa sia più a seconda del corso del fiume da cui si estrae l'acqua, che sia possibile, e che cammini per 25 o 30 pertiche parallelo ad esso.

12. Il sito preciso d'impiantar il regolatore è dalli 18 alli 24 piedi dentro del canale di derivazione.

13. Nel rimanente a misura del numero di *quadretti* che si vogliono derivare, si tiene largo il regolatore, quando però l'acqua ordinaria sia alta nel condotto un piede; onde la pratica ordinaria è, che per estrarre v. g. 5 *quadretti*, si tenghi larga la bocca piedi 5; se 6, 6 ec.

14. Ma quando non vi è l'altezza di un piede, allora varj ripieghi si pongono in uso da' Periti, cioè o di abbassare altrettanto, quanto è il difetto, la soglia del regolatore, oppure di allargar la bocca tanto, cosicchè moltiplicando questa maggior larghezza, con l'altezza data dell'acqua, si ottenghi il numero ricercato; e finalmente se ne pratica un terzo che è d'imbrigliare l'influente o condotto maestro inferiormente alla bocca, cosicchè resti in questo tanto elevata l'acqua, quanto è necessario per aversi quella tal misura.

15. Così per lo contrario, quando l'acqua da derivarsi fosse nel fiume o condotto maestro più alta di un piede, si servono i Periti di varj metodi per non lasciar correre se non quella quantità che desiderano, uno di questi si è di lasciar bensì la soglia del regolatore di livello con quella dell'influente, ma di chiuderne, attraverso la superficie, quella porzione, ch'è oltre di un piede: altri alzano la soglia del regolatore, quanto ricerca l'eccesso di quella tal profondità.

E tale in sostanza si è la pratica per il ripartimento dell'acque, per le irrigazioni, per gli edificj, e per altre bisogne de' paesi, delle popolazioni, e delle campagne; si enumereranno adesso i disordini, e gli equivoci, che in queste distribuzioni vi possono essere a danno e pubblico e privato.

ARTICOLO II.

Disordini che accadono nella misura dell'acque d'irrigazione.

I. 1. Primo e massimo disordine si è, ch'essendo corrente l'acqua che si vuol derivare, e ricercandosi per sapere la quantità dell'acqua, che in un dato tempo n'esce, i numeri esprimenti la larghezza, l'altezza che ha l'acqua alla bocca, ed il viaggio suo o sia la velocità, non si tiene conto che di due, lasciandosi il terzo senza punto determinarlo al pendío che si dà all'alveo per qualche numero di pertiche vicino alla bocca, e senza punto riflettere, che le campagne per le quali si conducono esse acque, variano molto le

cadenti, ne esser sempre in poter dell'arte, avuto riguardo a' due termini *a quo* e *ad quem*, di tirar l'alveo in modo tale, che sempre conservi l'oncia di caduta per ogni 25 pertiche; che se anche l'arte gliela potesse dare, la natura non la conserva d'ordinario, sapendosi che il pendio si varia a norma del moto, delle torbide che porta l'acqua, dell'erbe ch'entro vi germogliano, e di molti altri accidenti.

2. Se dunque mutasi il pendío, mutasi subito anche l'estrazione dell'acqua, accrescendosi, se cresce l'inclinazione, o diminuendosi, se cala.

3. Si calcolano le aree de' *quadretti*, come la misura dell'acqua quando per questa dovrebbesi calcolare un solido di tre dimensioni, detto da' Geometri parallelepipedo.

II. 4. Erroneo poi al sommo si è, il ragguagliare i quadretti ad eguale numero di punti, per pronunciare che Tizio e Sempronio godino v. g. pari quantità di acqua, come se le due aree della (*tav.* 3. *fig.* 4.) quadrata una, e l'altra rettangola oblonga, eguali fra di esse, dar dovessero eguali quantità di acqua, quando è noto per li principj dell'idrometria, che l'area quadrata darà quasi il doppio di acqua dell'altra, se sia collocata col lato minore a piombo; dimodocchè, per far che dessero egual acqua, converrebbe che la oblonga avesse una base non di 8 parti, come la presente, ma di undici e più.

5. E perchè al mutarsi le altezze vive dell'acque correnti, mutansi anche le loro velocità, e per conseguenza le erogazioni, il non fissarsi le dette altezze a segni stabili, ed inalterabili, riesce sempre di molto pregiudizio, nè può il perito in occasione di rivedere le derivazioni, render conto, nè meno per questo capo della vera quantità dell'acqua che resta estratta.

III. 6. Nè punto servono le briglie solite porsi in qualche distanza dentro dell'alveo per regolare l'eccesso della caduta, e la maggior estrazione dell'acqua; mentre questa, come si è detto, non mai si modera, se l'alveo non è stabilito nella inclinazione che ricerca la natura di quelle tali acque, essendovi di queste taluna che non richiede più di un piede per miglio; tal altra che ne vuole uno e mezzo, ed anche di vantaggio. E se bene pare all'occhio che fra la briglia ed il regolatore principale della bocca, cammini l'acqua con moto più lento, ciò è vero, ma in tanto l'acqua dee crescer di corpo nella bocca, e supplisce spesse volte con la maggior altezza alla deficienza apparente del moto.

7. Ne vedendosi alcuna certa regola per piantar esse briglie, ben si può comprendere, che il solo caso regola tal'operazione; quindi, per quanto sia acuto l'occhio del perito, ed inveterata la di lui

pratica, mai si potrà dir con ragione che l' acqua derivata sia quale lo ricercano le di lei vere misure.

8. Uno de' disordini molto riflessibili si è pur quello di situare l' imboccatura delle seriole di derivazione, importando molto che questa sia piuttosto secondo un angolo, che secondo un altro, abbenchè di pochi gradi differente; mentre in ogni diversa direzione sfianca l' acqua con diverso momento, come agevole è il dimostrarlo in buona statica per la ragione delle forze composte.

9. Ma alcune circostanze dell' alveo principale, da cui si fa l' estrazione, accrescono poi all' eccesso il sopra detto disordine delle direzioni delle bocche, cioè il sito del filone del canal maestro, e le di lui piegature: mentre se vi saranno due estrazioni eguali nelle loro bocche, ed anche con eguali pendenze, ma che una sia sotto la curvità di una volta, e l' altra in un drizzagno, a meraviglia saranno diverse le quantità dell' acqua estratte; e se tutte e due saranno anche nel medesimo drizzagno, ma che il filone passi vicino alla bocca dell' una, e un poco più lontano da quella dell' altra, notabile pure sarà il divario fra di esse.

10. Come sarà anco considerabile esso divario, se una stessa bocca restasse divisa in due o più parti eguali, avegnacchè quella che avrà il filone, ne porterà maggior quantità delle altre, nè sin adesso si vede alcuna regola per adeguatamente ripartire esse acque, se non quella che nasce dalla pratica de' periti, a cui, abbenchè debbasi deferir molto, non è però che non si abbia a cercar scrupolosamente quella precisione che può dar il buon uso della misura geometrica dell' acque.

11. Ne può supplirsi col proccurare di diriger le bocche per qualche spazio più a seconda che sia possibile del fiume o condotto principale; mentre, oltrechè non si può far l' estrazione senza inclinar l' alveo della Seriòla, resta poi questo, dopo poco spazio, piegato, come lo ricerca l' andamento delle campagne, e si perde ben tosto gran parte di que' vantaggi che si credevano guadagnati. Se ne faccia l' esperienza sopra due Seriòle, che abbiano la stessa bocca ed estrazione, e che vadino bensì a terminare nel medesimo sito, ma con cammino differente, uno più corto, e l' altro per le piegature più lungo, e si conoscerà quanto più prontamente scaricherà l' alveo più breve del più lungo.

IV. 12. Circa poi l' estrazione effettiva, non avendosi verun riguardo alla profondità del canale maestro, ma unicamente a stabilir le bocche della divisata misura, può in molti modi restar alterata la vera quantità che di estrarre s' intende, tanto se il fondo dell' alveo maestro è maggiore, eguale, o minore dell' altezza, a cui resta posta la soglia, mentre se maggiore, estratta l' acqua in superficie, alla

sola altezza di un piede, ve n' anderà assai di meno, che in quella bocca, che avesse la soglia egualmente alta, ma di livello col fondo dell' alveo principale, mentre l' acqua va di sua natura a trovar gli alvei più profondi. Nè in verun modo, come si è veduto al num. 4. di questo articolo, può supplire la maggior larghezza della bocca, quando senz' altra avvertenza, questa si dilatasse sol tanto quanto importasse la solita quadratura.

13 I ripieghi, che pur si adoperano, per bilanciar l' acqua investita in esse bocche, meritano i suoi riflessi; così l' imbrigliar l' alveo maestro senza una precisa cognizione degli effetti, che può recar un tal impedimento per il rigurgito, non può che apportar degli sconcerti, oltre al lasciarsi, si può dire in libertà degl' interessati, di porre clandestinamente sopra la soglia della briglia de' rialzamenti ne' tempi delle magrezze, e derivarne ne' suoi condotti una quantità di acqua, maggiore di quella che loro appartenga.

14. Ben più dannoso è quell' altro ripiego, di limitare le bocche che hanno una maggior profondità, col serrarne una parte alla superficie dell' acqua, mentre per quanto poco che queste serraglie sieno alte, è incredibile, come velocitano le acque che vi passano per di sotto.

ARTICOLO III.

Metodi per declinare da' disordini predetti nelle derivazioni dell' acque de' condotti.

I. 1. In due modi si può misurare l' acqua corrente, o con assoluta, o con relativa misura. Misura assoluta s' intende il determinare quanto in un dato tempo, per una data bocca, uscir possa di acqua. Misura relativa vuol dire, la proporzione di qualunque quantità uscita, dentro un certo tempo per una o più bocche, o rispetto ad un' altra quantità uscita nel medesimo tempo, oppure rispetto ad alcuna delle quantità estratte; come per esempio, conoscendosi che in un quarto d' ora per una bocca limitata eschino sei botti d' acqua, all' ora si conosce la quantità assoluta di quell' acqua uscita; ma se date varie bocche, estratte da un alveo, si può conoscere che una di esse scarica una quantità d' acqua, che a quella che scarica l' alveo intiero pel condotto dentro del medesimo tempo, abbia la proporzione di 4 al 9, e che le quantità estratte da due di esse bocche, stiano fra di loro come 3 al 2, allora si conosce la quantità relativa dell' acqua, non l' assoluta.

II. 2. Forniscono la geometria e la statica il modo di rilevare e nell' una, e nell' altra maniera le quantità suddette, e di già ne'

capitoli antecedenti ne abbiamo dato il metodo; quanto però è difficile l' aversi le quantità assolute, altrettanto piano e facile è l' ottenersi la relativa, non ricercando maggiore studio di quello, che impiega un esperto bombardiere per accertare con ragione il getto delle bombe.

3. Va solo a vedere, se la misura relativa deli' acque può esser sufficiente per la di loro retta distributiva, ed in fatti purchè questa resti appoggiata a certe regole, fondate sull' osservazione, e sulla pratica, non pare aversi a dubitare, che tale riuscir non debba; onde lasciando la misura assoluta, si atterremo semplicemente alla relativa, con la morale sicurezza, che in tutte le parti si ponga nel vero suo diritto la più reale distributiva.

III. 4, Con tali fondamenti adunque, e dalle molte esperienze fattesi, par che quando per una bocca di un piede quadrato, o di due o di tre, con altezza conveniente, e col condotto di proporzionata capacità, sgombrato da atterrazioni, e da altri impedimenti, cammini l'acqua liberamente con tal moto, sicchè in un' ora faccia v. g. mille passi geometrici, o pertiche Padovane 833, questa tal acqua, con tal moto, possa di ragione esser considerata per un *quadretto*, due o tre, a misura dell' area della bocca, per cui esce.

5. Non essendo però difficile il fissar tal emissario, e tal moto; se non altro per ora, in via di supposizione, ideale bensì, ma che presto diverrà reale, ecco a buon conto la base di tutte le distribuzioni delle acque da farsi in ogni sito di qualunque fiume nel modo e forma, che si anderà esponendo.

6. Per far ciò, sarà poi necessario che il perito ben concepisca le misure di questa bocca regolatrice, e che procuri anco col disaminare alcuna di quelle, che attualmente sono in essere, vedere se in fatti il caso portasse a rinvenirla disposta secondo al movimento predetto fondamentale dell'acqua, e con ciò risparmiare il tedio dei calcoli, e delle deduzioni.

IV. 7. Si abbia una palla di cera di grossezza di un' oncia in circa di diametro, la quale calata nell' acqua, resterà per la maggior parte profondata, essendo che la cera è quasi della medesima gravità specifica dell'acqua; si ponghi dessa nello spirito o filone del condotto, ed aggiustato prima un orologio a minuti, osservisi, se l'acqua uscente dalla bocca di derivazione faccia i mille passi sopra detti nello spazio di un' ora, o sieno 60 minuti, seguitandosi nel suo cammino sino a quel termine, il che quando succeda, si potrà prender questo condotto per base delle altre *erogazioni*, come che scaricherebbe l'acqua con la velocità reale che si cerca per regola, e norma; dovendosi però avvertire, che seguitando la palla, di cui si è detto con l' orologio alla mano, se o dal vento, o dal corso obliquo,

o da qualche altro accidente venisse portata a riva, di procurare che di nuovo, e con la necessaria prestezza sia rimessa nel filone, perchè segua il proprio corso.

8. Che se questa bocca regolatrice per avventura non si trovasse su quel tal fiume, ma che, poste per altro le cose espresse di sopra circa alle misure e buona situazione, si avesse riconosciuto con replicate osservazioni, che il viaggio fatto in un' ora fosse o maggiore, o minore dei passi mille, in tal caso sarà da regolar questa bocca nel modo che segue, perchè servir possa di fondamento alla portata di un *quadretto*. Si moltiplichino mille passi per la larghezza della bocca ridotta in once, e si divida per il numero de' passi trovati; il quoziente che ne risulterà sarà il numero in once, che aver dovrebbe questa bocca, acciocchè in un' ora la di lei acqua cammini un miglio, tenuta però sempre alla medesima altezza della bocca regolatrice.

V. 9. Sia per esempio la larghezza once 12, e l' acqua che per questa bocca uscisse conservata sempre alla medesima altezza dell' altra, che serve di base allo sperimento, cammini in un' ora non più di passi 800 geometrici, sarà moltiplicando 1000 per 12, il prodotto 12000, che diviso per 800 darà 15 in vece delle 12 once, ed in tal modo darà in un' ora tant' acqua, come la fissata per la misura d' un quadretto.

10. Ma se camminasse in un' ora passi 1300, allora dovendoli pur moltiplicare 1000 per 12, si avrà il prodotto 12000, ma che diviso per 1300, sarà il quoziente once 9 punti $2\frac{1}{3}$ in circa; sicchè la bocca dovrebbe restringersi a questa misura, per aversi la quantità determinata come sopra.

11. E con tal metodo la cosa anderebbe sicura, ma è d' avvertirsi, che esso non serve, che al più per que' regolatori, che abbino i condotti dritti, almeno per un miglio, e ne' quali sia in arbitrio l' allargar solamente le bocche senza alterar punto le loro altezze vive, cioè lasciando nella positura di prima la soglia. Il condotto deve esser dritto per un miglio, perchè la palla, dove il corso fosse tortuoso, anderebbe troppo frequentemente ad attaccarsi alle rive, e l' osservazione riuscirebbe troppo fallace per servir di fondamento ad una retta distribuzione.

VI. 12. Data dunque la stessa bocca, sia da mutarsi l' altezza viva dell' acqua senza alterare la larghezza, ma coll' abbassare, o alzar la soglia, sicchè dia tant' acqua, come la bocca d' un quadretto, l' acqua del quale faccia mille passi in un' ora, come è stato supposto. Si faccia quest' altezza eguale al prodotto, che nasce dalla moltiplicazione della larghezza nella radice cubica del quadrato di mille, e si divida per la radice cubica del quadrato de' passi osservati

nel condotto in maggior o in minor numero delli mille supposti.

VII. 13. Sia l' esempio preso di sopra, cioè faccia prima l'acqua del condotto non più di passi 800 all' ora, essendo però che il quadrato di 1000 e 1000000, la di cui radice cubica è 100, questa moltiplicata con 12 produce 1200, ed il quadrato di 800 essendo 640000, la di cui radice cubica prossima è 86, se questo numero dividerà 1200, il quoziente sarà 14 once in circa; due once adunque sarebbe da abbassarsi la soglia per aversi l'intento; e nel secondo caso, quando cioè camminasse 1300 passi all' ora, si avrebbe ad alzare essa soglia once 2, essendo che il quadrato di 1300 è 1690000, e la sua radice cubica prossima è 119, numero che dividendo 1200 lascia 10 prossimamente,

14. Se la bocca fosse larga due, tre o quattro piedi, ed alta uno, il calcolo ancora procederebbe con lo stesso metodo, tanto tornando nel doversi mutare l' altezza, che la larghezza, avvertendo solo di moltiplicare in vece delle 12 once con il numero 1000, le 24, 36, 48 ec. numeri delle once, esprimenti la larghezza di essa bocca.

VIII. 15. Per altro sarà sempre più a proposito il far le osservazioni radicali, che tali si potranno chiamar quelle, che danno il fondamento alle più precise misure sopra de' regolatori di conveniente larghezza ed altezza, per declinare possibilmente dalle resistenze delle rive e del fondo, e nel caso di aversi a regolar le bocche perchè dieno la quantità predetta, prescegliere sempre il dilatar la bocca più tosto, che alterar la soglia, essendo che quest' ultima maniera resta soggetta a molti equivoci, e può non mediocremente alterare il giusto rapporto delle acque. Rendesi pur necessario, che il condotto, ove si vorranno fare queste osservazioni, oltre l'esser diritto per il tratto d' un miglio, sia ancora di sponde possibilmente parallele, e largo a proporzione.

16. È da notarsi, che per istabilire questi condotti fondamentali, non solamente devono essi avere le condizioni sopra espresse, ma è anco affatto necessario, che non siano intersecati con roste o arelate, inservienti all' uso degli edificj, o de' pescatori, anche se collocati fossero in distanze considerabili dalle bocche, essendo manifesto, che recarebbero del regurgito, valevole a turbare la retta osservazione, sarà dunque da scegliersi condotti liberi, limitati nelle loro bocche, come sopra, e nelle circostanze che sopra rimangono esposte.

IX. 17. Non essendo sì agevole il ben determinare col mezzo del galleggiante il preciso cammino di un'acqua corrente, allora in ispecie, che il condotto di derivazione piegasi, come accade per l' ordinario, in molte tortuosità; quindi come che il metodo è assai facile, ma pur troppo soggetto a farci incorrere in non lievi errori, nè

valevole a servire in tutte le occasioni, se ne darà un altro non punto più difficile; più compendioso, e sicuro, e che servirà per tutte le quantità delle acque da estraersi, per qualunque condotto dritto o torto, breve o lungo, libero o rigurgitato che fosse, insomma lontano da tutti i possibili accidenti, e soggetto solo a quelle eventualità di maggiore, o minore precisione, alle quali resta sempre esposta ogni operazione, che deve essere praticata col mezzo degli strumenti; ma tutti gli errori, che possono accadere, in paragone dei disordini ordinarj, che succedono nel prendersi le misure, si possono riputare, come se non vi fossero, essendo affatto insensibili.

X. 18. In ciascun fiume, ridotto allo stato di permanenza, stabilito un regolatore, e notato per alcuni minuti col galleggiante il moto che fa, si calcoli col fondamento del *quadretto* razionale determinato di sopra la quantità dell' acqua che porta, avuta la quale si potrà poi derivarne qualunque data porzione per uno o più condotti, secondo che sarà stimato proprio, e che la quantità estratta sia tale, che non dimagri soverchiamente il fiume, nè levi agli altri inferiori maggior porzione di acqua del dovere. Per ottenere il che si prepari il seguente strumento.

19. Si faccia tornire una palla di legno pesante ben secco, e non soggetto allo sfendersi, come sarebbe la noce, e preparatevi un foro di un quarto di oncia di diametro, penetri questo sino al centro di essa palla, come AB (*tav.* 3. *fig.* 6.) nella palla BC, e questo buco si faccia empire di piombo liquefatto. Il diametro di questa palla sia un' oncia poco più o poco meno, e per attaccarla abbia l' anello di metallo C. Si prepari poscia una squadra d' ottone o di legno ben forte FAC (*tav.* 3. *fig.* 3.) col suo quadrante BEC diviso in 90 gradi, come è l' ordinario, fatto poi un piccolo foro nel braccio più corto AC, cioè GH attraverso della grossezza del braccio della squadra, raccomandata in appresso essa palla ad un forte filo di seta cruda all' anello C, si faccia esso filo passare per GH, e si assicuri in G con un gruppo o in altro modo, finalmente si appenda al centro A (che esser deve a tal fine pertugiato) un pendolo D mediante un sottil filo di seta AED, e lo strumento sarà preparato.

XI. 20. L' uso è il seguente: Sia l' acqua corrente MN; si ponga l' osservatore a cavaliere di essa in un regolatore fatto con le sponde perpendicolari, se questo trovasi nel condotto, e gioverà il farlo, quando non vi fosse, indi attaccata la palla al filo predetto, che sia lungo a misura del bisogno e per l' immersione, e per il sito, ove deve collocarsi l' osservatore in altezza certamente di qualche piede dalla superficie dell' acqua, s' immerga la palla P sotto di essa superficie, il che fatto, il corso subito la trasporterà sino ad un certo

termine. S'inchini allora la squadra FAC in modo, sicchè il filo a cui è raccomandata la palla tocchi e baci tutto il braccio AF più lungo, e tenendo il piano dello strumento a piombo, si osservi qual grado segni il pendolo D, sarà l'arco compreso fra questo punto, ed il punto B, l'angolo, che si chiama della deviazione, e servirà per rintracciar la velocità dell'acqua.

21. È perchè le acque hanno diverso moto, maggiore cioè più verso del fondo, e minore più verso della superficie, però se il fiume o condotto abbia un'altezza di due, tre o quattro piedi di acqua, sarà bene praticarvi tre o più differenti osservazioni, una quasi a fior d'acqua, l'altra a mezza l'altezza viva, e la terza più verso del fondo, il che si potrà fare o abbassando per una data misura lo strumento, oppure senza muover questo, coll' allungare semplicemente il filo della palla, purchè questi allungamenti siano eguali, e perchè è pur diverso il moto nel mezzo, o dove si trova il filone rispetto a quello vicino alle sponde, perciò ad oggetto che l'osservazione sia esatta al possibile, in tre luoghi per lo meno saranno da praticarsi gli sperimenti, e qualche volta in 4, 5 ed anche più se il fiume avesse larghezze considerabili, ma ne' piccoli fiumi e condotti d' irrigazioni basteranno le tre predette.

XII. 22. Per esempio siano gli angoli delle prime tre immersioni nel filone del condotto o fiume, gradi 10. 8. 6; gli angoli delle tre altre verso della riva destra gradi 8. 7. 6, e quelli verso la sponda sinistra 7. 5. 3; si sommino assieme a parte a parte, e si avranno 24, 21, 15, che divise ad una ad una per il numero delle immersioni 3, daranno respettivamente 8, 7, 5 per i loro angoli *medii* o *ragguagliati*; sommati i quali di nuovo danno 20, numero che diviso ancora per quello delle stazioni cioè per 3, lascia gradi 6, e minuti 40. per l'angolo *medio* della deviazione, vale a dire, che se un condotto eguale in altezza e larghezza col dato si movesse in tutte le di lui parti con moto tale, che spingesse fuori del perpendicolo la palla per gradi 6, e minuti 40, questi due condotti scaricherebbero in egual tempo, eguali quantità di acqua.

23. Avuto l'angolo *medio* della deviazione, si dovrà pur riconoscere col livello l'inclinazione del canale di derivazione, e per conseguenza sarà noto anche l'angolo, che questa tale inclinazione farebbe coll' orizzontale. Se dunque si moltiplicherà il seno del complemento dell'angolo di deviazione con la tangente dell'angolo *medio* della deviazione predetta, e si dividerà il prodotto per la differenza, che corre fra il seno del medesimo angolo del complemento, ed il seno dell' angolo d' inclinazione dell' alveo coll' orizzontale, e di questo quoziente se ne estrarrà la radice quadrata, sarà questa la

velocità competente a quel condotto, o Seriola, o a quel fiume, su di cui sarà stata praticata l' osservazione.

24. Ma perchè e l'angolo dell' inclinazione dell' alveo è sempre di una sprezzabile apertura, e per ordinario ne' condotti non guari differente da quella del fiume principale, e trattandosi di sole quantità relative, perciò in pratica senza sensibile errore, potendosi supporre come uno zero, esso angolo d'inclinazione, diventerà la velocità semplicemente, come la radice quadrata dell'angolo della deviazione, il che renderà assai facile il calcolo. Che se alcuno volesse pur scrupolizzare anche su le differenti inclinazioni degli alvei, questo in tal caso non avrà che a servirsi della formola sopra posta, ed avrà l' intento con la maggiore geometrica precisione.

XIII. 25. Per facilitare l'uso di questo canone si danno nella tavola, che sarà registrata al §. XVIII. num. 36. le radici quadrate di tutte le tangenti di grado in grado, cominciando dallo zero, fino al grado 70, mentre per condotti di derivazione ad un tal angolo di deviazione forse mai non arriverà la salita della palla. Essa tavola si è calcolata con le radici prossime, quando i numeri sono sordi; e quei numeri, che hanno unito il segno + dinotano, che la radice è qualche poco eccedente la vera quantità, come per lo contrario quei numeri che hanno unito il segno —, mostrano che sono di qualche frazione mancanti della vera radice; ma tali difetti non turbano sensibilmente il calcolo, cosicchè si possono prender per veri senza tema d' ingannarsi.

26. Veniamo agli esempli, e prima sia da estrar l' acqua da un fiume in una data quantità. Se dunque in questo vi è regolatore, vi si pratichino le osservazioni con la squadra a pendolo, e se non vi è, se è facile e di poca spesa, si faccia fare; e se il piantarlo fosse di qualche impegno si tralasci, e si operi nel modo che segue. Si tenda una sottil corda da riva a riva ad angoli retti con queste, e si divida in tre parti eguali, se il fiume non è molto largo, e in maggior numero se fosse di maggior dilatazione; ed in ogn' una di queste divisioni si faccia stabilmente un segno visibile. Se vi si potesse gettar un ponte con una tavola ben resistente, sarebbe meglio della corda per le osservazioni, avendola prima segnata come sopra; dipoi in tutti e tre li diversi punti notati si pratichino le osservazioni degli angoli di deviazione, o con eguali immersioni; se la lunghezza del filo della palla non si vuole alterare, oppure tenendo fissa la prima immersione coll' allungar mezzo piede o un piede per volta, acciocchè la palla abbia campo di scandagliar il moto più lontano dalla superficie, egualmente per altro rilevandosi il moto e nell' uno, e nell' altro modo, che sempre torna lo stesso, come di sopra si è accennato; e notati diligentemente tutti gli angoli di deviazione,

se ne ricavi, come si è detto al §. XII. n. 22. l'angolo medio, che sia in grazia di esempio di gradi 6 e 40 minuti, come ivi fu per supposizione determinato.

27. Fatta questa per la prima osservazione, si prenda l'esatto scandaglio della sezione del fiume, scandagliandola con eguali intervalli, e col maggior possibile numero di scandagliate, e sommate assieme tutte le misure che daranno, e diviso il prodotto per lo numero di esse scandagliate, e si avrà l'altezza *media* o *ragguagliata* di detta sezione in piedi ed once; abbiasi pure la larghezza del fiume, e se per esempio l'altezza ragguagliata sia piedi 6 : 4 e la larghezza piedi 20; si moltiplichi un numero per l'altro, e sarà il prodotto 127, ommetendo una picciola minuzia che non rileva; poi si vadi alla tavola del §. XVIII. n. 36, e si osservi, che al numero di gradi 6 corrisponde 102, a quello di 7, 111; onde per i minuti 40, che vagliono $\frac{2}{3}$ di grado, sarà il numero proporzionale (dicendo, se 60 dà 9, cosa darà 40?) 6, da aggiungere al 102, e diverrà 108, numero esprimente la velocità, come si è detto al num. 24. del §. XII, onde moltiplicando 108 per 127 viene 13716 per la quantità dell'acqua del fiume.

28. Dipoi col galleggiante osservisi il reale moto di esso fiume per dieci, ovvero venti minuti primi d'ora, e da ciò si riconosca con la regola aurea, che in un'ora faccia v. g. 900 passi geometrici; in tal caso non sarà vero che contenghi quadretti 127, come risulta dalla moltiplicazione ordinaria dell'altezza nella larghezza della sezione; e perchè la velocità non dà i mille passi stabiliti in un'ora, è dunque da trovarsi questa differenza nel modo che segue.

29. Si moltiplichi mille per la larghezza della sezione ritrovata, che fu 20, ed il prodotto 20000, divida il prodotto del numero de' passi, che sarebbe per l'osservazione il galleggiante in un'ora, che sono 900, con l'area ritrovata 127, e verrà 114300, dividendo per tanto questo numero 114300 per 20000, ne proviene 5 $\frac{2}{3}$, che sarà la nuova altezza ragguagliata del fiume, che avrà a moltiplicar la larghezza 20, onde aversi il vero numero de' *quadretti*, e però saranno questi 113, con differenza di *quadretti* 14 di meno di quello portava la pratica ordinaria; sicchè secondo a' posti principj fondamentali, quel tal fiume si può dire che porti realmente *quadretti* 113 di acqua.

XIV. 30. Siano da derivarsi sei di detti *quadretti*. Si estragghino pure all'uso ordinario, tenendo larga la bocca piedi 6. ed alta uno, e si formi un regolatore alterabile, il condotto si perfezioni, e vi si dia l'acqua che vi cammini per qualche tempo, dopo il quale siano da rettificarsi le misure, che da prima furono solamente abbozzate. E

perchè dal fiume in quistione è seguita l'estrazione di 6 quadretti di acqua, però nel nuovo condotto sarà da esaminarsi col galleggiante il moto che ha l'acqua, se maggiore, o minore di mille passi all'ora, e secondo quanto si è detto al §. VI. num. 12. si avrà a mutare o il sito della soglia, o la larghezza della bocca di estrazione, come più sarà in grado, ma sempre nelle misure, che saranno dinotate dal calcolo, ed in tal modo resteranno estratti i sei *quadretti* senza equivoco alcuno.

XV. 31. Ecco un altro metodo facilissimo da rettificar l'operazione che darà i veri *quadretti* dell' acqua nel caso proposto in numero di sei. Si moltiplichi la larghezza del fiume nell'altezza ragguagliata, ritrovatasi quella di piedi 20, e questa di piedi $6\frac{1}{3}$; e questo primo prodotto si moltiplichi con quel numero che risponde alla ritrovata velocità 108; indi questo nuovo prodotto si moltiplichi col numero, ch' esprime i *quadretti* da estraersi, che nel caso presente è 6: e questo total prodotto si divida per l'altezza viva della nuova bocca, che nel nostro esempio è l' unità moltiplicata nel numero esprimente la velocità ragguagliata della nuova bocca, che sia v. g. di gradi 5, a cui nella tavola risponde 93, ed il prodotto resti poi moltiplicato nel numero esprimente i *quadretti* reali che porta il fiume avanti la derivazione, ch' è 113; e questo quoziente sarà la larghezza della nuova bocca, la quale se sarà maggiore, o minore delli piedi 6, si dovrà ridurre a quella tal misura ritrovata: nel caso presente, facendo il calcolo, si trova che verrebbe piedi 7 ed once 10, onde sarebbe d' allargarsi un piede ed once 10, acciocchè dia la porzione, che se gli è destinata; il processo dell' operazione è il seguente:

93	20
1	$6\frac{1}{3}$
93	127 +
113	108
339	13716
1017	6
10509	82296

$10509 \mid 82296 \mid 7\frac{8733}{10509} = 7.\ 10$

73563

8733

$10509 : 8733 :: 12 : 9\frac{10215}{10509} = 10$

XVI. 32. Poniamo un altro esempio, nel quale la velocità media

della bocca superi quella del fiume principale, e sia di gradi 9. Per la tavola del §. XVIII. n. 36. gli compete 126, e conservando per altro le stesse cose, sarà il calcolo

126	20
1	$6\frac{1}{3}$
126	127+
113	108
378	13716
126	6
126	82296
14238	

14238 | 82296 | 5 : 2.

da cui si viene a comprendere, che basterà che la bocca sia larga piedi 5. 2 in vece delli 6. per dare la quantità ricercata. Ecco pertanto, come al cambiarsi delle velocità del fiume, e de' canali delle derivazioni, si muta anco la vera quantità de' *quadretti*, e come il metodo che qui si è posto con molta facilità, chiarezza, e brevissimo calcolo, la fa rilevare con la sola supposizione di aversi fatta l' osservazione fondamentale nel fiume da cui si ha da estrar l'acqua.

33. Resta pur manifesto il modo, col quale si può togliere qualunque altro corpo di acqua dal medesimo fiume, bastando mutare i numeri che lo esprimono, ne' calcoli sopra posti, nè il perito ha da levarsi dalla sua pratica nella prima estrazione, ma solo aggiustar le misure nella rettificazione che se gli rende necessaria, dopo che l' acqua si sarà bilanciata nel condotto, come si è notato ne' numeri anteriori.

XVII. 34. Sarà ancora molto facile il sapere quant' acqua si possa estrarre per servigj privati da un dato fiume, senza impoverirlo soverchiamente di acque, e senza pregiudicare a quelli che per avventura fossero inferiori, ed avessero li suoi usi antichi, mentre quando colla pratica e calcolo, esposti ne' §. §. antecedenti, si può conoscere la vera quantità de' *quadretti* ch' esso fiume porta, si può altresì calcolare il più ed il meno che se ne potesse levare, allorchè il fiume nel progresso ricevesse delle nuove acque, o delle proprie ne somministrasse alle campagne o valli, quando fosse disarginato; nel qual caso, prima di piantar la distributiva dell'acque, converrà certificarsi di tal esuberanza, o deficienza, con replicar l' operazioni predette in varj siti, per poi calcolare con ragione e fondamento sopra le *erogazioni* da farsene, avuto riguardo all' intiero sistema del medesimo fiume.

33. Finalmente con la medesima facilità si potrà rettificare qualunque condotto o Seriòla, posta sopra qualunque fiume, mentre dato il quantitativo dell' acqua dovuta a Tizio, e per lo numero 31 del §. XV. conosciuta la reale quantità che porta o il fiume principale, o qualunque de' condotti, col prendersi quello o alcuno di questi per base fondamentale, riuscirà egualmente facile il sapere, se i riparti siano giusti, trascendino, o manchino. Altri esempj non si allegano, mentre bastanti si reputano i sovra posti, ed il recarne di nuovi non servirebbe, che a tediare i leggitori, e talvolta a confondere i meno versati.

XVIII. 36. *Tavola delle velocità rispondenti a gradi differenti di deviazione.*

Gr.		Gr.		Gr.	
1	41 +	24	211 +	47	328 +
2	59 —	25	216 +	48	333 —
3	72 —	26	221 +	49	339 —
4	84 +	27	226 +	50	345 —
5	93 —	28	230 —	51	351 —
6	102 —	29	236 +	52	358 +
7	111 +	30	240 —	53	364 —
8	118 —	31	245 —	54	371 +
9	126 +	32	250 +	55	378 +
10	133 +	33	255 +	56	385 +
11	139 —	34	260 +	57	392 —
12	146 +	35	264 —	58	400 —
13	152 +	36	269 —	59	408 +
14	158 +	37	274 —	60	416 —
15	163 —	38	279 —	61	425 +
16	169 —	39	285 +	62	434 +
17	175 +	40	289 —	63	443 +
18	180 —	41	295 +	64	452 —
19	185 —	42	300 —	65	463 —
20	191 +	43	305 —	66	474 +
21	196 +	44	311 +	67	485 —
22	201 —	45	315 —	68	497 —
23	206 —	46	322 +	69	510 —
				70	524 —

XIX. 37. Resta da avvertire che la velocità dell' acque correnti, come anche si è espresso al §. XI. n. 21, essendo maggiore più verso il fondo, minore più verso della superficie: rimane questa prevalenza di moto alterata sensibilmente dalle resistenze del fondo; così anco benchè nel mezzo di un canale corra l' acqua più veloce di

quello faccia vicino alle rive; e facendosi le resistenze di dette rive, e del fondo maggiormente risentire, dove l' acqua è minore di corpo, ne proviene, che in parità di circostanze, abbenchè si abbia lo stesso pendío in due diversi canali, correrà però sempre meno quello che v. g. avrà un piede di altezza, ed altrettanta larghezza di un altro, che sia maggiore ed in larghezza ed in profondità; cosicchè nel calcolo fondamentale, allorchè vien supposto che l' acqua debba far un miglio di cammino all'ora, si avrà ad attendere anco a tali accidenti, battendo un dieci per cento, se l'acqua fosse di corpo oltre li 6 *quadretti*, nulla battendo se l' acqua fosse dalli sei alli tre, ed aggiungendo il dieci per cento, se fosse minore delli tre *quadretti*.

38. Nel qual caso in tutti que' numeri, ne' quali si è supposto che quello di mille passi moltiplichi, o divida qualche altro numero, basterà di sostituire o il 900, ovvero il 1100, secondo l' esigenza, e si avranno prossimamente le desiderate quantità; che se anco lo stesso numero di 1000, quantità assunta come la più ragionevole, si credesse o deficiente o esuberante, il che non pare, ciò non ostante sussiston tutte le predette regole, solamente che si abbia l' avvertenza di mutar il numero 1000 ivi preso per fondamentale. Si è voluto aggiungere anche questa notazione, acciocchè sempre più si rilevi l' universalità di questo metodo, nel quale una volta che si abbia determinata la sola quantità di un cammino ragionevole, che può far l'acqua dentro un certo tempo, non vi è più difficoltà per fissare stabilmente tutte le misure di ogni e qualunque derivazione in ogni e qualunque condotto.

CAPITOLO SESTO.

Dell' unione e divisione dell' acque correnti, con le leggi del loro crescere e scemare.

Un fiume che ponga capo in un altro fiume, non lo fa crescere già a misura della quantità dell'acqua che vi porta, come accaderebbe se l' acqua venisse considerata a guisa di un solido, ma solamente cresce per quanto gli viene permesso dalla maggiore o minore velocità sì dell' influente, che del recipiente. Così per lo contrario, se ad un fiume col mezzo d' un canale verrà scemata una certa quantità di acqua, dovrà esso abbassarsi di superficie a norma del moto che avrà ed il canale di derivazione, ed il fiume da cui si distrae l' acqua; e tali alterazioni risentir si debbono non solo nelle parti inferiori al sito ove o si pone, o si estrae l' acqua, ma ancora nelle superiori; con qual legge poi, ciò per anco ha molto dell' oscuro;

quello che sembra certo si è, che tanto nel caso dell' unione, che della derivazione, conviene che la superficie si vadi accomodando in una proporzionata cadente; e comecchè l' impressione che nasce da una tale anomalia non giunge per lo più a turbare tutto l' alveo del fiume, se questo corre per lungo tratto, così si riduce il più difficile del problema a trovare il punto, ove la superficie alterata si confonde ed unisce con l' inalterata dopo seguito il bilanciamento dell' acque, il qual punto in rigore geometrico dovrebbe scorrere e trovarsi sino al principio o fonte del fiume, quando una curva regolare fosse, com' esser dovrebbe, la di lui superficie; ma tanti sono gl' impedimenti ed ostacoli che il corso dell' acqua da per tutto incontra, che questa legge non si osserva in fatto, ed in ogni fiume vi è realmente un punto, oltre il quale non passa l' azione del rigurgito. Ciò però, per quanto sarà in poter dell' arte, considereremo in altro capitolo, ove si tratterà delle cadenti de' fiumi, delle loro piene e magre; e ci basterà adesso di cercare l' alzamento o lo scemamento che può seguire in un fiume per l' aggiunta o derivazione di una data quantità di acqua.

II. Intendasi che l' altezza del recipiente avanti l' ingresso di un nuovo influente sia la AB (*tav.* 3. *fig.* 7.) la sua larghezza in una sezione regolata sia LM, l' altezza sotto di cui corre l' influente avanti l' unione sia FG, la sua larghezza HI; introdotto che sia nel recipiente predetto, dovrà questo soffrire qualche gonfiamento, si cerca di qual altezza sia egli per essere. Perchè dunque l' acqua aggiunta deve conformarsi alla larghezza della sezione del recipiente, si concepisca l' altezza FG dell' influente, mutata nella AE del recipiente, allorchè l' acqua di quello sia in questo passata; e perchè questa nuov' acqua pesa sopra la sottoposta, perciò quella del recipiente verrà obbligata ad abbassare la sua superficie, e dal punto A ridurla v. g. in C, cosicchè anche il punto E passerà in D, e sarà $ED = AC$; e perciò la BD sarà tutta la nuova altezza, che avrà acquistata il recipiente, dopo l' aggiunta dell' acqua dell' influente. Si chiami $AB = d$, $AE = x = CD$, $BD = z$, $FG = b$, $HI = a$, $LM = c$, la velocità del recipiente, prima di ricever l' influente sia u, quella dopo di averlo ricevuto, ma avanti che possa esercitar la pressione, e ridursi all' equilibrio, cioè quella ch' avrebbe se corresse l' acqua dell' influente nella larghezza del recipiente $= t$, la velocità che realmente avrà il recipiente dopo seguita l' unione, e dopo bilanciate nel loro corso le acque $= q$, e finalmente la velocità che teneva l' influente nel suo alveo avanti l' unione $= r$. Essendochè dunque le due moli di acqua dell' influente e del recipiente, che in un dato ed egual tempo possono passare separatamente nell' alveo del recipiente, devono pur passare unitamente per esso recipiente; quindi sarà

l' equazione $du + tx = qz$, e $z = \frac{du + tx}{q}$, prima formola generale; dipoi perchè egual mole d' acqua, in egual tempo dee intendersi passare e per l' influente separato, e per il medesimo influente, quando si concepisca ridotto alla larghezza del recipiente, sarà però un' altra equazione $ctx = abr$, onde $x = \frac{abr}{ct}$, e $z = \frac{cdu + abr}{cq}$, seconda formola generale esprimente tutta l' altezza BD; quindi la AD ch' è il solo accrescimento per l' influente sopra lo stato di prima del recipiente, verrà ad essere $\frac{cdu + abr - cdq}{cq}$.

III. *Coroll. I.* Se le velocità fossero in dimezzata proporzione delle altezze, sarebbe $AD = \frac{d\sqrt{d} + x\sqrt{x} - d\sqrt{z}}{\sqrt{z}} = z - d$, che si riduce a $z = \sqrt[3]{(d^3 + 2dx\sqrt{dx} + x^3)}$, ed $AD = \sqrt[3]{(d^3 + 2dx\sqrt{dx} - x^3)} - d$, in cui $x = \frac{b\sqrt[3]{aa}}{\sqrt[3]{cc}}$, come si ricava sostitnendo nella formola $ctx = abr$, i valori di t ed r, che sono $\sqrt{x}$, $\sqrt{b}$, questo valore dunque di x sostituito in quello di t, darà il valore di AD.

IV. *Coroll. II.* Nella supposizione del Castelli, e del Barattieri, che fanno le velocità, come le altezze, sarà $z = \sqrt{\left(dd + \frac{abb}{c}\right)}$, ed $AD = \sqrt{\left(dd + \frac{abb}{c}\right)} - d$.

V. *Coroll. III.* E conseguentemente, se sarà $u = d^m$, $r = b^n$, $q = z^\varphi$, cioè se saranno m, n, φ numeri quali si voglino intieri, o rotti esprimenti qualunque podestà delle altezze per le velocità, sarà la formola generale $z = (d^{m+1} + a \times c^{-1} b^{n+1})^{\frac{1}{\varphi + 1}}$, nella quale essendo di già eliminato x, non vi sarà se non da sostituire i valori di d, a, c, b, tissati che siano i suddetti esponenti; supponendosi z, d incognite; la suddetta formola darà l' equazione generale di tutte le curve degli accrescimenti dei fiumi per l' aggiunta di nuovi influenti, l' ascissa delle quali sarà z, l' ordinata d, ovvero più generalmente facendo $u = d^{\frac{m}{p}}$, $r = b^{\frac{n}{p}}$, $q = z^{\frac{\varphi}{p}}$, si avrà $cz^{\frac{\varphi + m}{p}} = cd^{\frac{p+m}{p}} \; ab^{\frac{p+n}{p}}$, cioè $z^{\varphi + p} = \left(\frac{cd^{\frac{p+m}{p}} + ab^{\frac{p+n}{p}}}{c^p}\right)^p$, e si potrà determinare la

relazione di z a d nel modo che segue. Sia $d^{\frac{p+m}{p}} = b^{\frac{m}{p}} y$, ovvero $d^{p+m} = b^m y^p$ sarà $z^{\varphi+p} = \left(y + \frac{ab^{\frac{n+p-m}{p}}}{c}\right)^p \times b^m$. Si costruisca la curva AE (*tav.* 5. *fig.* 8.) espressa dall'equazione $d^{p+m} = b^m y^p$. Si prenda $BA = ab^{\frac{p+n-m}{p}}$, e dal punto B si descriva un'altra curva, che abbia per equazione $z^{\varphi+p} = \left(y + \frac{ab^{\frac{n+p-m}{p}}}{c}\right)^p \times b^m$, sarà $DE = d$; $CD = z$, e l'intercetta CE sarà il ricercato accrescimento.

VI. *Scolio I.* Nel caso semplicissimo delle velocità in ragione delle altezze, servendosi della prima formola del numero precedente, si muterà questa in $dd = zz - \frac{abb}{c}$, equazione all'iperbola equilatera bA, di cui tanto il parametro bn, quanto il diametro $bm = \frac{2b\sqrt{a}}{\sqrt{c}}$; DB (*tav.* 3. *fig.* 9.) dunque sarà l'altezza dopo l'unione dell'acqua, e BA l'altezza, che prima di riceverla aveva il recipiente; ed essendo per la natura dell'iperbola equilatera il quadrato di BA eguale al rettangolo $Bm \times bB$, cioè alla differenza de' quadrati DB, Db, si avrà in termini analitici $dd = zz - \frac{abb}{c}$, che è l'equazione proposta; onde apparisce il metodo di descrivere tal iperbola, sicchè contenghi tutti i casi possibili di questi crescimenti nati da una sopravenienza di acque. E calcolando con la seconda formola mediante le due parabole del numero precedente, saranno l'equazioni $dd = by$, $BA = \frac{ba}{c}$, e $zz = by + \frac{bba}{c}$, e se in vece di by si sostituirà il suo valore dd, sarà $zz = dd + \frac{bba}{c}$, equazione che di sopra si è trovata e costrutta.

VII. *Scolio II.* Se le velocità stessero come le radici delle altezze, l'equazione che ne risulterebbe dalla prima formola del numero V. ascenderà alla sesta dimensione nell'incognita, e sarebbe la seguente $c^4z^6 - 2a^2b^3ccz^3 + a^4b^6 - 2c^4d^3z^3 - 2a^2c^2b^3d^3 + c^4d^6 = o$, che non trascende però i limiti dell'equazione cubica, ma con la seconda formola posto $\frac{m}{p} = \frac{n}{p} = \frac{\varphi}{p} = \frac{1}{2}$ (*tav.* 3. *fig.* 8.), si avrà

$z^3 = \left(y + \frac{ba}{c}\right)^2 \times b$, e supponendo $d^2 = by^2$, sarà in tal caso AE la parabola che esprimerà la detta equazione, e BC quella dell' altra $z^2 = \left(y + \frac{ba}{c}\right)^2 \times b$ senza altro imbarazzarsi nella risoluzione dell' equazion predetta assai composta.

VIII. La conversa proposizione del numero II. di questo, si ricava dalle stesse formole ivi registrate: cioè data l' altezza viva di un fiume, da cui si dovesse estrarre una quantità di acqua, ritrovare la sezione del canale di derivazione, cosicchè questo scarichi la detta quantità di acqua, e che l' altezza viva BD (*tav.* 3. *fig.* 7.) discendi sino in BA. L' equazione dunque $cqz = cdu + abr$ si muta ancora in $abr = cqz - cdu$, la quale scioglie il problema. Sia da levarsi per tanto una quantità di acqua, che alla prima avanti dell' estrazione abbia la ragione di l a p, onde sarà l' analogia $cqz : cdu :: l : p$, e facendo $r = b^n$, ed $u = d^m$, sarà $b = \left(\frac{c}{a} \times \frac{l-p}{p} \times d^{m+1}\right)^{\frac{1}{n+1}}$, da cui si cava l' altezza viva del canale derivante $d = \left(\frac{a}{c} \times \frac{p}{l-p} \times b^{n+1}\right)^{\frac{1}{m+1}}$ formola che fa nota l' altezza, che dopo levata la detta quantità d' acqua dovrà aver acquistato il fiume, da cui rimane ess' acqua estratta. Che se scemata l' acqua del fiume, dopo aperto il canale derivante per una data altezza, e nota l' altezza dell' effluente b, si desiderasse la larghezza di esso a. Sia la prima altezza avanti la derivazione alla seconda dopo che questa è seguita, come e ad f, cioè $z : d :: e : f$, onde $z = \frac{de}{f}$, sostituendo però questo valore nella formola generale, come sopra $r = b^n$, $q = z^\varphi$, ed $u = d^n$, sarà ridotta l' equazione alla seguente $a = \frac{c}{\varphi + 1} \times \left(\frac{e^{\varphi+1} d^{\varphi+1} - f^{\varphi+1} d^{m+1}}{b^{n+1}}\right)$, nella quale a, d sono le incognite, e le quantità date sono c, f, b, z, ovvero se fosse data questa larghezza, e restasse incognita l' altezza sarebbe $b = \frac{c}{af^{\varphi+1}} + \left(e^{\varphi+1} d^{\varphi+1} - f^{\varphi+1} d^{m+1}\right)^{\frac{1}{n+1}}$, ovvero per i fiumi orizzontali, o quasi orizzontali, dove essendo libero il canal derivante, il fondo di questo viene anco a regolare l' altezza

viva dell'acqua del fiume, cioè quella che può agire a promuovere la maggiore o minore quantità, che devesi derivare, restando l'altra inoperosa in riguardo di un tal canale da derivarsi, sarà la formola

$$d=\left(\frac{e}{f}\times\frac{cz\phi}{a+z}\right)^{\frac{1}{n}}=b.$$

IX. *Coroll. I.* Sia nella seconda formola del numero precedente $m=n=1$, si muterà in $d=b\times\sqrt{\frac{ap}{cl-cp}}$, nella quale se si porrà $l=4000$, $p=3100$, numeri esprimenti le quantità dell'acqua, che passano per una data sezione del fiume, e prima, e dopo della derivazione, $b=$ a piedi 10, $a=$ piedi 200, $c=$ piedi 300 sarà, fatte le dovute operazioni, il logaritmo di $d=1.3345034$, che risponde a piedi $21\frac{122841}{202034}$. Il valore poi dell'altezza prima, avanti cioè la derivazione, sarà $z=\frac{d\sqrt{l}}{\sqrt{p}}$, onde essendo conosciuta d, saranno pur conosciute tutte le altre quantità, e valerà piedi $23\frac{8858}{92417}$.

X. *Coroll. II.* Facendo $m=n=\frac{1}{2}$, che è il caso del Torricelli, del Mariotte, e di altri, si trasmuterà la detta seconda formola in $d=b\sqrt[3]{\frac{aapp}{cc-(l-p)^2}}$, e $z=\frac{d\sqrt[3]{ll}}{\sqrt[3]{pp}}$, fatte le dovute sostituzioni, e posti i valori delle quantità l, p, b, a, c come sopra, sarà logaritmo $z=1.4846658$, il cui numero $30\frac{75446}{142405}$, dal che appare, che se si abbasserà il fiume per l'acqua derivata dall'effluente, cosicchè la prima altezza alla seconda dopo la derivazione sia come $23\frac{8858}{92417}$ a $21\frac{122841}{202034}$ sarà la quantità, che passa per una data sezione inferiormente al sito della deviazione, avanti che sia estratta l'acqua, alla quantità che passa per la medesima sezione dopo derivata la detta acqua, come 40 al 35, nel primo caso, e le altezze per il secondo caso saranno come $30\frac{75446}{142405}$ a $27\frac{146407}{157942}$.

XI. *Coroll. III.* Prendendo la terza formola del numero predetto, nella quale si suppongono date e, f, d, b, c, e facendo $n, \phi, m=1$

per l'ipotesi del Castelli si cerca la larghezza del canale di derivazione, sarà però $a = \frac{cdd}{ff} \times \frac{(ee - ff)}{bb}$. Sia $e : f :: 9 : 8$; $d = 20$, $b = 18$, $c = 300$, sarà il logaritmo di $a = 1.9929051$, a cui prossimamente corrisponde il numero 98, e di tanti piedi dovrebbe essere la larghezza ricercata del canal di derivazione, acciocchè la prima altezza del fiume restasse alla seconda dopo estratta l' acqua nella ragione di 9 al 8, ma nella supposizione che m, n, φ sieno eguali a $\frac{1}{2}$, sarà la terza formola mutata in $a = \frac{cd\sqrt{d}}{f\sqrt{f}} \times \frac{(e\sqrt{e} - f\sqrt{f})}{b\sqrt{b}}$, e il logaritmo prossimo di a sarà 1. 8900925, il di cui numero prossimo è 78 per la ricercata larghezza.

XII. *Coroll. IV.* Servendosi della formola generale del numero III. $z = \frac{cdu + abr}{cq}$ per aversi l'altezza residua di un fiume, dopo che gli sarà stata levata una certa quantità di acqua, sarà $d = \frac{cqz - abr}{cu}$, ovvero sostituendo in vece di q, r, u li valori respettivi z^{φ}, b^{δ}, d^{m}, sarà $d = \left(\frac{cz^{\varphi+1} - ab^{\delta+1}}{c}\right)^{\frac{1}{m+1}}$; se dunque φ, δ, m saranno eguali ciascheduna ad un $\frac{1}{2}$, sarà l' equazione

$$\begin{aligned} d^6 - 2aab^3d^3 + z^6 &= 0 \\ - 2z^3 - 2aab^3z^3 & \\ + \frac{a^4b^6}{c^4} & \end{aligned}$$

oppure, per maggior facilità, si potrà ridurre alla seguente espressione $d = \sqrt[3]{\left(z^3 - \frac{2zcx^3\sqrt{bz}}{abb} + x^3\right)}$, ed essendo $x = \frac{b\sqrt[3]{aa}}{\sqrt[3]{cc}}$, sarà

$$d = \frac{\sqrt[3]{(ccz^3 - 2cabz\sqrt{bz} + aab^3)}}{\sqrt[3]{cc}}.$$

XIII. *Coroll. V.* Ovvero servendosi della seconda formola registrata al numero V. di questo, e mediante le due parabole ivi costrutte, sarà secondo a quanto ivi si è esposto (*tav.* 3. *fig.* 8.) $cd^{\frac{p+m}{p}} = cz^{\frac{\varphi+p}{p}} - ab^{\frac{p+n}{p}}$, e però $d^{\frac{p+m}{p}} = z^{\frac{\varphi+p}{p}} - \frac{ab}{c}^{\frac{p+n}{p}}$, ovvero $d^{p+m} =$

$\left(z^{\frac{\varphi+p}{p}} - \frac{ab}{c}^{\frac{p+n}{p}}\right)^p$, e facendo $z^{\frac{\varphi+p}{p}} = b^{\frac{m}{p}} y$ diventerà, fatte le debite sostituzioni, $d^{p+m} = \left(y + \frac{ab}{c}^{\frac{p+n-m}{p}}\right)^p \times b^m$. Sia dunque BC la curva, la di cui equazione $z^{\varphi+p} = b^m y^p$. Si prenda $BA = \frac{ab}{c}^{\frac{p+n-m}{p}}$, e dal punto A si descriva un'altra curva AE espressa dall' equazione $d^{\frac{p+m}{p}} = \left(y - \frac{ab}{c}^{\frac{p+n-m}{p}}\right)^p \times b^m$, sarà $DE = d$, $CB = z$, e CE la ricercata differenza delle altezze.

XIV. *Scolio I.* Si produrranno alcuni esempj concernenti l' abbassamenti de' fiumi in piena, col mezzo de' canali risoratori, o diversivi, che vengono chiamati, e saranno tali esempj presi dall' Adige; che come è noto, molti ne tiene, e per i quali in varj tempi ebbi motivo di fare varie osservazioni per la generale regolazione di quel fiume. Fu trovato dunque 1.° Che la Bova della Badia tiene di altezza di acqua in piena sopra la di lei soglia piedi Veneti 10 : 7 : 4, cioè linee 1528, la larghezza sua è di piedi 12 ½ o siano linee 1800, l' altezza ragguagliata dell' Adige ivi dirimpetto, considerato pure in piena, fu trovata di p. 11. 3. 1, cioè linee 1621, essendo largo piedi 402, ovvero linee 57888, onde a norma di quanto si registra al num. VI. di questo, calcolando col supporre le velocità, come le altezze, avendosi $x = \frac{b\sqrt{a}}{\sqrt{c}} = 269$, e per conseguenza $d = \sqrt{(zz - xc)} = 1598$, detratte queste dall' altezza dell' Adige, avanti la derivazione, restano linee 23 cioè once una, e punti undici per l' abbassamento ricercato. 2.° Alla bocca o sia regolatore della Sabbadina si è trovato $z =$ p. 19. 2. 11 $=$ lin. 2759; $b =$ p. 9. 2. 11 $=$ lin. 1231; $a =$ p. 27 ½ $=$ lin. 3960; $c =$ p. 2280 $=$ lin. 30240, ondè $x = 554$, e $d = \sqrt{(zz - xx)} = 2703$, che detratte da 2759 prima altezza, danno linee 56 equivalenti ad once 4 e due terzi. 3.° Al regolatore di Fiume nuovo, quando era di legno, si è trovato $z =$ p. 10. 8. 4 $=$ lin. 1480; $b =$ p. 4. 10. 8 $=$ lin. 704; $a =$ p. 60 $=$ lin. 8640; $c =$ p. 318 $=$ lin. 45792, e però $x =$ 306, e $d = 1448$, cosicchè può dare un abbassamento all'Adige di once 2, e due terzi. 4.° A fossa Bellina, che è il più inferiore de' diversivi, rispetto al mare si è trovato $z =$ p. 10 11. 8 $=$ linee 1580; $b =$ 4. 4. 2 $=$ lin. 626; $a =$ p. 60 $=$ lin. 8640; $c = 258 =$ lin. 37512, onde $x = 301$, e $d = \sqrt{(zz - xx)} = 1531$, che detratte da 1580

lasciano 29 linee per l'abbassamento dell'Adige, cioè due once e punti cinque. 5.° Ma al Castagnaro, che è il primo e più lontano dal mare di tutti i diversivi, essendosi trovato $z =$ p. 14. 2. 10 lin. 2050; $b =$ lin. 1491; $a =$ lin. 35064; $c =$ lin. 95040 misure presesi sopra i due stramazzi laterali alla Cunetta, che rimane nel mezzo, la di cui portata si è poi calcolata separatamente; sarà $x =$ lin. 950, e $d =$ lin. 1816, quantità che levata da 2050 lascia linee 234, cioè piedi 1:7:6 per l'abbassamento dell' Adige pieno a cagione della diversione, che gli possono fare i detti due stramazzi uno di qua e l'altro di là dalla Cunetta. Calcolando poi la derivazione di questa, si ha che z sarà eguale a linee 2050, $b =$ lin. 2127, $a =$ lin. 3616, $c =$ lin. 95040 come sopra, onde d sarà lin. 2000 prossimamente, che sottratte da 2050 lasciano 50 linee, che fanno once 4 e punti 2, che però tutto il diversivo del Castagnaro da piedi 1:11:8, cioè soli quattro punti di meno di due piedi.

XV. *Scolio II.* Il celebre p. abate D. Guido Grandi matematico del Gran Duca di Toscana nel Trattato del movimento delle acque, che già qualche anno ha consegnato al pubblico con le stampe di Firenze al Capitolo V. Prop. XXXV. professa, *che se due fiumi orizzontali* LG, FG (*tav.* 3. *fig.* 10.) *siano mossi colle velocità* IG, GK, *si uniscano in un tronco, la cui velocità, e direzione sarebbe* GH, *e poi viceversa si supponga, che lo stesso tronco* HG *colla stessa velocità* HG, *dovesse con moto retrogrado diramarsi ne' due rami* GL, GF *non restituirà loro le velocità* IG, KG *uguali alle prime, se non quando l' angolo* LGF *fosse retto*, il che essendo diverso da quanto da noi si è stabilito ne' numeri antecedenti, siamo chiamati a ponderare a misura delle nostre forze, i fondamenti sopra de' quali è piantata la detta proposizione. Risolve dunque il p. abate Grandi la velocità totale GH, che è nata dalle due laterali GK, GI, mediante il compimento del parallelogrammo con le due linee esprimenti le forze HE, GE, dalle quali HE è la perpendicolare condotta alla GK prodotta; ma se di converso, dice il p. abate, il tronco HG si rivolgesse ne' rami, le velocità di questi non sarebbero già le stesse, che allora quando entravano nel tronco, bensì ora maggiori, ora minori, e solo eguali nel caso che l' angolo LGF fosse retto. La direzione della velocità GH, risultante dalla cospirazione delle due laterali GI, GK è appunto quale da tutti gli Statici viene prescritta. Per aversene una prova più chiara si conduca sulla linea del tronco GH le perpendicolari $K\delta$, $I\varphi$, e si avrà la velocità GK risolta realmente nelle due $G\delta$, δK, e la velocità GI nelle altre due $G\varphi$, φI, delle quali le $K\delta$, φI, nulla contribuiscono al moto progressivo, ma le sole $G\delta$, $G\varphi$, queste poi $G\delta + G\varphi$ sono eguali a GH, come si può facilmente dimostrare; dunque questa quantità

dinota realmente la velocità con la quale si muove l' acqua del tronco, dopo ricevuti gl' influenti, e qui di passaggio è da notarsi, che la prevalenza di una delle perpendicolari Kδ sopra l' altra Iφ non servirebbe che ad obbligare il filone a torcere un poco dalla sua rettitudine il cammino. Allorchè poi considera il chiarissimo Autore la conversa della proposizione, cioè quando il tronco passasse ne' rami, risolve la velocità di questo HG nelle due HE, EG, e dice che in GF vi anderebbe l'acqua con la velocità GE maggiore di GK per l'angolo acuto; lo che sarebbe vero ogni qual volta e quando per questo ramo GF vi dovesse andare tutta l' acqua del tronco, mentre HG n' esprime tutta la velocità, ma per GF non dovendone andare che quella quantità, ch'è venuta quando GF fu considerato come un influente, ne deriva, che la HG debba risolversi in altra guisa di quello è stato fatto, considerando cioè Gφ per la velocità GI, è Gδ per la velocità GK, onde saranno poi restituite a capello le velocità di prima GK, GI ne' due canali respettivi, ora riputāti come rami diffluenti GF, GL; quindi gl' influenti convertiti in diffluenti non cangieranno di velocità, anzi la medesima e nell' uno e nell' altro caso saranno pontualmente ritenute, purchè alcuna circostanza non venghi mutata.

XVI. *Scolio III.* Non credo fuori di proposito il dar quivi un esempio dell' accrescimento che farebbe un fiume reale in piena, se avesse a ricevere un nuovo influente pur in piena. Le velocità si supporranno nella ragione dimezzata delle altezze, col servirsi della formola registrata al num. III. di questo $z = \sqrt[3]{(d^3 + 2dx\sqrt{dx} + x^3)}$.
Sia la profondità ragguagliata della sezione del recipiente linee 3962 $= d$, la larghezza del medesimo linee 115200 (cioè piedi 800) $= c$. La sezione dunque vera di questo recipiente venghi rappresentata (*tav.* 3. *fig.* 11.), in cui per A e B dinotasi il profilo degli argini, C il fondo, DE la superficie di piena, PF la profondità ragguagliata; ma la sezione dell' influente venghi rappresentata per la figura 12, che n' esprime il profilo, in cui appariscono le golene EH, LNR molto più elevate del fondo I, e s' intenda l' altezza della sua piena BMS. Per meglio adattarsi alla pratica ed al calcolo, divideremo essa sezione in molte parti, ragguagliandole ad una ad una alla sezione del recipiente, perchè poi sommate assieme dieno l' intiero di lui accrescimento. Nella sezione dunque dell' influente (*tav.* 3. *fig.* 12.) DEHILNRT, DE dinoti l' argine destro, RTV il sinistro, EH sia il fondo della spiaggia, marezana o golena a piedi dell' argine destro, LNR il fondo della golena dalla parte sinistra, ed HIL il fondo dell' influente. La porzione BFE si consideri di un' altezza ragguagliata di piedi 3. o. 4, cioè prendendo

la metà di EF a causa del triangolo BFE, ovvero BAE, e la base BF sia di piedi 11, ovvero di linee 1584; perlochè fatte le necessarie operazioni, sarà $z =$ linee 3963, dalle quali detraendosi linee 3962, altezza ragguagliata del recipiente in piena, restano linee una per l'accrescimento di essa porzione BFE. Così per la porzione FGHE larga piedi 17 ed alta piedi 6. o. 9, cioè linee 873, sarà $z =$ linee 3968, dalle quali sottratte le 3962, rimangono linee 6 per l'accrescimento del recipiente in piena a causa della detta porzione. La parte GHILM, abbia di altezza ragguagliata p. 13. 5. 3, oppure linee 1935, e larghezza piedi 126 = linee 18144, onde z valerà in tali dati linee 4102, e però questo terzo accrescimento sarà di once 11 e punti 8. La parte MLNO, formata dalla golena sinistra più bassa, abbia l'altezza *media* linee 1333, la larghezza di piedi 100 = linee 14400, quindi z sarà di linee 4026, e l'altezza ricercata per l'accrescimento del recipiente once 5 ed un terzo. La golena poi più alta ONSR sia larga piedi 26 = linee 3744, e profonda ragguagliatamente sotto della massima piena p. 3. 6. 3 = linee 507, e però $z = 3966$, che danno di accrescimento punti 4. Finalmente la porzione, che comprende la scarpa dell' argine, se verrà considerata di larghezza piedi 8, ed alta ragguagliatamente piedi 1. 9. 1, non dà verun accrescimento sensibile, raccogliendo dunque tutte dette misure, formano l' intiero accrescimento di piedi 1. 5. 11.

XVII. *Scolio IV.* Sopra a quanto viene registrato nella visita del Po e del Reno fattasi l'anno 1693 da' Cardinali d' Adda e Barberini, chi volesse calcolare l' accrescimento, che il Po fosse per fare per l' aggiunta del Reno, non avrà che a servirsi della formola antedetta, come della medesima avrebbesi a servire quello, che sopra i rilievi della visita generale 1720 volesse riconoscere il medesimo effetto. Per quella dunque del 1693 antedetta, si suppone l'altezza ragguagliata del Po pieno, ma senza Reno, a Lagoscuro di piedi 35 ovvero once 372; l'altezza pur ragguagliata del Reno al passo detto degli Annegati, cioè $b =$ p. 9, ovvero once 108; la larghezza di esso Reno ivi p. $189 = a =$ once 2268; la larghezza del Po a Lagoscuro p. $760 = c =$ once 9120, onde $x =$ p. 3 : 6, $d^3 = 51478848$; $2dx\sqrt{dx} = 3906000$. ed $x^3 = 74088$, numeri che sommati assieme fanno 55458936, il di cui logarit. 7.7439015, che diviso per 3 per aversi la radice cubica lascia log. 2.5813005, il di cui numero $381 \frac{3755}{10384}$; e perchè la frazione risponde a linee 4, se si sottrarrà 372. da 381. 4, resteranno once 9 e linee 4, cioè p. o. 9. 4 per il ricercato accrescimento, secondo le dette supposizioni.

XVIII. *Scolio V.* In una Scrittura presentata dal Guglielmini nel tempo della visita, e che fu registrata negli atti della medeisma, e

poi stampata nella Raccolta di Firenze, si calcola l' alzamento predetto di soli p. o. 8. 9; ma la differenza fra il di lui ed il nostro calcolo deve rifondersi nel prendere che ha fatto i numeri prossimi, in vece de' veri per liberarsi dalle frazioni. Il sig. Eustachio Manfredi nella risposta che fa alle ragioni prodotte dal sig. Giovanni Ceva pag. 67. §. *Ma per non dissimulare*, dice a questo proposito: *Si troverà in fine che tornano appunto le once* $9\frac{3}{5}$ *d' elevazione trovate dal sig. Ceva, che viene ad essere quasi un' oncia di più di quel che risulta nel calcolo suddetto fatto dal Guglielmini ne' medesimi supposti, e ciò per un piccolo errore di una frazione, che corse in questo ec.* Nel proposito dell' unione de' fiumi, sarà utile il vedere e considerare que' riflessi, che il predetto signor Manfredi ha fatto nelle Annotazioni al libro *della natura de' fiumi* del Guglielmini, dalla pag. 311. sino alla 318.

XIX. *Scolio VI.* In tutti gli esempj soprapposti noi si siamo serviti pel calcolo delle velocità della ragione che si riporta alle altezze delle acque o semplice o dimidiata, e ciò per non discostarsi da quel tanto, che in molte occasioni è stato prodotto da molti rinomati Autori, ed ancora per dare un saggio del modo di servirsi delle formole, che abbiamo trovate: quando però si desiderasse una maggior precisione non sarà da partirsi dal calcolo delle velocità rilevate con la palla, e adoperando la formola registrata al num. XXVI. della seconda parte del capitolo precedente, e servendosi de' precetti esposti ne' numeri XXVII. e XXVIII. di detta seconda parte. Non è però che in qualche caso non possiamo servirsi senza tema di andar gran fatto errati anche delle ragioni sopra riferite per le velocità, anzi per rintracciare il meno equivocamente che sia possibile la verità ne' casi di molta importanza, sarà bene di calcolare con molti metodi, osservando a quali differenze portino e gli uni e gli altri, per determinarsi poscia al più probabile.

CAPITOLO SETTIMO.

Degl' impedimenti che si fanno al corso dei fiumi e delle alterazioni che ne derivano.

I. Un fiume, che venga aggiunto ad un altro fiume, in tanto gli accresce la velocità, in quanto in parità di circostanze lo aumenta di corpo, e di altezza, ed un tale accrescimento produce una reale ed assoluta aggiunta di moto, a quello che aveva prima, che niun' acqua vi fosse unita. Vi sono in oltre degli accrescimenti di altezza viva, senza che ricevano i fiumi verun reale aumento per l' unione di altre acque; tal sarebbe l' innalzamento di queste a cagione di un

ostacolo che si frapponesse al libero corso, mentre in tal caso l'acqua crescerà in detto sito sino ad ottenere dall'altezza, quello che le veniva levato dall'impedimento. Se un tale ostacolo è solamente in qualche luogo del fiume, fuori di esso ostacolo, ripiglierà l'acqua il suo corso, come se non vi fosse stato verun impedimento; ma se le difficoltà saranno continue in un dato spazio, resterà illanguidito il corso del fiume; onde per rimetterlo sarà di mestieri, che cresca il corpo, e seguano delle alterazioni nelle misure che prima aveva; ma queste variazioni di moto saranno sempre contenute nelle formole avanzate nell'antecedente capitolo, essendo solamente varie le altre circostanze risguardanti il sito e positura dell'ostacolo, lo che rende più complicata, benchè non più difficile, l'espressione, e la formola.

II. Intendasi il fiume EGFH (*tav.* 3. *fig.* 13.), che corra da E verso G con altezza viva IK, dipoi si supponga venir posto sotto la di lui superficie in certo sito l'ostacolo BD; l'altezza dell'acqua dal fondo sino al piano inferiore del detto ostacolo sia IM; l'altezza di questo ML, e resti lontano dalle rive quanta è la distanza CB, DA; supposizione questa, che quantunque sia astratta, per non rimanersi esso ostacolo appoggiato da veruna parte, che sia stabile, nientedimeno per render più universale la proposizione, così può concepirsi, bastando per renderlo conforme al vero, far eguale a zero una delle tre linee CB, DA, IM. Perchè dunque l'ostacolo BD impedisce il moto dell'acqua di liberamente progredire, avrà ess'acqua la necessità di alzarsi a motivo, che per il restante della sezione passi appunto nello stesso tempo tant'acqua, quanta passava innanzi, che vi fosse l'ostacolo, onde crescerà di corpo v. g. sino in N. Si figuri, che una eguale quantità di acqua com'è quella, che può trattenere BD sia sovrapposta in KO, accomodata però alla larghezza CA, cioè sopra la superficie corrente, ed atteso questo nuovo peso, discenda essa superficie sino al punto N. Dovendo pertanto nel tempo stesso eguali quantità di acqua passar avanti e dopo che vi sia posto l'ostacolo, quando l'acqua sia ridotta allo stato di permanenza, chiamando l'altezza dell'ostacolo $LM = d$, sarà come segue.

Larghezze	Altezze	Velocità corrispondenti	Quantità d'acqua
$AC = h$	$IK = g$	r	hgr
$AD = a$	$IN = z$	u	auz
$CB = c$	$IN = z$	u	cuz
$BD = b$	$IM = e$	n	ben
$BD = b$	$LN = z - d - e$	t	$(z - d - e) \times bt$

dunque l'equazione generale sarà $hgr = auz + ben + cuz + zbt - dbt - ebt$, e perciò $z = \frac{hgr - ben + dbt + ebt}{au + cu + bt}$.

III. *Corollario I.* Ma quando, come effettivamente succede nelle acque correnti, si concepisca l'ostacolo attaccato alla riva FH, e che la superficie del medesimo ostacolo venghi ad esser alta quanto può venir alta la massima escrescenza del fiume, proveniente però questo effetto dall'impedimento, che il corso riceve dall'ostacolo, e non già per nuova acqua sopraveniente, e s' intenda in oltre quest' ostacolo attaccato al fondo, nè che sotto di lui passar vi possa quantità alcuna di acqua, in tal caso saranno nulle le quantità a, e, cioè sarà $a = o$, $e = o$, $d = z$; onde la formola del numero antecedente si muterà nella seguente $z = \frac{hgr}{cu}$, ovvero perchè $h = c + b$, sarà $z = \frac{(c+b) \times gr}{cu}$.

IV. *Coroll. II.* Se dunque si porranno le velocità in ragione dimidiata delle altezze, sarà $z = g \sqrt[3]{\frac{(e + b^2)}{cc}}$.

V. *Coroll. III.* Ma se le velocità si vogliano nella ragione semplice dell' altezze, sarà la formola del num. III. mutata in $z = g \sqrt{\frac{(c+b)}{c}}$,

VI. Nel numero II. di questo si sono considerati quegli ostacoli, che si oppongono perpendicolarmente alla correntía del fiume, ma essendovene di quelli, che al corso del medesimo si presentano obliquamente, ricevendo l'impulso dell'acqua ad angolo o ottuso, o acuto, così è da indagarsi qual resistenza venghi fatta all'acqua corrente a misura della varia inclinazione di detti impedimenti. Sia il fiume GHON (*tav.* 4. *fig.* 1.), che corra da G verso H, e sia l' ostacolo AD ad angoli retti col corso del fiume, ed altri due AE, AC; il primo che formi angolo acuto col detto corso; il secondo angolo ottuso, purchè i punti estremi E, D, C siano nella linea EDC parallela alla ON. Gli effetti che ne seguono sono per il primo caso di AD perpendicolare, che tutti i filamenti acquei saranno ribattuti secondo la linea del corso; e perchè l'effetto non può esser maggiore della sua causa, pertanto le parti acquee dopo che avranno urtato nell'ostacolo, non potranno risalire contr' acqua per la medesima linea, con cui sono venute, onde non potranno che tendere, ove minore è il moto, vale a dire, verso le parti laterali, e quivi seguirà la molente; fatta la quale, dovendo pur l'acqua camminare, si accomoderà col suo corso in una linea curva OD, restando l'acqua contenuta nell'aria DAO o ferma, o con qualche vortice, e se questo non seguirà, la curva OD farà l'uffizio di riva rispetto al corso. Se poi l'ostacolo sarà nel sito AE, in tal caso l'acqua quieta sarà contenuta dentro l'area OAE, ed il corso si farà secondo OE, ma i vortici che potranno formarsi, impediranno la regolarità di esso corso. Finalmente se la positura dell' ostacolo fosse AC, l'area occupata

dall' acqua quieta sarebbe la OAC, ed il moto seguirebbe lungi la curva OC; ciò supposto, e supposta la quiete dell'acqua nell'aree predette OAE, OAD, OAC, è noto per la geometria, che quest' aree poste fra le parallele ON, EC, se le curve OE, OD, OC fossero rette, ed avessero il loro principio in un istesso punto, sarebbero eguali di capacità; e dette linee, lungi le quali striscia l' acqua, abbenchè realmente debbano esser curve, nientedimeno si potranno fisicamente prender per rette, e per conseguenza fra di loro eguali le dette aree.

VII. Arrivando per la supposizione l' ostacolo sempre alla medesima parallela EC in qualunque angolo venghi egli posto, sarà valevole a fermare in ogni di lui positura i medesimi filamenti di acqua in numero; nientedimeno avuto riguardo alla natura de' fluidi, egli è assai vario, appunto secondo le varie inclinazioni dell' impedimento, il moto concepito dall' acqua che dopo ridottasi allo stato manente, va secondo la direzione delle curve OE, OD, OC strisciando e progredendo verso MH: mentre non essendo quella curva un corpo solido, ma fluido e soggetto a mille accidenti, accadono moltissime irregolarità al moto che se ne genera. Universalmente è vero, che quanto l' angolo, che fa l' ostacolo con la riva, riesce meno ottuso, sente l' acqua maggiori le resistenze, quando però esso ostacolo si concepisca a piombo col piano orizzontale del fondo; maggiori ancora sono le resistenze quando è ad angolo retto con la riva, e più crescono allorchè e acuto verso le parti superiori; nel qual caso sono innumerabili i vortici, che si formano, alle quali cose se avesse ben atteso il Michelotti nel libro, che pubblicò per difendersi dalle corrosioni de' fiumi, non avrebbe sì di leggieri commendato tanto quella sorta di pignoni, che vengono a formare con le rive i predetti angoli acuti.

VIII. Sembrando impedimenti al corso de' fiumi anco le svolte o lunate, nelle quali si piega il loro alveo, sarebbe da considerarsi anche questo genere d' impedimento. Se superficialmente viene disaminata la cosa, pare potersi ridurre il ritardo proveniente dalle medesime svolte alla resistenza causata dall' ostacolo delle rive, che opponendosi con le loro piegature al corso, lo rallentano; ma se si farà la necessaria attenzione alla vera meccanica, con cui si muove l' acqua lungh' esse, si vedrà chiaramente, che devesi ritrarre da altri principj il ritardamento, che dar possono al moto dell' acqua. Se la natura ha fatto da se quel tal alveo, l' avrà stabilito con varie tortuosità e curvature secondo all' esigenza del corso del fiume, ed alla varia resistenza de' terreni per i quali passa. Se l' arte poi avrà preparato il letto al fiume, quando angolarmente l' avesse fatto volgere da una in un' altra direzione, si vedrebbe che l' acqua nel vertice

dell'angolo far dovrebbe un qualche molente, affettando la quiete per qualche spazio, cosicchè i lati dell'angolo verrebbero ad esser due tangenti di una curva, lungi la quale strisciar dovrebbe l'acqua, in somma il moto di lei naturale succederebbe sempre in linee curve, sino a tanto che trovasse di poter progredir rettamente. Il celebre Varignon nelle *memorie di matematica, e di fisica per l'anno* 1693 a carte 181 e seg. considera la caduta, e l'ascesa di un grave, quando questo venghi obbligato a passare per diversi piani inclinati, e stabilisce la perdita della velocità di esso nel passar dall'uno all'altro de' detti piani; ma soggiugne nel fine del di lui dotto discorso, che non può valere la conseguenza, e la legge da esso fissata ne' piani inclinati di una grandezza infinitamente piccola, come sono quelli, che compongono le linee curve, allegando, che in questi, le perdite delle velocità non sono, che *differenziali* del secondo grado, e perciò rispetto a' primi, di niun valore. Lo stesso accade nel fatto delle svolte de' fiumi, che realmente altro non sono, che curve, come di sopra si è detto, che però ogni qualvolta siano queste stabilite, la velocità che fanno perdere all'acqua, non è da computarsi, che per un *differenziale* del secondo grado, rispetto alla velocità con cui l'acqua si muove, perlochè è da cercarsi altronde la cagione di questi ritardamenti, che si possono dividere in *assoluti*, e *respettivi* nell'affare dei fiumi, quei che arrivano per le svolte sono i *respettivi*, che niente possono levare al moto dell'acqua, quando altre circostanze non vi siano; ma gli *assoluti* sono quelli, che derivano dal maggiore o minore viaggio, che far deve l'acqua corrente per giugnere allo stesso termine, essendo che un fiume dritto, vi arriverà più presto di un tortuoso, e però vi giungerà piuttosto nel primo, che nel secondo caso, ed ecco come le svolte o lunate pregiudicano al moto del fiume, ritardandolo per il tempo, che deve impiegare per arrivar al suo fine con una data quantità di acqua.

IX. Sia il fiume retto EF (*tav.* 4. *fig.* 2.), e fra i medesimi termini ve ne sia un altro tortuoso GQH; ma di eguale quantità di acqua col primo retto, essendo le due AG, MH parallele, sarà la forza della gravità che muove l'acqua per GQH alla forza della gravità, che muove l'acqua per EF in ragione inversa delle secanti degli angoli d'inclinazione delle rispettive pendenze di essi alvei, o sia delle lunghezze dei medesimi prendendo per seno tutto la massima loro inclinazione. Sia BD eguale a GQH, alveo tortuoso; BC eguale ad EF, alveo retto, essendo AB il pendío assoluto di entrambi, discorrenti fra le parallele AG, MH, le dette forze saranno come BD a BC lunghezze degli alvei, se BA sia il raggio, e gli angoli ABC, ABD quelli delle inclinazioni di questi alvei. Esprima BA, ovvero

Bn la forza dell'acqua nel punto B, se si condurranno le due Bm, Bq perpendicolari respettivamente a BC, BD, e dal punto A, le due nm, nq, che incontrino le due Bm, Bq ad angoli pur retti, saranno le forze dell'acqua per progredire ne' piani inclinati, risolte in modo, che Bm dinoterà la forza, con cui il piano BC è premuto, e Bq la forza con cui l'altro piano BD è pur pressato, ed mA la forza acceleratrice del fiume BD, come qA ovvero qn quella del fiume retto EF. Perchè dunque i triangoli Bmn, ABC sono simili, sarà BC : BA :: Bn : mn, onde $mn = \frac{BA \times Bn}{BC}$; parimenti per i triangoli simili qBn, ABD, sarà BD : BA :: Bn : qn, e però $qn = \frac{BA \times Bn}{BD}$, e finalmente $mn : qn :: \frac{1}{BC} : \frac{1}{BD}$ :: BD : BC; il che ec.

X. *Coroll.* Quanto dunque sarà più tortuoso l'alveo GQH, tanto minore sarà la forza, che vi resterà per muover l'acqua, cosicchè se questa per l'alveo retto EF si dovesse scaricare nello stesso tempo, come quella per GQH, sarà di mestieri, che il corpo dell'acqua si accresca sino ad una certa altezza, supponendo il fondo impenetrabile alla corrosione, onde si ricercherà anco maggior arginatura nell'alveo tortuoso GQH, di quello sia in EF.

XI. Sia da indagare qual minor altezza viva avesse un fiume a cui fossero levate tutte le curvature, e fosse ridotto a camminar retto; sempre però conservando la medesima pendenza di alveo. Sia AC (*tav.* 4. *fig.* 3.) l' alveo retto, la cui inclinazione totale AB, ed il tortuoso, in cui realmente si suppone piegato l'alveo del fiume in quistione sia AD anch'esso con la stessa pendenza AB, dicasi AD $= s$, AC $=$ S, AB $= a$. La velocità del tortuoso $= u$, quella del retto $=$ V. L'altezza della sezione in un dato punto del tortuoso $= a$, l'altezza della sezione del retto in un punto corrispondente $=$ A. Dovendo per tanto in tempi eguali scaricar queste sezioni, per l'ipotesi, quantità eguali di acqua, sarà l' equazione (data in tutti e due la medesima larghezza di alveo) AV $= au$, e per la supposizione, che più da vicino risponde a' fenomeni essendo le velocità di dette acque in ragione reciproca delle lunghezze de' loro rispettivi alvei, secondo anco a ciò che fu detto nel num. IX. di questo, sarà per tanto $V : u :: \frac{1}{AC} : \frac{1}{AD}$ :: AD : AC; dunque $As = a$S, e perciò la formola $A = \frac{aS}{s}$.

XII. *Scolio*. Ponendo il caso in termini, ed adattandolo alla pratica si suppponghi che l' Adige dal Castagnaro in giù sino al mare non

di arenarlo, perchè il Po aumentato subito dall'acque del Reno si farà gagliardo, che potrà sostenere in ispalla quella salma limosa, che gli porta il Reno, e condurla fino al mare, senza deporla mai; le forze, ch'avrà il Po, quando sarà mediocre, si possono calcolare dall' istesse scritture presentate da' signori Ferraresi, da' quali si afferma in una di quelle, che il Po era solito, innanzi questo arenamento, avere nella mediocrità sua da dioiotto in venti piedi d'acqua. Di modo ch' oggi considerato il danno dell'arenamento assai maggiore di quello, ch'è in effetto, bisogna confessare, che il Po abbia nove piedi d'acqua almeno quando sarà mediocre. In un'altra scrittura dicono i medesimi signori Ferraresi, che il Reno nelle sue escrescenze ha sedici piedi d'acqua, li quali entrati nell'alveo del Po, ch'è al doppio maggiore di quello del Reno, si potria calcolare, che diventassero otto, ma io non voglio presupporli più di cinque, li quali aggiunti alli nove del Po, vengono a fare una massa d'acqua di quattordici piedi d'altezza, e di quaranta pertiche in circa di larghezza; il qual corpo senza dubbio sarà bastante non solo ad impedire il sedimento della materia con l'impeto del moto, ma ad aprire anche, ed a profondare il suo alveo. Dunque nè anche nello stato della mediocrità del Po sarà potente il Reno ad arenarlo.

Se il Reno trova il Po basso non sarà mai di tanta bassezza, che non abbia tre palmi d' acqua almeno, alli quali aggiunti li cinque del Reno faranno un corpo d' acqua largo da quaranta pertiche, ed alto palmi nove.

Dico, che una massa d' acque della larghezza, ed altezza predette, la quale premendo il suo letto corra per il suo declivio, non consentirà già mai, nè potrà naturalmente consentire, che il suo limo faccia sedimento, mentre dura la medesima causa, che lo solleva, non tollerando la natura due contrarj in un soggetto, come sono, stato, e moto in un tempo medesimo: nè importa, che si veda talvolta, che dalla materia portata nella superficie dell' acque ne vada il fiume lasciando qualche particella per quelle sponde, che lambisce la parte estrema della medesima superficie. Conciossiacosachè, questo non avviene se non per quelle parti dell' alveo, che fanno banco, e nel tempo che l' acque calano, la massa tutta del suo limo sollevata dal fondo per l' impeto del moto vien portata sempre nella superficie del fiume, nè la depone già mai, se non quando giunge al suo fine, dove anche termina il moto. Non potrà dunque il Reno nè anche quando trova il Po basso atterrarlo per le ragioni predette.

Ma per maggior chiarezza del vero io voglio presuporre quel che non è forse mai avvenuto, cioè, che il Reno giunga talora con la sua piena in tempo, che trova il Po con tre sole dita d' acqua, onde sia sforzato a deporre subito la sua materia. Dico, che nè ancho

in tal caso può il Reno arenare il Po, perchè quando ciò avvenisse, certa cosa è, che il Reno non lascierebbe altro, che la sua torbida, la quale tenuta umida da quella poca quantità d' acque predetta, sarebbe subito spinta verso il mare dalla prima piena mediocre, che sopraggiungesse al Po; e noi sappiamo, che arenamento non vuol dire torbida, ma sodezza tale di terreno, che resista all'arare dell' acqua, e non lasci cavar alveo dalle piene. Il che non può avvenire se non per un totale mancamento d' acqua, durato per tanto tempo, quanto basti al Sole, per far simile effetto, cosa non accaduta giammai al Po di Ferrara sino al dì nostri, nè possibile ad accadere, se non quando il Po di Venezia avrà finito di vincere, e disordinare affatto l' equilibrio delle pendenze, ch' avevano questi due rami sopra la punta di Figarolo, tirando a se tutto il corpo dell' acqua con la forza del declivio.

È dunque manifesto, sì per quello, che ci mostra l' esperienza, come per quello, che c' insegna la ragione, ch' è falsa opinione il credere, che il Reno areni il Po, già ch' è falso il dire, che fiume areni fiume.

Ma perchè, Beatissimo Padre, non solo io dico, ch' è vero l' arenamento del Po di Ferrara, ma sono anche di parere, che non vi si dando rimedio conveniente, debba farsi molto maggiore fra lo spazio di pochi anni, con grave danno di quella città, ch' è uno delli maggiori ornamenti d' Italia; voglio per questo mostrare qual sia la vera causa di cotal arenamento, sì perchè Vostra Santità lo desidera per il beneficio del suo feudo, sì anche per abolire quell' opinione popolare del danno apportato dal Reno tanto lontana da ogni termine di ragione, e sommamente dannosa per la navigazione di Ferrara, quando trovasse credenza. Dico dunque, che i rami de' fiumi sono di tre modi, naturali, come quelli del Danubio, artificiali, come li sei del Nilo; accidentali come alcuni del Po.

Li naturali sono fatti da quel maestro, che mai non erra, mostrano gran provvidenza della natura a benefizio del mondo, e quanto a se sono perpetui.

Gli artificiali sono per opere di grandi, e prudentissimi artefici regolate dall' imitazione che si piglia dal procedere della natura, e durano quanto a se perpetuamente anch' essi.

Gli accidentali, come effetti di cause violenti, e disordinate vengono sempre accompagnati da qualche dannoso inconveniente, il quale, se non così presto, almeno col tempo si va scoprendo. Ora uno de' più dannosi inconvenienti, che sogliono portar seco i rami accidentali, e che sempre nel principio della rotta, che fanno col colmo dell' acque veementissime profondano il vaso loro più di quello, che bisognerebbe per tenere pareggiato l' equilibrio del declivio,

il qual equilibrio è tanto necessario nel principio della linea, dove si fa la divisione dell' acque, per bilanciare la forza de' rami, che senza quello necessariamente l'un ramo viene col tempo ad assorbirsi l'altro, tirando a se quello, ch' è più profondo, tutto il corpo dell' acqua con la calamita della pendenza.

Da questa causa accidentale nasce quel danno, che oggidì patisce il Po di Ferrara, perchè avendo Figarolo ricevuto due rotte, siccome narrano l' istorie Ferraresi nel terzo libro, una nel 1152, l' altra nel 1192; questa seconda causata da un impeto veementissimo d' acque formò il ramo, ch' oggi si chiama di Venezia, il quale vicino ad Ariano si divise in due parti, con l' una ne andò verso Adria aprendo la foce, detta le Fornaci, con l'altra, ch' è nella mano dritta non molto lungi dal mare, fece due corsi l' uno dell' Abate, e l' altro del Goro. L' impeto di questa seconda rotta, che formò il ramo sopradetto, fu sì grande, e veemente, che secondo l' ordinario delle rotte, profondò il suo vaso, e principalmente la bocca, molto più di quello, ch' avrebbe fatto un regolato movimento della natura, o dell' arte; cominciossi pian piano a conoscere questo inconveniente da' paesani, e li Principi di quello stato, avvertiti del danno futuro, cominciarono ad aver cura particolare di quella bocca, sforzandosi di tenerla più frenata, che si poteva, con ripari, e chiuse garliardissime, ma difficilmente si pone freno alla natura degli elementi, e principalmente di questo, il quale per la gravità del suo corpo, e per la sottigliezza delle sue parti, suole essere molto contumace, e resiste gagliardamente alle violenze, che se gli fanno; prevalendo dunque la natura ogni dì più, è venuto l' inconveniente sino al segno, ch' oggi si vede, con apertura di bocca, con larghezza di vaso, e con pendenza così grande, che rendono quell' alveo attissimo a sopraffare il ramo di Ferrara, le quali apertura, larghezza, e pendenza, sono state molto aiutate da un' altra causa accidentale: conciossiacosachè sempre, quando sono venute le piene gagliarde, e di molte ore, le due isole, che si trovano nel Po presso a Ferrara, hanno causati danni molto notabili, e poco considerati, perchè facendo quell' isole schiena al gran colmo dell' acque correnti, e ritardando loro il corso, sopraggiungeva bene spesso la seconda, la terza, e la quarta rincalzata della piena, avanti che l' alveo si trovasse scarico della prima. Onde gonfiando quel gran corpo, che s' ingorgava nelle strettezze causate dall' isole, e sospendendosi la massa dell' acque, era sforzata a rigurgitare nel vaso proprio, ed a precipitare nel ramo vicino, dove anche l' invitava, come si è detto, il declivio maggiore, causato dagli accidenti, che formò il ramo, verso il quale, piegando di tempo in tempo maggior colmo d' acque, si è ito profondando tanto, ed acquistando tanto il declivio, ch' oggidì

ha forza di tirare a se la maggior parte. E di qui a poco tempo assorbirà tutto il corpo di quel fiume; lasciando quanto a se secco il ramo di Ferrara, se non vi si rimedia; effetti soliti, ed ordinarj di quell'isole, che attraversano l'impeto del corso a' fiumi grandi, e reali, siccome si vede nel Nilo, nell' Indo, nel Boristene, nel Danubio, e nel Reno di Germania.

Una dunque, Beatissimo Padre, è la causa dell'atterramento del Po di Ferrara, cioè il mancamento dell' acque sue: una sola cagione fa questo mancamento, cioè il declivio maggiore, ch' ha il Po di Venezia nella linea della divisione, che si fa sopra Figarolo. E due sole sono le cause, ch' hanno fatto questo declivio così grande: la prima fu l'impeto veementissimo di quell' acque, che formarono il ramo, ed appresso le foci, nel tempo sopraddetto, profondando la bocca più di quel che bisognava, il quale inconveniente s' è ito piau piano dilatando. E la seconda causa è il gran riverso, che per il gonfiare, e rigurgitare dell' acque ha fatto l' alveo del Po di Ferrara, per l'impedimento datogli dall'isole sopraddette, sempre che sono venute le piene grandi, e durabili. E perchè, Beatissimo Padre, queste sono le vere cause del male, a queste bisogna che siano applicati li rimedi, i quali, al mio giudizio sono due; o alzare tanta parte del letto, ch' ha il ramo di Venezia, quanto bastasse a pareggiare li declivi, o dare un nuovo taglio al Po tanto lontano dalla linea della divisione, ch' oggi si fa, che il ramo di Ferrara non fosse assorbito da quel di Venezia, e questo sarebbe più spedito, e di spesa minore.

Il Secondo capo era, se fosse riuscibile, e buono il disegno di mettere in un alveo quei sette fiumi, che sono il Reno, l'Idice, la Savena, il Sillaro, il Senio, il Santerno, e la Saverna, e passando per le cinque valli, che si mostrano nel disegno, mandarli a sboccare nel mare Adriatico.

Intorno a questo, io sono di parere, che il sopradetto partito verrebbe accompagnato da molti pericolosi inconvenienti, primieramente, per essere stimato grand' errore in questo genere di filosofia, il divertire li torrenti da quel corso, ch' ha dato loro la natura. Conciossiacosachè le rovine di simili acque non si possono schivare più sicuramente, che con l'aprire loro a linea retta, più che sia possibile, la strada del declivio naturale, e non impedire mai quel viaggio, che a dirittura li guida verso la conca loro.

Secondo, sarebbe errore l' unire insieme sette torrenti in un alveo solo, perciocchè tal alveo altro non sarebbe, che un fonte perpetuo d' inconvenienti dannosissimi, parte per la qualità del vaso loro, perchè non è possibile all' arte proporzionare un alveo a sette corpi d' acqua irregolari, quando bene si disegnasse di girarveli tutti in una volta, quanto più avendosi a formare ad uno per uno, e

dovendosi aspettare il benefizio del tempo, e parte per quella forza eccessiva, ch' avrebbe una massa d' acqua sì grande, e difficile ad essere signoreggiata, e sarebbe come se uno avesse a combattere con sette nemici separati, e volesse unirli tutti insieme, per non sapere il danno, che gli potesse nascere da tale unione.

Il terzo errore sarebbe il voler tenere in ispalla un corpo grandissimo d' acque violenti, con sospenderle nel mezzo del corso loro, e violentare la forza del declivio, quando la natura più resiste al disegno dell' arte. Conciossiachè da simili sospensioni nascono per l' ordinario li maggiori, e più miserabili danni, che sogliono ricevere i popoli da questo elemento, e dalla medesima sospensione hanno origine tutte le più grandi, e più infami paludi, che affligono molte parti del mondo, siccome è noto a tutti coloro, che intendono il sito, e la graduazione della terra; li sopraddetti inconvenienti tanto più certi si potrebbono aspettare da questo vaso, quanto che forzatamente delli sette torrenti ne avrebbe a ricevere li sei a linea retta, da' quali venendo percosso con impeto eccessivo il fianco inferiore dell' alveo, di necessità bisognerebbe o che rompesse, o che versasse con pericolosissima inondazione comprata con molto oro, e molte fatiche, e non solo senza giovare, ma con nuocere anche grandemente alla navigazione di Ferrara, facendosi povero d' acque tutto quel ramo, per la privazione di tanti fiumi; il qual mancamento accompagnato col danno, che fa il Po di Venezia, causerebbe tosto l' ultimo atterramento del Po di Ferrara. Queste ragioni dette da me più volte a' signori Ferraresi nel corso della causa furono da loro riconosciute per efficaci, e mutato disegno, ne proposero un altro, col quale si fuggivano li tre inconvenienti sopraddetti, che sono la diversione, l' unione, e la sospensione di tante acque, il qual secondo partito, tutta volta che non si levi il Reno dal letto, ch' oggi tiene, io stimo, che sia buono, e degno d' essere abbracciato non già per altra causa, che per la bonificazione delle valli proposta da' signori Ferraresi, cosa utilissima al pubblico, ed al privato, ed atta a fare immortale, e gloriosa la fama di quel Principe, che ci attendesse.

Quanto al terzo capo, cioè se fosse utile, o dannoso al contado di Bologna, il partito, che si propone per un interim, sinchè si conducesse a fine l' alveo predetto, ch' era di mettere il Reno nelle valli, che stagnando sotto di Ferrara, e tirandolo per lo spazio di molte pertiche per luoghi pertinenti al detto contado, dargli l' esito nel Po sotto Argenta.

Io sono di parere, che se i signori Bolognesi lascieranno rovesciarsi addosso acque potenti, come sono quelle del Reno, atte a fare inondazioni, e ch' abbiano a correre per qualche tempo a benefizio

di natura, non potria essere giammai altrimenti, che dannoso al contado loro, e tanto più, se que' terreni, che sarebbono vicini al pericolo, avessero piuttosto bisogno di scolatori per l'acque proprie, che d' inondazioni d' acque aliene, il pericolo delle quali inondazioni sarà e grande, e vicino, se vogliono considerare primieramente quel che importa il torcere (come si è detto di sopra) il suo viaggio naturale ad un torrente ruinoso, che a linea retta se ne corre alla sentina destinatagli dalla natura. Secondo, il mandarlo senza freno d'argini, e di letto proprio, sinchè egli si vada formando tutte queste cose da se stesso. Terzo, per il danno, che potrebbe apportare l'unione di cinque corpi d'acque in quel tempo, che gli aspetti del cielo, e la qualità della stagione si unissero (come sogliono spesso) a fare piogge lunghe, abbondanti, e ruinose. Dico cinque corpi d'acque, considerando prima l'acque proprie, ed ordinarie delle valli; secondo quelle, che portasse il Reno; terzo le accidentali, che ci mandasse il roverscio del Po, chiamato da loro le Pavesane; quarto, quelle che vi concorressero de' molti scolatori, ed altri rivi, e rivetti, ed ultimamente quella quantità, che potrebbe raccogliere nel suo grembo l'istessa valle dal cadere delle piogge per tutto lo spazio della sua grandezza, la quale dalli signori Ferraresi in una scrittura presentatami, si calcola lunga da dieci, e larga da sette in otto miglia. Considerato ciò, sì gran raunanza di tante acque facilissima a succedere, non può essere, se non pericolosa, e dannosa sommamente al contado di Bologna.

L'ultimo partito dell'interim, il qual danno parte si va rimediando da' signori Frrraresi, con dire, fa gli argini, rompe gli argini, e rifà gli argini, rimedio assai malagevole a chi volesse adoperarlo, parte si va estenuando con un argomento poco sussistente fatto in quella scrittura presentata da' signori Ferraresi, nella quale rispondono alle obiezioni, che fece l'Ingegnero di Bologna, perchè volendo i sopraddetti signori Ferraresi provare, che per qualsivoglia inondazione, l'acque delle valli non si alzerebbero più d'un piede, e potendo la suddetta valle ricevere cinque corpi d'acqua (come si è detto di sopra) essi non fanno menzione, che d'un corpo solo, ch'è quello del Reno, e sappiamo, che quando concorrono molte cause ad un effetto, sopra del quale si argomenta, bisogna narrarle tutte a compimento, altrimenti l'argomento riesce fallace, com'è questo; in oltre quell'argomento si appoggia ad un fondamento falso, quando dice, che una pioggia non può durare ventiquattr'ore senza cessare, perchè s'incontrano sì fatte costellazioni aiutate dalla stagione, e dalla qualità particolare del luogo, che causano piogge sì lunghe, e sì ruinose, che ragionevolmente si possono chiamare piccoli diluvi, e da' medesimi signori Ferraresi si afferma, che l'anno

1542. quando il Reno ruppe in su quello della Pieve, furono così lunghe pioggie, che durarono tre mesi continui, ma dicono anche, che questi sono effetti molto rari. Volendo perciò inferire, che non si devono temere, consiglio al mio giudizio poco sicuro per coloro, ch'hanno il governo delle cose pubbliche, da' quali ogni inconveniente possibile, se ben di raro contigente; si deve veggiare con tanta cautela, come se si fosse ad ogni ora dietro alla porta, potendo nascere in poche ore una ruina sì grande, che duri poi per molti secoli, come fu quella del medesimo Po, narrata da Herodiano, quando con veementissima inondazione annegò tutto il paese vicino a molte miglia, e formò le sette lagune chiamate dal medesimo Herodiano li sette mari, da' quali per molti secoli fu afflitta la più bella parte d' Italia: quest' inondazione, chi bene la considera vedrà, che nacque dall' ignoranza di coloro, che si lasciarono riversare addosso l'acque della fossa Clodiana, senza considerare, che se con quelle vi si fossero congiunte l' altr' acque, che vi potevano concorrere, siccome vi concorsero, si sarebbe causato un danno irreparabile, come si causò in effetto.

Epilogando dunque tutti li tre capi, concludo, che il Reno non atterra, ne può atterrare il Po: che il primo disegno di mettere li sette fiumi in un alveo, e mandarli a sfogare nell' Adriatico, non è buono, nè riuscibile. E che il secondo disegno è buono, e riuscibile; ma solo per la bonificazione delle valli. Che il partito dell' interim sarebbe di gran soggezione, e danno al contado di Bologna, e potrebbe succedere caso, che gli fosse causa di gran calamità, per le cause narrate in ciascuno de' capi sopraddetti.

Breve di Papa Clemente VIII. Al Cardinale di S. Clemente per l' introduzione del Reno nelle valli.

Dilecte Filj noster, salutem, etc. Exigit a nobis Officj nostri ratio, ut nostrorum, et Apostolicae Sedis Subditorum statui, et bonorum conservationi omni studio consulamus, in eamque curam praecipue incumbamus, ut ea, quae quovis modo illis damno, et detrimento esse possunt, omni cura, et diligentia adhibita removeamus; volentes igitur innumeris, et gravibus damnis, quae Agris Provinciae Romandiolae, Ducatus Ferrariae, et Comitatus nostrorum Bononiae ex aquis stagnantibus ad dexteram Fluminis Padi Ferrariensis nuncup. inferuntur, opportune prospicere, (1) et insuper navigationem illius rami Fluminis Padi iam deperditam, et amissam a loco Stellatae

(1) Pro restituenda navigatione Padi Ferrariae.

nuncupat. seu alio opportuniori pro locorum varietate designando usque ad loca, quae vulgo dicuntur Primari, et Volanae restituere, (1) ac in primis Civitatem nostram Ferrariae, ac illius Statum ab evidenti periculo submersionis, quod illi ex veloci cursu, et impetu Fluminis Rheni pluviae tempore imminet eximere, et liberare, animadvertentesque, ut ex informationibus captis nobis innotuit, haec omnia mala a torrentibus provenire, qui tempore inundationum aquas turbidas in alveum dicti fluminis Padi Ferrariensis deferentes alveum ipsum terra, et ceno repleverunt, ac in dies magis, ac magis replent, ab eo tempore citra potissimum, quo aquae fluminis magni, et praecipue Padi Lombardiae, in dictum alveum Padi Ferrariae ingredi, et influere destiterunt, quia, ut verisimiliter creditur, aqua praedicta Padi Lombardiae, dum per dictum alveum decurrebat illum magis purum, et expurgatum conservabat, et quandoquidem hujusmodi repletio, quae in dies augetur in causa est, ut aquae Vallium ad dexteram dicti alvei iacentium in dies similiter magis augeantur, et agros submergant, ipsaque Civitas Ferrariae, et eius agri in deteriorem statum reducantur. Idcirco nos auditis relationibus plurium Peritorum, et nominatim dilectorum filiorum Augustini de Spernazzatis Lauden. e Societate Jesu, ac Everardi Couzzeruae Flandri nostro jussu, ac in re adhibitorum, ac auditis etiam saepius Oratoribus, et Procuratoribus Civitatum interesse habentium. (2) Tandem ex Voto etiam dilectorum filiorum nostrorum Flaminj Sanctae Mariae de Pace Platti, Petri S. Pancratj Aldobrandini S. R. E. Camerarj, Octavj Sanctae Sabinae Bandini, Pompei Sanctae Balbinae Arrigonj, Alphonsi S. Sixti Vicecomitis, et Pauli Aemilj S. Marcelli Titulorum Praesbyterorum, ac Cinthj S. Georgj in Velabro, et Bartholomaei Sanctae Mariae in Porticu Diaconorum Caesij nuncupat. ejusdem S. R. E. Cardinalium, ac suo, quos ad hoc negotium examinandum, et discutiendum delegimus in hanc venimus deliberationem nimirum, Alveus praedictus Padi Ferrariensis a loco Stellatae supradicto, seu alio opportuniori, ut dictum est designam. effodiatur, excavetur, expurgetur, et in pristinum ejus statum, prout fieri poterit, reducatur, ut et aquae, quae vicinos agros sumbergunt suum decursum, et exitum habere per supradictum Padi alveum pristina navigatio restitui queat. (3) Hujusmodi

(1) Proibenda Civitate Ferrariae ab evidenti periculo submersionis ob flumen Reni.

(2) Ideo Pontifex de consiglio Eminentissimorum Card. Congregat. super hoc negotio Prefectorum mandat, ut effodiatur alveus Padi Ferrariae a loco Stellatae ad loca Primari, et Volanae.

(3) Incipiendam excavationem a loco appellato *la Riviera di Filo*, ut primo aquae stagnantes in inferioribus partibus excolentur in Padum Primari.

l' esigenza naturale sono le tre ultime osservazioni delli 9, 10, 11, dando maggior differenza a Lagoscuro, che alla Polesella. Il novilunio era seguito li 27 Marzo, onde li 30 susseguente l' acqua del mare doveva crescere con forza, ma non così li giorni 21 e 22, che il moto era insensibile, o come vien detto a Venezia di *fele*, seguita l' ultima quadratura della Luna li 20 di detto mese. Ma non essendo in questi giorni stata burrasca, non è credibile che sino alla Polesella sia arrivata l' azione del flusso del mare; onde tutto lo svario, che si rileva in queste osservazioni, da altro probabilmente non può esser nato, che o da' venti, che ritardando, o accelerando il corso del fiume abbiano prodotta l' alterazione, ovvero anche dallo sbilancio, che potesse aver indotto la fossa Polesella, che sgorgando in questo tempo quasi tutte le acque del Tartaro, e parte anche di quelle dell' Adige, quelle cioè, che per lo Scortico vengono nel Castagnaro o Canal bianco, ma essendo stata chiusa per altro la rosta di esso diversivo a' suoi tempi, si può credere non aver potuto le acque di essa fossa alterar in maniera, che fosse sensibile, il Po; nientedimeno ciò dar potrebbe qualche prova, se le predette differenze fossero sempre state o di accrescimento, o di diminuzione di altezza, ma essendosi osservato il fiume ora più alto, ora più basso alla Polesella che a Lagoscuro, non si vede, che si possa con fondamento attribuire all' influenza di dette acque i detti cangiamenti, non negandosi però, che i medesimi in qualche parte anche da tal causa non possino esser derivati; resta dunque a dire, che il vento molto abbia potuto contribuire a tali anomalie.

IV. Non sono intieramente d' accordo il Castelli ed il Guglielmini circa all' effetto del vento pel ritardamento de' fiumi. Asserisce il primo al corollario settimo del primo discorso o sia introduzione alla misura dell' acque correnti: *Che similmente si può concludere che i venti che imboccano un fiume, e spirando contro la corrente, ritardano il suo corso, e la sua velocità ordinaria, necessariamente ancora amplieranno la misura del medesimo fiume, ed in conseguenza saranno in gran parte cagioni o vogliam dire concagioni potenti a fare le straordinarie inondazioni, che sogliono fare i fiumi. Ed è cosa sicurissima, che ogni volta che un gagliardo e continuato vento spirasse contro la corrente di un fiume, e riducesse l' acqua del fiume a tanta tardità di moto, che nel tempo, nel quale faceva prima cinque miglia, non ne facesse se non uno, quel tal fiume crescerebbe cinque volte più di misura, ancorchè non gli sopraggiungesse altra copia di acqua;* la qual cosa ec. e nel corollario ottavo seguente dice: *Abbiamo ancora probabile la cagione dell' inondazioni del Tevere, che seguirono in Roma al tempo di Alessandro sesto, e di Clemente settimo, le quali inondazioni vennero in tempo sereno, e*

senza notabile disfacimento di nevi, che però diedero che dire assai alli ingegni di quei tempi. Ma noi possiamo con molta probabilità affermare, che il fiume arrivasse a tant' altezza ed escrescenza per il ritardamento dell' acque dipendente dalli gagliardissimi e continuati venti che spiravano in quei tempi, come viene notato nelle memorie.

V. Il Guglielmini nel capitolo X. della *natura de' fiumi* si esprime: *Che le cause che ritardano la velocità de' fiumi, sono l' elevazione del pelo del recipiente, la direzione del moto di esso opposta a quella del filone dell' influente, il vento contrario ec. Rispetto alla forza del vento, questa deve considerarsi in due stati, perchè o ella si esercita per una linea parallela all' orizzonte, ed allora poco toglie di velocità all' acque del fiume, potendo al più ritardare quella sola, ch' è nella superficie, e perciò non mai si vede, che il vento cagioni elevazione sensibile nell' acque correnti, ma solo un certo increspamento che fa credere a' poco pratici, che il fiume corra all' insu, attribuendo essi a tutta l' acqua quel moto, che vedono nell' alzamento successivo dell' onde: ovvero la direzione del vento è inchinata al piano orizzontale, e non v' ha dubbio, che secondo la diversa inclinazione, e la forza, che ha in essa, non possa produrre effetto più manifesto, facendo l' onda del fiume più elevata, ed in ciò forse consiste tutto l' alzamento, che può fare la direzione, e la forza del vento. Ma perchè il vento più inchinato all' orizzonte, meno si oppone alla corrente, perciò anco meno opera in ritardarla, almeno nelle parti inferiori, le quali si sa per prova, anche ne' mari più burrascosi, non risentire il moto delle tempeste, anzi vi è chi crede portarsi la parte inferiore dell' onde, con moto contrario a quello del vento. Quindi è, che per causa delle grandi inondazioni de' fiumi, non ponno accusarsi i venti, se non quanto fanno elevare la superficie del mare, dentro il quale devono avere i fiumi l' ingresso ec.*

Scolio. I. Vuole dunque il Castelli, che i venti sieno o cagioni o come cagioni potenti a fare *le straordinarie inondazioni de' fiumi;* ed il Guglielmini afferma bensì, che *la direzione del vento inclinata al piano orizzontale, secondo la diversa inclinazione e forza possa produrre effetto più manifesto: ma consistere questo nel far l' onda del fiume più elevata;* concludendo che *per cause delle grandi inondazioni de' fiumi non ponno accusarsi i venti;* aggiungendo però, *se non quanto fanno elevare la superficie del mare.* Abbenchè però le opinioni di questi due celebri Matematici paiono diverse, nientedimeno se ben si pondereranno convengono nel concludere la stessa conseguenza; mentre certamente anco il Guglielmini accorda l' inalzamento del fiume, quando il vento sia con direzione in qualche

maniera inclinata all' orizzonte, cioè se, non altro quell' inalzamento che nasce dall' onda eccitata dal vento, ed abbenchè non accordi positivamente che dentro l' alveo possa il vento ritardar il fiume, dimodocchè cagioni le straordinarie inondazioni, è però d'accordo, che sostenuto il mare dalle grandi burrasche, succedono poi nel fiume le grandi escrescenze ed inondazioni. Che poi i venti agitano piuttosto il mare, che i fiumi, non si vede una ragione che sia dimostrativa per provarlo, almeno nelle parti vicino agli sbocchi, anzi vi è tutto il fondamento di credere, che i venti facciano del pari elevare e la superficie del mare, e quella de' fiumi, quando principalmente spirano contro la direzione di questi; ed in somma che o direttamente o indirettamente possino causare de' sensibili gonfiamenti.

VII. *Scolio II.* Il che resterà tanto più manifesto se si farà attenzione all' eccessiva altezza, a cui qualche volta arrivano non dirò le maree de' più lontani mari dell' Olanda, della Danimarca e del Baltico, che non sono molti anni che fecero provare grandi desolazioni e alla città di Amburgo, e alla vicina costiera tutta, come pure alla città di Peterburgo, ma anche al nostro Adriatico, e per tacere degli straordinari crescimenti antichi, rimarcheremo solo quello seguito del 1705, quando predominando un contumacissimo scirocco, oltre le eccessive piogge, che lo accompagnavano, crebbe fuor di modo il mare; come si è rilevato nella visita 1721 alle spiagge di Volano, ove per deposizione del conduttore delle valli del Ser. di Modena, si è potuto conoscere, che la marea salì sopra dell' ordinario pelo oltre li piedi 4 di Bologna; quindi può raccogliersi, che i fiumi di esso mare influenti abbino dovuto straordinariamente gonfiare, come pur troppo è accaduto in quella a tutta Lombardia memorabile inondazione. Ne ciò può essere derivato da altro, che dal vento che si rese valevole a sostenere sì gonfio il mare malgrado l' azione del riflusso, onde rimasti anco sostenuti i fiumi senza poter liberamente scaricarsi nel mare, si sono gonfiati assai più di quello, che avrebbero fatto, se alcuna forza contraria non avessero avuta a' loro sbocchi. Nella medesima maniera, che il vento può gonfiare il mare, può ancora in parità di circostanze agire contro del corso de' fiumi, ed obbligarli a maggiori rialzamenti, siccome porta il sentimento dell' Castelli.

VIII. *Lemma.* Per ridurre a calcolo l' effetto proveniente dal vento nel ritardamento del corso de' fiumi, e nel tener più del dovere alta la marea è da dimostrarsi: Che lo spazio corso da un fluido che abbia qualunque velocità e qualunque rarità, rispetto allo spazio percorso da un altro fluido che pur abbia qualunque altra velocità, e qualunque altra rarità, che venga ad incontrarlo in senso

direttamente contrario è sempre in ragion composta della diretta fra la differenza, che corre tra la rarità del più veloce, e del quadrato della velocità del meno veloce, la rarità del meno veloce, ed il quadrato della velocità del più veloce, ed inversa del prodotto fatto dalla rarità del più veloce, e della velocità del meno veloce. Sia AB (*tav.* 4. *fig.* 8.) lo spazio corso da un fluido, e DC quello di un altro, che venghi in senso contrario ad urtarlo, supponendo che dopo il congresso si levino in un istante le particelle, che hanno cozzato. Sia EF la velocità del primo meno veloce $= b$, GH quella del secondo più veloce $= a$; LM sia la rarità del primo $= c$, ed IK quella del secondo $= d$. È noto, che la facilità che incontrerebbe B nel passare per CD, se CD si considerasse come un fluido in quiete, sarà in ragione composta della forza di AB, e della rarità di CD; ed essendo le forze come i quadrati delle velocità sarà per tanto in ragion composta del quadrato della velocità e della rarità di CD, cioè come $EF^2 \times IK$. Parimente supponendo AB in quiete, e DC in moto sarà la facilità, che incontrerebbe nel penetrare per AB come $GH^2 \times LM$: ma perchè tutti e due i fluidi si considerano in moto, adunque la facilità residua sarà come $EF^2 \times IK - GH^2 \times LM$, cioè in termini analitici $dbb - caa$, in oltre essendo le facilità in proporzione degli spazj, che in dati tempi vengono percorsi, sarà $dbb : b ::$

$$dbb - caa : \frac{dbb - caa}{db}$$, il che era da dimostrarsi.

IX. *Scolio*. Intendasi AB esser il fluido dell'acqua, come DC dell'aria, e che lo spazio che separatamente possono essi fare in grazia di esempio in un minuto secondo sia dell'acqua di 5. piedi, e dell'aria di 24, onde $b = 5$, ed $a = 24$: e perchè un barometro formato con acqua di 30 piedi di altezza si bilancia con un cilindro di aria di egual base, ma di altezza quanta è quella dell'atmosfera, la quale secondo le osservazioni del la Hire registrate nella Storia dell'Accademia delle scienze dell'anno 1696, è di altezza piedi del Re 127221, e ne segue, che un piede di acqua pesi quanto piedi 4240 d'aria (supponendo i cilindri d'acqua e di aria della medesima base) onde sarà $d = 4240$, e $c = 1$, e sostituendo nella formola del numero precedente questi numeri, avremo lo spazio percorso da AB in un minuto secondo ridotto a piedi 4 : 11 : 8 con perdita secondo questa ipotesi di linee 4 nel detto tempo di un minuto secondo, così in un giorno ascenderebbe la perdita del moto a piedi 2448, cioè a mezzo miglio in circa di ritardamento.

X. Prendendosi la cosa più universalmente, vale a dire col supporre queste due potenze dell'acqua, e del vento in qualunque modo fra di esse inclinate o cospiranti al medesimo termine, o in senso fra

di loro obliquo. Sia da determinarsi lo spazio che correrebbero dopo l' accozzamento, intendasi la superficie dell' acqua BD (*tav.* 4. *fig.* 9. 10.), che corra inclinata all' orizzonte con un dato angolo, CA sia la direzione del vento, che resta inclinata alla detta superficie dell' acqua con l' angolo CAD. Sia u la velocità dell' acqua, c la sua rarità, x la velocità dell' aria mossa in vento, d la sua rarità. E perchè la facilità di penetrare, che ha l' acqua nell' aria, se questa sarà considerata quieta, è come la rarità di questa moltiplicata nel quadrato della di lei velocità, sarà duu il valore di questa facilità, che si faccia eguale ad AD. Parimente facendo AG $= cxx$ eguale cioè al quadrato della velocità del vento moltiplicata nella rarità dell' acqua, se saranno condotte le DQ, GQ parallele ed eguali respettivamente alle dette facilità AG, AD, e se da Q ed A sarà condotta la diagonale AQ rappresenterà questa la facilità o lo spazio, con cui nel medesimo tempo si moverà, dopo l' urto del vento, l' acqua, cioè accorciandosi, se il vento riesce in qualche modo contrario alla direzione dell' acqua, come nella figura 9, ovvero allungandosi, se il medesimo in qualche maniera venghi a cospirare con la direzione del di lei moto, come nella figura 10, essendo chiaro che in questo caso AQ è maggiore di AD, spazio percorso dall' acqua avanti l' accozzamento del vento.

XI. Dati dunque i due spazi AD, AG sia da ritrovarsi lo spazio indi risultante AQ, il che si otterrà mediante la risoluzione trigonometrica del triangolo ADQ, in cui sono dati i lati AD, DQ, e l' angolo compreso fra di essi. Sia AD $= a$, DQ $=$ AD $= b$, e l' angolo ADQ $= m$. Sia il seno di $\frac{180 - m}{2} = q$, ed il seno tutto $= s$; avendosi dunque per la trigonometria queste due analogie $s : 2a :: q : \frac{2aq}{s}$, ed $s : 2b :: q : \frac{2bq}{s}$, se si moltiplicheranno queste due quarte proporzionali vicendevolmente, sarà il prodotto $\frac{4abqq}{ss}$, ed il quadrato della somma dei due lati cogniti $(a + b)$ è $a^2 + 2ab + bb$, che però se da questo si sottrarrà il detto prodotto, sarà $a^2 + 2ab + bb - \frac{4abqq}{ss}$, eguale alla base ricercata AQ; dipoi se si farà come lo spazio percorso dall' acqua avanti il vento, alla di lei velocità, così il nuovo spazio AQ alla velocità dopo essere stata spinta dal vento, sarà questa velocità ritardata o accresciuta a causa della nuova forza, che se gli è applicata, ed in termini analitici $a : u :: \sqrt{\left(a^2 + 2ab + bb - \frac{4abqq}{ss}\right)} :$

$$\frac{u\sqrt{\left(a^2+2ab+bb-\frac{4abqq}{ss}\right)}}{a}$$, che è la ricercata formola.

XII. *Coroll. I.* Se q diventa il seno di 180 gradi, il che accade allora quando il vento camminerà con la medesima direzione dell'acqua, in tal caso si fa nulla la quantità $\frac{4abqq}{ss}$, e la formola diviene $\frac{u\times(a+b)}{a}=\frac{duu+cxx}{du}$.

XIII. *Coroll. II.* Ma se m diventa gradi o, che è quando il vento spira direttamente contrario al corso dell'acqua, in tal caso q si fa seno tutto, perchè $\frac{180-0}{2}=90$, e però la formola si cangia in $\frac{u\times(a-b)}{a}=\frac{duu-cxx}{du}$, che è la stessa del num. VIII. di questo, sostituendo in vece di u il b, ed in vece di x la quantità a, che vale lo stesso,

XIV. *Scolio I.* Supponendo che l'inclinazione del vento rispetto all'inclinazione della superficie del fiume sia di gradi 15, e che gli spazi percorsi dall'acqua, e dal vento, siano come quelli posti al num. IX. di questo, e supponendo ancora che questi spazi dell'acqua, e del vento succedano in un minuto secondo di tempo, sarà però come segue

	$4 =$	l. 0. 6020600
	$a =$ 106000 $=$	l. 5. 0253059
	$b =$ 576 $=$	l. 2. 7604225
	$qq = f(82.30)^2 =$	l. 19. 9698876
		l. 28. 3576760
dal qual logaritmo sottraendo il log. di ss	$=$	l. 20. 0000000
	sarà il residuo	l. 8. 3576760
il cui numero è prossimamente	227800000	
in oltre essendo	$aa =$	11236000000
	$2ab =$	122112000
	$bb =$	331776
	loro somma	11358443776
da cui detraendo il suddetto ritrovato numero		227800000
		11130643776

metà del di cui logaritmo è prossimamente l. 5. 0232476
ma $u = 5$, onde il suo logaritmo l. 0. 6989700

e la somma l. 5. 7222176
da cui levando il logaritmo di a = l. 5. 0253059

rimane l. 0. 6969117

del qual logaritmo il numero è prossimamente $4\frac{976}{1000}$, che sono piedi 4. 11'. 8''. 6''', poco differente dallo scemamento dello spazio fatto per diametrale opposizione, come si è veduto al numero IX. di questo.

XV. *Scolio II.* Ma se l' angolo d' inclinazione sarà di gradi 40, in tal caso il logaritmo di $\frac{4abqq}{ss}$ sarà 8. 3337600, il di cui numero è 215600000, che detratto dal numero 11130643776 lascia 11142843776, il logaritmo della di cui metà è 5. 0234421, onde riducendo in una somma sarà l. 5. 0234421
$u =$ l. 0. 6989700

l. 5. 7224121
e sottraendo $a =$ l. 5. 0253059

l. 0. 6971062

il di cui numero è $4\frac{979}{1000}$, che dà p. 4. 11'. 8''. 9'''.

XVI. *Scolio III.* E se l' angolo d' inclinazione è di gradi 153, vale a dire, che cospiri con la direzione dell' acqua, sarà $\frac{4abqq}{ss}$ eguale al logaritmo di 7. 1241590, il di cui numero è prossimamente 13310000, che detratto da 11358443776 lascia 11345133776, la metà del di lui logaritmo è l. 5. 0273065, onde
essendo $u =$ l. 0. 6989700

l. 5. 7262765
$a =$ l. 5. 0253059
si lascia l. 0. 7009706

il di cui numero è prossimamente $5\frac{288}{1000} =$ p. 5. 0'. 3''. 3'''.

XVII. *Scolio IV.* Finalmente se il vento cospirasse del tutto con la medesima direzione dell' acqua, avendosi allora $\frac{4abqq}{ss} = o$, e la formola divenendo $\frac{u \times (a+b)}{a}$, sarà $5\frac{288}{1000}$, cioè p. 5. 0'. 3''. 11'''.

XVIII. *Scolio V.* Si supponga poscia l'inclinazione del vento rispetto alla superficie dell'acqua di gr. 15, egli è manifesto, che in un minuto secondo viene ritardato il moto dell'acqua, secondo il calcolo del numero XIV. di questo, tre punti e mezzo, o che è lo stesso per ogni cinque piedi di spazio, i predetti tre punti e mezzo. Quindi mediante l'aurea regola si troverà, che in un miglio verrà ritardato il moto dell'acqua dal vento piedi 24; così paragonando (il che è anche più naturale per confrontarlo con la durazione del vento, supposto sempre della medesima intensione) il ritardamento col tempo impiegato, si avrà in un'ora una perdita di piedi 87 ½ e in un giorno naturale, supposto che tanto durasse il vento piedi 2100, che è quasi un mezzo miglio d'Italia. Se il vento fosse inclinato 40 gradi alla superficie dell'acqua, si ha dal num. XV. di questo, che il ritardamento sarebbe di punti 3, ed un duodecimo, il che darebbe in un miglio piedi 21 ⅓, ed in un'ora p. 77. once 1. E se il vento cospirasse col moto naturale del fiume sotto un angolo di gradi 153, cioè con una inclinazione di gradi 27, dalla parte della corrente camminerebbe l'acqua di più per lo numero XVI. punti 3 ¼, onde in un miglio avanzerebbe piedi 22 ½, ed in un'ora piedi 51 ¼.

XIX. *Scolio VI.* Da quanto sin'ora si è esposto è chiaro, che l'azione del vento in qualunque direzione stia rispetto al corso dell'acqua, dev'essere considerata, come se l'acqua corrente ed il vento potessero, per così dire, operare l'uno contro dell'altra, cioè come se ogni particola d'aria potesse agire contro ogni particola dell'acqua: ma perchè è noto, che questa penetrazione non può realmente darsi, ma che l'azione del vento sopra dell'acqua è molto limitata, e che gran fatto non si estende oltre la superficie della medesima acqua, per tanto sarà ulteriormente da cercare la reale alterazione, che l'aria mossa in vento può esercitare contro dell'acqua o corrente o anco stagnante.

XX. Se dunque sopra tutta l'altezza dell'acqua d'un fiume, che può estendersi alli 10 e 20 piedi non può agire la forza del vento, sia da ritrovarsi quella profondità sotto la superficie del medesimo fiume, a cui può arrivare l'azione dello stesso vento, e senza partirsi dalla figura espressa al numero X. di questo, essendochè dalle due azioni AD, AG (*tav.* 4. *fig.* 9. 10.), l'acqua sarebbe obbligata a seguire la direzione AQ in vece della AD, e risolvendosi questa AQ nelle due AF, QF, delle quali la prima è quella che opera per via dell'impressione del vento CA sopra l'acqua BA, sembra però potersi prender questa AF per la misura della ricercata penetrazione, e per conseguenza dell'effetto prodotto dal vento sopra l'acqua per una data inclinazione. Per avere dunque la AF, essendosi per il

num. XI. di questo ritrovata la AQ, se per la trigonometria si farà come questa AQ al seno dell'angolo dell' inclinazione dell'acqua col vento BAG $=$ ADQ $= \int m$ ($\int$ significa seno) così AD al seno dell' angolo AQD, si avrà quest'angolo, ponendo la detta analogia in termini analitici: $\sqrt{\left((a+b)^2 - \frac{4abqq}{ss}\right)} : \int m :: duu : \frac{duu \times \int m}{\sqrt{\left((a+b^2) - \frac{4abqq}{ss}\right)}} =$ $\int$. AQD, il di cui angolo corrispondente sia p, sarà pertanto $180 - m = p =$ angolo AQF, il di cui seno dicasi r, facendo poi come il seno tutto s ad AQ $= \sqrt{\left((a+b)^2 - \frac{4abqq}{ss}\right)} :: r$ al quarto proporzionale AF $= \frac{r}{s}\left(\sqrt{(a+b)^2 - \frac{4abqq}{ss}}\right)$, che vale la ricercata profondità, a cui nelle dette circostanze si potrà estendere l'azione del vento, e sarà però in ragion diretta del seno della differenza fra l'angolo retto preso due volte, e la somma dei due angoli dell' inclinazione, fra il vento e l'acqua dell' angolo ADQ, e della AQ, e reciproca del seno tutto.

XXI. *Scolio*. Sia l'inclinazione suddetta di gradi 15, pertanto sarà

$$\frac{duu\sqrt{m}}{\sqrt{\left((a+b)^2 - \frac{4abqq}{ss}\right)}} = \frac{\text{l. } 106000 + \text{l.} \int . 15 \text{ gr.}}{l\text{AQ}}$$, onde 10600 $=$ l. 5. 0253059

l. gr. 15 $=$ l. 9. 4129962

l. 14. 4383021

lAQ $=$ l. 5. 0232476

l. 9. 4150545

che risponde al seno di gradi 15. 4′, quindi $180^\circ - m - p = 180^\circ - 15^\circ - 15^\circ.4' = 149^\circ.56$, ed il suo complemento $30^\circ.4'$, il di cui seno corrisponde ad r, onde l'espressione $\frac{r}{s}\left(\sqrt{(a+b)^2 - \frac{4abqq}{ss}}\right)$ ridotta a logaritmi, sarà

9. 4150545
5. 0231476

14. 4383021
10. 0000000

4. 4383021

che ha per numero 24430 prossimamente, facendo poscia AD allo spazio corso dall'acqua senza il vento nel tempo di un minuto secondo, così AF allo spazio che correrebbe l'acqua percorrendo questa stessa linea, dinotante l'azione fatta dal medesimo vento contro

l'acqua, ed essendo quello spazio secondo le supposizioni fatte ne' numeri antecedenti 5 piedi, sarà prendendo i logaritmi 4. 4383021
0. 6989700

5. 1372721
5. 0253059

0. 1119662

che vale prossimamente piedi $1 \frac{294}{1000}$ = piedi 1, 3 once, 6 punti, e 4 minuti; sicchè in tali supposizioni crederei che non molto lontano dal vero si fosse, quando si calcolasse risentirsi l'acqua di quel dato fiume a causa del vento nella detta inclinazione, e quando questi fosse con la supposta energia, per un piede sotto della superficie corrente, onde dato questo impedimento resta manifesto il metodo di rilevarne gli effettivi ritardamenti.

XXII. Abbenchè paia, che quando il vento fosse orizzontale nulla potesse operare contro il corso del fiume, essendocchè in tal caso AF è eguale a zero; nientedimeno se si farà attenzione all'inclinazione, che ogni fiume o poca o molta, necessariamente deve avere, resterà manifesto, che il vento, anche se spirasse parallelo all' orizzonte, potrà agire sul fiume ch' è inclinato; e se anche il fiume, come accader suole nelle vicinanze degli sbocchi nel mare, stesse orizzontale, contuttociò un tale stato per poco lo potrà mantenere, mentre non sì tosto comincia il riflusso del mare, che immediatamente anche il fiume acquista il suo proporzionato pendio; onde è da concludersi, che in tutti i casi, non mai potendosi dar vento, che non sia inclinato rispetto alla superficie del fiume, così la AG mai potrà essere zero, e perciò il fiume avrà a risentire sempre o poco o molto del vento. Si dà qui l'idea d'uno strumento, che si reputa valevole a far conoscere sufficientemente l'inclinazione del vento rispetto alla linea orizzontale. Sia una specie di tamburro di legno sottile espresso per la figura EAG (*tav.* 4. *fig.* 11.), il cui diametro sia EAy di un piede e mezzo in circa, e la grossezza AM di quattro once, e per entro sia tutto vuoto. Nel centro D sia accomodata una ruota volante affissa nel centro D con un perno, ed abbia i suoi bracci o palette di leggierissima materia *h. h. h.* ec. cosicchè possa liberamente e facilmente girarsi; il diametro di essa ruota cioè *hh* sia la terza parte in circa di tutta la Ey. Sia poi aperto un foro in A di una mezz' oncia di diametro, ed a questo si unisca ben fortemente un cono tronco ad imbuto BAC di materia anch' esso leggiera, ma consistente, e che abbia il suo asse nella direzione QM, dimodochè vada a ferire poco sotto dell' estremità de' bracci della volante *hh*; e nella medesima linea MF dalla parte opposta F si apra un altro

foro di consimile diametro, e si armi con un cilindro cavo e di poca altezza F, e diviso l'arco FA in due parti eguali in E, da questo punto si lasci cadere un filo, a cui sia raccomandato il peso G; indi all'estremità dell'asse D, che riesce oltre la superficie di uno delli due piani circolari EAy, sia posto un indice, e fatto un circolo dal centro D, si segni un punto ben visibile ad arbitrio, come sarebbe P, e l'indice sia DL. S'intenda in oltre condotta su la detta superficie la linea retta MF, che passi per tutti e due i centri M ed F. Tale strumento poi dovrà essere piantato sopra di un piede, che lasci il comodo di rivolgerlo a tutte le parti. Circa all'uso, ogni qualvolta spiri del vento, si dovrà verso di questo volgere la bocca dell'imbuto BC, cosicchè entrandovi l'aria per M esca per F, e nel passare faccia girare la volante *hh* col maggiore possibile moto, lo che si rileverà dal numero de' giri dell'indice LD dentro un dato tempo, che si fisserà o con un orologio a secondi, o con la vibrazione di un qualche pendolo. Conosciuto dunque questo maggior numero de' giri della volante, si noti l'angolo, che formerà il pendolo EG con la linea MF, il qual angolo sottratto da' 90 gradi, darà l'angolo della ricercata inclinazione del vento rispetto all'orizzonte. Per sapere poi il viaggio del medesimo vento, si misurerà la porzione di circonferenza LPM, e si osserverà quante volte in un dato tempo essa venghi percorsa, e questo viaggio risponderà al moto del vento. Egli è ben vero che per notare il numero di questi giri, quando il vento sia molto intenso, converrà che l'indice DL sia molto lungo, anzi sarebbe bene il formarlo con sottil lamina di ferro, o di rame lunghissimo, e lasciar che oltrepassi i limiti del tamburro, bastando che venghi diligentemente notato il numero de' giri quando bene mediante qualche macchina non si potesse fare, che venissero numerati i giri in quel modo che si pratica ne' podometri, coll'avvertenza però, che tali macchine non disturbino il libero moto del vento dentro del tamburro.

XXIII. Quanto si è detto alli numeri X. e XI. di questo, si può applicare all'azione del flusso del mare in riguardo al ritardamento del corso de' fiumi, e all'accrescimento cui devono restar soggette per tal cagione. Intendasi CA (*tav.* 4. *fig.* 12.) la direzione del fiume, che sia inclinata alla superficie del mare DB, con qualsivoglia angolo CAD, la velocità del fiume sia espressa per u, quella del mare opposta a quella del fiume per x; e perchè si vogliono supporre le acque del mare e del fiume con la medesima resistenza, per tanto le facilità di penetrare, che avranno respettivamente, saranno come i quadrati delle loro velocità, onde si avrà la AQ (che risulta dalle due facilità AE $= uu$, AD $=$ QE $= xx$) $= \sqrt{\left((uu+xx)^2 - \frac{4uuxxqq}{ss}\right)}$,

nella qual formola, come pur si è supposto al numero XI. q è eguale al seno dell' angolo di gradi 180 meno l'angolo dell'inclinazione CAD, diviso questo residuo per metà, ed s eguale al seno tutto. Se l'inclinazione fosse nulla, in tal caso la nuova facilità indi risultante AQ minore della prima AE, sarebbe $\sqrt{[(uu+xx)^2-4uuxx]}$, essendochè in tal caso $q=s$, oppure $AQ=uu-xx$. La AQ si determina geometricamente, mentre stabilite che siano le due AE, AD eguali, come si è detto, respettivamente alle quantità uu e xx, se si compirà il parallelogrammo DQEA, esprimerà la diagonale AQ la ricercata facilità.

XXIV. Sia AK la superficie del mar basso, hA (*tav.* 4. *fig.* 13.) quella di un fiume ch' entro vi sbocchi, e sul mare si spiani. Sia poi BML la superficie alta del medesimo mare, debbasi ritrovare la posizione della retta hB, la linea del medesimo fiume accomodata all' alta marea BM. Si conduca la BC perpendicolare alla superficie BM ed alla AK. Intendasi AK lo spazio impiegato dal corso del fiume nel tempo della bassa marea in un secondo di tempo, e BM quello del medesimo fiume nello stesso tempo dopo il flusso del mare. Dati dunque gli spazi AK, BM percorsi, come si è detto, si trovino per il numero XVIII. del capitolo antecedente le corrispondenti sublimità HE, FG, la prima delle quali HE nella GD parallela, così resti accomodata, sicchè prodotta LA in e cada il punto H nella superficie hA, si conduchino ancora a questa Ke orizzontale le due parallele cd, Lf verso d ed f. È manifesto che cadendo un grave dalla sublimità HE arrivato che sia in E, avrà acquistato una velocità da correre con moto equabile il detto spazio AK. Se parimenti si farà GF come l' altezza, da cui cadendo l'altro grave, arrivato che sia in F acquisti la velocità da percorrere con moto equabile la BM, se dal punto B per l'estremità G, sarà condotta la BGh, sarà questa la positura della superficie, che il fiume acquisterà durante l'alta marea, ridotto che sia esso fiume allo stato di permanenza. Perchè dunque BM è minore di AK anche GF sarà minore di HE, onde la Bh meno si scosterà, dentro una data distanza, dalla Bf, di quello farà la Ah dalla Ac dentro la medesima distanza, che però le due Ah, Bh, saranno convergenti fra di loro, e finalmente si verranno ad unire in un punto h, che sarà appunto il termine dell' azione dell' alta marea, o sia del rigurgito su per lo fiume; da questo punto però, che sia, come si è detto, l' h, si lasci cadere la hd perpendicolare alla dC; e perchè i due triangoli AEH, Aeh sono simili, sarà $AE : EH :: Ae : eh$. Parimenti essendo simili i due triangoli BFG, Bfh sarà ancora $BF : FG :: Bf : fh$, ma $AE=BF$, come pure $Ae=Bf$, adunque $HE : FG :: he : fh :: he : he-BA$. Perchè poi gli spazi HE, GF sono come i quadrati della velocità,

quindi dicendo la velocità per AK $= u$; quella per BM $= x$, sarà HE $= \frac{uu}{4b}$, ed FG $= \frac{xx}{4b}$, dicasi $he = z$, e sia BA l'altezza massima del mare a cagione del flusso $= m$, sarà l'analogia $\frac{uu}{4b} : \frac{xx}{4b} :: z : z - m$ che nasce dall'altra analogia ricavata dalla similitudine de' triangoli, ed ancora perchè essendo per l'ipotesi, ridotto il fiume allo stato di permanenza, dovendo però anche in questo stato scaricare eguali quantità di acqua in ogni di lui sezione, sarà AC $\sqrt{HE} =$ BC $\sqrt{GF}$, come anche AC $\sqrt{he} =$ BC $\sqrt{fh}$, onde AC $= \frac{BC \sqrt{GF}}{\sqrt{HE}} = \frac{BC \sqrt{fh}}{\sqrt{he}}$, oppure HE : GF :: $he : hf$, adunque $z = \frac{muu}{uu - xx}$. Pertanto se nel dato angolo d' inclinazione HAE, si iscriverà he parallela ad HE, ed eguale alla quantità $\frac{muu}{uu - xx}$, determinerà questa il punto ricercato h, termine dell'azione del flusso; lo che era da ritrovarsi.

XXV. *Corollario*. Che però, se si farà come la differenza de' quadrati delle velocità del fiume alto e basso, al quadrato della velocità del fiume in tempo della bassa marea, così la differenza fra le altezze del mare prima e dopo del suo crescimento ad una quarta proporzionale: esprimerà questa l'altezza inscrittibile per il termine dell'azione del flusso dentro l'angolo d'inclinazione, che ha il fiume sopra l'orizzontale del mare in istato di bassezza.

XXVI. Per aversi la distanza dal punto h dal mare A, si farà secondo i principj della trigonometria *Sen.* $hAe = q : he = \frac{muu}{uu - xx} ::$ $f.T = s : \frac{s \times muu}{q \times (uu - xx)} = Ah$, e chi volesse la B$h$ sarà questa, conforme è noto a' Geometri assai facile da trovare, mentre nel triangolo fhB sono dati i lati fB $= e$A ed fh; e l'angolo hfB è retto, ma insensibilmente essendo ineguali le due Bh, Ah nelle grandi distanze; quindi potremo servirsi della ritrovata Ah senza imbarazzarsi in un più laborioso calcolo.

XXVII. *Scolio*. Sia l' inclinazione di un fiume d' once due per miglio, intendendo ch' esso miglio sia di pertiche 500 di Bologna, come lo abbiamo in questo Trattato più volte supposto per accomodarsi alle osservazioni fatte in Po, ridotte alla detta misura; sarà l' angolo GBF di 6 secondi; sia l' altezza del mare AB sopra del suo

basso pelo piedi $3 = m$, la velocità del fiume in $hA = u$ intendasi di piedi 3 in un secondo di tempo, e quella per hB cioè nell' alta marea x sia di un solo piede nel detto tempo di un secondo; ed essendo l' angolo HAE di 6 secondi di un grado, sarà il suo seno $q = 3$, essendo il seno di un minuto primo $= 29$ parti delle 100000, nelle quali s' intende diviso il raggio, onde la formola $\frac{s}{q} \times \frac{muu}{uu - xx}$ diviene $\frac{100000 \times 3 \times 9}{3 \times 8} = 112500$ piedi, cioè pertiche 11250 di dieci piedi l' una, che fanno miglia 22 ½. Posta la stessa inclinazione, ma facendo $u = 4$, $x = 2$, la formola suddetta diviene $\frac{100000 \times 48}{3 \times 12} =$ 133333, cioè pertiche 18333, che fanno miglia 26 e pertiche 333; di più facendo $u = 4$, $x = 1$, sarà la formola $\frac{100000 \times 48}{3 \times 15} = 106666$ piedi o pertiche 10666 che sono miglia 21 e pertiche 166 per il termine del rigurgito. Facendo poi l' inclinazione del fiume di once 3 per miglio, diviene l' angolo GBF di 10 secondi, il di cui seno è prossimamente 5; onde nella supposizione per la velocità del primo caso, mutasi la formola in $\frac{100000 \times 3 \times 9}{5 \times 8} = 67500$ piedi, che fanno per il rigurgito miglia 13 ½. Per il secondo caso si muta in $\frac{100000 \times 48}{5 \times 12} =$ 80000 piedi, o miglia 16. E per il terzo diviene la formola $\frac{100000 \times 48}{5 \times 15} =$ 64000 piedi cioè miglia 12 e pertiche 400. Che se tal inclinazione fosse di mezzo piede per miglio, che importerebbe un angolo di 20 secondi, e l' altezza del mare sopra la sua superficie fosse di piedi $4 = m$, e $q = 10$; in tal caso ritenendo rispettivamente le velocità, come ne' tre casi soprapposti, sarebbe per il primo la formola $\frac{100000 \times 4 \times 9}{10 \times 8} = 45000$ piedi, o miglia 9. Nel secondo caso sarebbe essa formola $\frac{100000 \times 4 \times 16}{10 \times 12} = 53333$ piedi, cioè miglia 10 e pertiche 333. Finalmente nel terzo caso si muta in $\frac{100000 \times 4 \times 16}{10 \times 15} = 42666$ piedi, cioè miglia 8 e pertiche 266.

XXVIII. Le velocità del fiume competenti tanto all' alta, che alla bassa marea, si rilevano ciascheduna dal concorso ed azione delle

due forze contrarie e del fiume e del mare, considerate in parti libere; saranno queste pertanto da ricavarsi dalla formola del numero XXIII. di questo capitolo, col sostituirvi in vece di u ed x le equivalenti velocità libere del fiume e del mare; essendocchè, se il fiume si muove secondo la direzione del proprio alveo, anche il mare si muove nel crescere che fa, secondo una linea che viene sempre verso terra; onde dato per le osservazioni i gradi delle velocità competenti ad A, B, si potrà dalla formola espressa nel suddetto numero ricavare la pendenza dell'alveo, il che abbenchè in pratica, attesa la difficoltà di fare esattamente le osservazioni, non rispondesse per avventura al fatto, nientedimeno sarà sempre vera la proposizione in pura teorica. Chi volésse altra formola per la distanza Ah o Bh dinotante il termine del rigurgito a causa del flusso del mare, si potrà questa avere con il determinare il punto V nella BA, cosicchè questo venghi a connotare il centro di azione delle due velocità competenti ad A, e B, vale a dire, la *velocità media*, nel qual caso dicendo BV $= n$, e perciò AV $= m - n$, sarà la nuova formola $z = \frac{s}{q} \times \frac{nn}{2n - m}$.

XXIX. *Scolio*. Prendendo l'esempio del caso secondo, allorchè l'inclinazione del fiume è stata supposta di 6 secondi, sarà $n : n - m :: 4 : 2$; $m = 3$, e perciò $n = 6$, che sostituito nella formola di già ritrovata, si muta in $z = \frac{100000}{3} \times \frac{36}{9} = 133333$, come sopra.

XXX. Ricerca il luogo di trattarsi anco degli sbocchi de' fiumi influenti ne' fiumi recipienti, a motivo di riconoscere quali alterazioni venghino da quelli causati in questi in ordine principalmente al rigurgito che nascer dee nell' incontrarsi che fanno sotto un qualche angolo le acque de' medesimi; e prima d'ogni altra cosa è da osservare la proprietà, che tiene un acqua corrente nell'uscire dalle strettezze del proprio alveo in quello spazioso di qualche recipiente, che è non già di seguire la direzione del proprio filone, o quella che dovrebbe nascere dalla composizione delle due forze dell' influente cioè, e del recipiente, ma in certo modo di spandersi circolarmente da per tutto; onde per quanto acuto che fosse l'angolo che facesse lo sbocco con le rive del recipiente, non può di meno l'influente di non rintuzzare più assai di quello pare a prima vista la corrente del recipiente, ed allora in particolare, quando questo fosse in istato di magrezza, o anche di mediocrità di acque, e l'influente venisse pieno. Per rilevare dunque prossimamente la distanza a cui si può estendere il rigurgito, sarà da considerarsi l'aggregato delle velocità che tiene il recipiente al di sopra dello sbocco dell' influente,

avanti la piena dell'influente, e di tutte raccoglierne la *media*; parimenti lo stesso sarà a praticarsi dopo la piena del medesimo, raccolte le quali due quantità, si avrà per la formola registrata al num. XXVI. di questo la ricercata distanza, note però che siano l'inclinazione del recipiente avanti la detta piena, e l'altezza a cui può giugnere questo, dopo ricevute le nuove acque, e che con le medesime abbiasi equilibrato.

XXXI. *Scolio*. Sia in grazia di esempio la velocità media nel recipiente avanti la piena dell'influente tale, che l'acqua in un minuto secondo faccia piedi 3, ma dopo la piena ne faccia (intendendo sempre al di sopra dello sbocco) solamente $1\frac{1}{2}$, sarà dunque $u = 3$, $x = 1\frac{1}{2}$, ed $m = 3$, l'inclinazione del recipiente con la linea orizzontale, avanti la piena, sia di 20 secondi; in tal caso la formola $\frac{s}{q} \times \frac{muu}{uu - xx}$, sarà $\frac{100000 \times 27}{10 \times 6\frac{3}{4}} = 40000$, cioè a pertiche 4000, che fanno miglia 8. Per lo contrario, se si volesse sapere quanto il recipiente fosse per far rigurgitare l'influente, ogni qualvolta venissero ambidue in somma piena. Si supponghino note le quantità seguenti: l'inclinazione dell'influente di secondi 51, cioè cada 15 oncce per ogni miglio; la velocità avanti la piena dell'influente sia di 5 piedi in un minuto secondo, e dopo la detta piena; e quando siano equilibrate le acque, vale a dire allorchè tutte le sezioni scarichino eguali quantità di acqua, la velocità sia di piedi due nel detto tempo; onde adattando la formola soprapposta all'influente, sarà $q = 25$, $u = 5$, $x = 2$, e sia l'altezza acquistata dal recipiente sopra il suo basso pelo $= m = 21$ piedi, si muterà dunque la formola in questa $z = \frac{100000 \times 21 \times 25}{25 \times 21} = 100000$ pertiche, o sieno miglia 20; ma se $u = 4$, in tal caso $z =$ miglia 18, e pertiche 333.

XXXII. Ripigliando la figura del num. XIV. del capitolo precedente. Sia da determinarsi l'angolo di deviazione, che l'influente cagiona al corso del recipiente, cioè BAC, oppure DCA. Sia la velocità del recipiente u (*tav.* 4. *fig.* 5.), quella dell'influente x, saranno le forze respettive, come i quadrati di esse velocità, onde $DC = uu$, ed $AD = xx$: intendasi dato l'angolo LAP, e perciò anche il di lui complemento LAD, oppure ADC. Sarà dunque per la trigonometria $AD + DC : DC - AD :: t : \frac{(DC - AD)}{AD + DC} \times t$, cioè in termini analitici $\frac{(uu - xx) \times t}{uu + xx}$; ($t$ è la tangente della metà del residuo a 180 gradi dell'angolo dato ADC) alla qual tangente connotata da questa espressione risponda l'angolo p, sarà dunque $DCA =$ angolo $LAP - p$.

XXXIII. *Scolio I.* Sia la velocità del recipiente espressa con il numero 1562; quella dell' influente con 324, onde $u = 1562$, $x = 324$, e $uu - xx = 2334868$; $uu + xx = 2544820$. Sia LAE = gradi 2 ½, e per tanto $\frac{(uu - xx) \times t}{uu + xx} = 4006$, a cui risponde la tangente di gradi 2. 18′ $= p$, e però LAP $- p =$ DCA = gradi 0. 12′; ma questa direzione abbenchè vera nella statica, nientedimeno non risponde, nè al fatto, nè all' osservazione a cagione che le parti dell' acqua dell' influente, passando dal proprio alveo PF in quello del recipiente ADC, si spandono secondo tutte le direzioni, onde l' angolo dell' inclinazione, che si pone di gradi 5 in riguardo alla direzione dell' alveo, può essere di molto maggior apertura per rapporto alla tendenza media dell' acqua dell' influente.

XXXIV. *Scolio II.* Si registrerà qualche osservazione nel proposito de' rigurgiti de' fiumi, e specialmente di quelli del fiume Po, perchè col fondamento del fatto si possa stabilire qualche cosa di sicuro in questa materia. Dalle deposizioni legali notate nella visita del Po fatta da Mons. Riviera, ora Eminentiss. Cardinale, l' anno 1716 leggesi a c. 193 sotto il giono 18 di Ottobre, la deposizione avutasi da uno delle Papozze ne' termini seguenti: *Che quando vengono burrasche grandissime del mare arrivano li rigurti quasi sino a Francolino, ma che le ordinarie non passano Crespino.* Un altro disse a car. 195. *Che arrivavano le burrasche grandissime del mare insù per lo Po con li rigurgiti sino a Francolino, ed alle volte quasi a Lagoscuro, ma che le ordinarie non passano Crespino ec. che le burrasche per quanto grandi sieno non arrivano a far alzare il Po alle Papozze non più di un piede in circa, e andando all' insù sempre meno, e le burrasche ordinarie lo alzano alle Papozze meno di mezzo piede, ed all' insù del Po sempre meno, e nelle parti inferiori essere sempre maggiore l' alzamento.* A cart. 196 altro pratico depose: *Che li rigurgiti del mare nelle burrasche più grandi, che danno all' insù, alzano il Po da un piede, e si estendono sino a Crespino, ma alle volte quando sono grandissime arrivano quasi sino a Francolino, e che nelle maree ordinarie per li rigurgiti alzarsi l' acqua alle Papozze un mezzo piede al più, e non arrivare tali rigurgiti se non quasi a Crespino.* Parimente fu deposto sotto il giorno 20 Ottobre: *Che quando il Po è bassissimo i rigurgiti grandi del mare si risentono quasi a Francolino, e può alzarsi il Po colà un dito in due al più, ed a Crespino allora farà un alzamento d' un piede e mezzo in circa,* aggiungendo: *Che quanto poi il Po è alto, anzi altissimo, non si scorgono, nè si possono scorgere i rigugiti del mare, rimanendo insensibili.* Altra deposizione si legge a carte 233. *Che li rigurgiti*

grandi del mare, quando il Po è basso si sentono quasi a Francolino. A Crespino poi potranno alzare un piede incirca d' acqua, e vicino al mare possono alzarsi da tre o quattro piedi incirca, quando però le burrasche sono grandissime.

XXXV. *Scolio III.* Nella visita del Po 1721 fattasi fra i Commissarj Pontificio, Cesareo e Veneto sotto il giorno 14 Marzo si ha per deposizione di un pratico interrogato a Lagoscuro, che il Po *ora cresce ora cala a causa, che il mare gonfia all' insù, e il Po si alza, sentendosi qui a Lagoscuro le crescenze del mare, quando fa gran fortuna.* Fu rilevato anco in questa visita lo stato delle ordinarie crescenze, e decrescenze fatte dal Po al Mazzorno, ed alla Veniera vicino agli sbocchi, non essendosi altrove fatte tali osservazioni per non essersi fermata la visita positivamente, che ne' due luoghi suddetti. La tavola seguente contiene quanto fu osservato, tirato fedelmente da' registri della medesima visita.

16 Aprile al Mazzorno	B h. 15. 19′ A. 20. 45	differenza delle altezze . . p. 0. 4′. 3″	
17 detto ivi	B 17. 23 A. 22. 49	D. . . . „ 0. 3. 8	
18 detto ivi	B 17. 43 A. 24. 41	D. . . . „ 0. 6. 5	
19 detto ivi	B 18. 24 A. 24. —	D. . . . „ 0. 7. 6	
20 detto Veniera	B 19. 2 A. 1. 45	D. . . . „ 1. 9. 3	
21 detto ivi	B 18. — A. 24. 30	D. . . . „ 1. 6. 8	

B indica la bassa marea, A l'alta, ed è da avvertirsi, che essendo accaduta l' ultima quadratura della Luna nel giorno 18. Aprile, l'acqua del mare aveva pochissimo moto.

XXXVI. Nell' ingiunta figura intendasi AE (*tav. 4. fig. 14.*) la cadente del Po da Lagoscuro al mare in tempo di acqua bassa di questo, AP la cadente del medesimo nel tempo dell'acqua alta, e ne' siti delle lettere apposte siano disposti i siti lungo il Po, espressi nella figura, cioè Lagoscuro, Francolino, Polesella, Crespino, Papozze, Mazzorno e Veniera. Le distanze di ciascheduno de' quali dal mare sieno le notate nella seguente Tavola, ricavate queste da'

protocolli della medesima visita 1721, e ridotte a pertiche Bolognesi, misura di cui si sono serviti gl' Ingegneri in tutte le osservazioni di essa visita, avvertendo che si prende quivi per termine lo sbocco del Cammello, bocca ed allora, ed in questi tempi la principale di quel fiume.

Dalla Veniera al mare, cioè la QE pertiche	1450
Dal Mazzorno al mare, cioè la ME	6887
Dalle Papozze al mare, cioè la DE	9637
Da Crespino al mare, cioè la CE	12982
Dalla Polesella al mare, cioè la NE	15932
Da Francolino al mare, cioè la BE	18912
Da Lagoscuro al mare, cioè la AE	20142

Dal che si ricava che AB sia pertiche	1230
AN . . .	4210
AC . . .	7160
AD . . .	10505
AM . . .	13255
AQ . . .	18692
AE . . .	20142

XXXVII. Se l' azione del mare non oltrepassa Francolino, in tal caso EP non arriverà se non v. g. in p, ed allora BE sarà la massima, e da tutte le AN, AC, AD, AM, AQ, AE sarà da levarsi AB, cioè pertiche 1230, per aversi le BN, BC, BD, BM, BQ, e BE, ed il pelo del Po sarà in tali circostanze $Bncdmqp$. Quando poi l' effetto della burrasca non oltrepassasse Crespino, come accade quando questa è delle ordinarie, secondo alle riferite deposizioni, allora la CE sarà la massima, e da tutte le AD, AM, AQ, AE, sarà da levarsi AC di pertiche 7160, e si avranno le CD, CM, CQ, CE, si conduca $cqrst$, che rappresenterà il pelo del Po nelle dette ordinarie burrasche, in quelle cioè, che fanno sentire i loro effetti sino a Crespino. E perchè viene asserito, che le grandi fortune di mare, cioè quelle che arrivano a turbar il corso del Po sino a Francolino, fanno alzare il pelo del Po alle Papozze un piede e mezzo, e a Crespino piedi uno in circa; osservo che stanno prossimamente in geometrica proporzione le distanze di questi luoghi con le dette rispettive intumescenze, ed essere $BC : Cc :: BD : Dd$, cioè 5930 once ad once 12, così 9275 once ad once 18, che però potrebbesi ricavare un canone: *Che le altezze alle quali arrivano i fiumi a cagione dell' azione del mare, sono come le rispettive distanze dal termine del rigurgito fino al luogo dell' osservazione*, e secondo un simile computo il mare in tale stato di burrasca dovrà crescere sopra la bassa superficie once 31 o poco più.

XXXVIII. *Scolio I.* Secondo l'analogia predetta, costando dallo

osservazioni registrate nella tavola al numero XXXV. di questo, che l'altezza media, a cui arrivò il Po al Mazzorno li 18 e 19 Aprile fosse di once 7, e la massima altezza alla Veniera ne' due susseguenti giorni 20 e 21 fosse di once 20; se s'intenderà al punto G essere il Mazzorno, al punto F la Veniera, e che AE (*tav.* 4. *fig.* 15.) rappresenti il pelo alto del Po in que' giorni, come AD il pelo basso, sarà GB = 7, FC = 20, ed essendo BC pertiche 5437, sarà AB pertiche 2927 per l'estensione intiera del rigurgito vicino alle quadrature della Luna, cosicchè il punto A verrebbe ad essere 5 miglia e pertiche 427 superiormente al palazzo Quirini al Mazzorno, e però in quel giorno l'azione della marea sarà arrivata (secondo questo calcolo) 177. pertiche superiormente alla punta della divisione del Po, che si fa nell'alveo detto delle Fornaci, ed in quello di Ariano; ed il mare avrà ottenuta una altezza di once 29, sopra la di lui bassa superficie, imperocchè cognite AB, AD, BG, e pur conosciuta la DE per i triangoli simili AGB, AED, onde per il numero precedente, essendo AD = 9814, e GB = 7, sarà DE once 23 e punti 5, misura assai naturale pel moto di questo mare.

XXXIX. *Scolio II.* E quando l'effetto si risenta sino a Lagoscuro, supponendo secondo alle deposizioni, che a Crespino si alzi piedi 1 ½, cioè once 18, in tal caso, essendo AC : Cc :: AE : EP (*tav.* 4. *fig.* 14.) ovvero in numeri 7160 : 18 :: 20142 : 50, resta palese, che in tal incontro si alzerebbe il mare piedi 4 once 2, come appunto succede nell' ostinato spirar de' sirocchi. Tutte le quali misure rispondendo assai prossimamente a' fenomeni quella analogia, che risulta dalla similitudine de' triangoli, i lati de' quali sono nella superficie alta e bassa del fiume, e le basi le altezze respettive ne' dati luoghi dell' acqua del fiume, potrà adoprarsi, come di una sufficiente precisione.

XL. Chi volesse sapere la minor inclinazione, con cui cammina il Po nello stato dell'alta marea, rispetto alla bassa; intendasi condotta l'orizzontale DNM, e la parallela a questa PE, e sia nota la CN, che supponendosi cadere il fiume due once per miglio, verrà ad essere per il primo caso del crescere del Po alla Veniera once 20 sopra il di lui basso pelo di once 5 e punti 9, e la DE (*tav.* 4. *fig.* 15.) essendo stata ritrovata di once 23 : 5, come la CF per le osservazioni essendo di once 20, sarà PC = PN — CN = 23. 5 — 5. 9 = 17. 8, e per tanto FP = FC — PC = 20 — 17. 8 = once 2 e punti 4, che divisi nelle 1450 pertiche, distanza che corre dalla Veniera al mare, si avranno punti 9 per miglio, e perciò il declivio viene a scemarsi di punti 15 per miglio.

XLI. Nel proposito de' rigurgiti caussati, o dal mare, o da qualche fiume influente nel suo recipiente, o da questo in quello, ogni

qualvolta l'altezza sua superasse quella dell'influente è da notarsi, che l'elevazione causata da' medesimi rigurgiti non si misura dalla semplice altezza, che fa il mare, o il fiume sopra il basso pelo, o dell'uno, o dell'altro, ma ben riesce ella non poco maggiore, che però l'orizzontale, che fosse condotta dal punto della massima altezza predetta non potrebbe in verun modo indicare la vera estensione del rigurgito. L'esempio lo abbiamo nello stesso Po, in cui attesi i rilievi della visita 1721, si ricava che la di lui inclinazione nello stato di bassezza da Lagoscuro, alla chiavica della Palata, che è fra la punta di S. Maria, ed il Mazzorno, sia di piedi 5. 8. 5, ed essendovi da questo punto al mare pertiche Bolognesi 7887, che fanno miglia 15 ½ (tratto non potutosi livellare per essere soggetto di continuo a' moti del mare) se gli dà once due per miglio di caduta, onde ne risultano once 31, o diciamo solo 30, dimodochè l'intiera cadente del Po da Lagoscuro al mare nello sbocco del Cammello sarà piedi 8. 2. 5. Ma dai calcoli abbiamo rilevato, e conosciamo anco dalla sperienza, che il mare nelle maggiori burrasche, non può alzarsi che poco più delli 4 piedi sopra la di lui bassa superficie, arrivando come costa dalle deposizioni, l'effetto della burrasca sino a Lagoscuro, resta manifesto, che a doppia maggior altezza perpendicolare arrivar può il detto effetto, di quello sembra, che dovesse giungere. Chi farà riflesso all'impedimento, che l'acqua inferiore promove nella superiore, questi vedrà una non oscura ragione del fenomeno.

XLII. Pare a prima vista, che si potesse calcolare l'estensione del rigurgito dall'altezza da cui cadendo un grave acquistasse tanta velocità da poter percorrere dentro un dato tempo, tanto spazio, quanto realmente può percorrere il mare, o il fiume, che un tal rigurgito promovesse, il che in niun conto rispondendo a' fenomeni, non può un tal fondamento esser adottato come vero e reale. Si supponga che il mare nel flusso cammini contro il fiume, che in esso sbocca, due piedi in un minuto secondo, che è un moto assai maggiore del vero, almeno qui nell'Adriatico, nel quale l'acqua non arriva quando cresce a far un miglio all'ora; e perchè per lo numero XVIII. del capitolo precedente la sublimità, che si ricerca per far muovere un grave, che scende con un dato moto in qualunque altra direzione, si esprime per $\frac{ss}{4b}$ in cui s rappresenta lo spazio ricercato, b vale 15 piedi di Parigi; sarà dunque detta sublimità essendo $s = 2$; $\frac{4}{60} = \frac{1}{15}$, che danno once 9 e punti 7. Perchè poi il mare nella grande burrasca si può alzare piedi 4, il di lui effetto

sarà determinato per l' orizzontale, che passerà once 9 e punti 7 al disopra dei detti piedi 4, adunque non arriverebbe alle due miglia, e qualche cosa di più oltre degli Albaroni di qua dalla Guarda, quando è noto, che l' effetto delle burrasche grandi arrivano a Francolino e a Lagoscuro. Parimenti si supponga, che fuori della burrasca, il flusso del mare cammini in un minuto secondo un solo mezzo piede, e si alzi sopra del suo basso pelo, due piedi nel termine dell' alta marea, sarà $s = \frac{1}{2}$, ed $\frac{ss}{4b} = \frac{1}{240}$, nel qual caso la sublimità sarebbe poco più della metà di un punto di oncia, ed il rigurgito secondo la supposizione fattasi avrebbe ad estendersi per quanto comportano li due piedi, ma con questi non arriverebbe all' intestatura del taglio un miglio e più inferiormente alla Cavanella, quando è manifesto, che oltrepassa in ogni tempo il Mazzorno di qualche miglio. Se al solo sbocco nascesse l'impedimento, e fosse considerato il mare, o il fiume recipiente senza moto alcuno, la dottrina sopraddetta potrebbe in qualche modo verificarsi; ma gl' impedimenti si vanno moltiplicando anco nelle parti dentro l' alveo del fiume, abbenchè sempre minori riescano i più lontani dagli sbocchi. Quindi nasce la necessità di piantare il calcolo sopra altri principj, come si è proccurato di fare ne' numeri precedenti, avendosi in vista di spiegare i fenomeni secondo le leggi della natura, e le sin' ora fatte osservazioni.

CAPITOLO NONO.

Delle cause universali delle escrescenze e decrescenze de' fiumi, e loro fenomeni.

1. Essendo per lo più collocati gli alvei de' fiumi nella parte più bassa delle provincie, per le quali discorrono, ne proviene, che le acque in essi, come a centro finalmente si rivolgano, e quanto maggiore sarà la superficie della terra, che vi scolerà, tanto maggiore verrà a riuscire di mole di acque quel fiume. Se quanto di pioggia cade sul terreno, passasse subito nell'alveo recipiente, e questo con un moto rapido portasse al mare le acque, i fiumi non avrebbero che moderatissime le piene, ma impedito il corso dell' acqua da infiniti ostacoli, e nel fiume recipiente e negli influenti, non potendosi ess'acqua smaltire a proporzione della sovravegnente, convien al fiume gonfiare, e porsi in molta escrescenza che si dirà massima, allorchè empirà tutto il letto sino alla sommità delle rive ed arginature, e mediocre quando non oltrepasserà la metà dell' altezza

dell' alveo, e si chiamerà trovarsi il fiume nella magrezza, allor quando correrà con molta scarsezza di acque.

II. Caderebbe qui in acconcio di ricercare, se i fiumi venghino formati o mantenuti dalle sole piogge e nevi liquefatte, ovvero dal mare mediante li sotterranei communicanti meati; ma per non dilungarmi soverchiamente dall' istituto di questo Trattato, dirò solamente: che quanta è l' implicanza con le buone leggi della statica di questa seconda, benchè assai antica opinione, altrettanto la prima è assistita da tali, e tante osservazioni che ormai luogo appena si lascia da dubitare della di lei verità. I Francesi più degli altri veramente si sono distinti in questa ricerca, e le loro sperienze hanno si può dire, posto in tutto il suo lume una tale astrusa materia, ed hanno nel medesimo tempo dato eccitamento, e mostrato come con l' osservazione alla mano si possa avere il vero fondamento della proposizione.

III. Per giudicare adunque rettamente delle piene de' fiumi, convien avere in considerazione, 1. l'area della terra che somministra l'acqua; 2. l' altezza, a cui questa giugnerebbe, durante la pioggia, se niun esito avesse, che la derivasse nel fiume; 3. il pendío de' terreni verso dell' alveo; 4. la capacità di questo; 5. la velocità propria tanto nell' acque magre, che nell' escrescenze; e 6. finalmente ogni altro accidente impeditivo del natural corso dell' acqua, quando è di già incanalata nell' alveo. Lo squagliamento delle nevi è pur da considerarsi, come l' effetto di una pioggia in quel sito, ove esse nevi esistono, il quale benchè per lo più di non molta estesa in paragone di tutto il terreno, che può somministrare l' acqua al fiume, nientedimeno però il molto tempo, in cui dura per ordinario lo sfacimento delle dette nevi, può tener non poco gonfio il fiume. Quanto maggior di estesa e di pendío sarà l'area del terreno, che somministra le acque all' alveo maggiore, tanto maggiore sarà la piena, rispetto ad un altro fiume in parità di circostanze; così parimenti, se la medesima area fosse liscia, e senza impedimenti, sarà nel fiume una più grand' escrescenza di quello fosse per fare la stessa, o egual area impedita, e con molti ostacoli, che ritardassero l' acqua; dal che ne nascono i gravi disordini di quasi tutti i fiumi di Lombardia, dacchè sono state coltivate le colline ed i monti, da' quali senza verun ritegno precipitando le acque riempiono in pochi momenti gli alvei loro, discorrendo per essi con tale tumidezza, che non vi è argine, che possa contenerne o l' impeto o l' altezza.

IV. Se si misura della quantità dell' acqua che dalle campagne e da' monti si raccoglie nell' alveo, si andasse accrescendo la velocità per ismaltirla nel mare, reale centro di tutti i fiumi, non succederebbero mai, o rarissime volte, le rotte; ma il pretendersi in natura una tale celerità è un volersi l' impossibile, giacchè tanti e tali

sono gl' impedimenti che derivano dal pendio, dalla tortuosità dell' alveo, dall' unione di altre acque nel recipiente, da i venti che soffiano tal volta contrarj al corso del fiume, e dal flusso del mare, che manca affatto la speranza di vedere i fiumi sì veloci che possino supplire col moto allo smaltimento delle acque che loro vengono somministrate da' paesi adiacenti, e che hanno naturale diritto di mandare le proprie acque in quell' alveo: ma dato anche che questo moto vi fosse, avrebbe egli ad essere cotanto rapido, che non vi sarebbe arginatura che resistesse alla corrosione che produrrebbe l' acqua, quando bene non si concepisse un alveo sempre corrente fra i macigni de' monti. Costituiti però i fiumi dentro tali limiti, e circostanze, non ci resta altro per ripararsi dalle rovine, che seco portano, che innalzare ed ingrossare eccessivamente que' ripari delle arginature, che sono destinati a sostenerli, ed a far fronte alla loro forza; ciò non ostante per qualunque riparo, che venisse piantato, non resterebbe pur anco assicurato il paese, se la costituzione del clima con le pioggie moderate, non universali non concorresse a tener i fiumi dentro moderate elevazioni; per altro, come alle volte purtroppo succede, se durano molto le pioggie, se tutti gl' influenti corrino pieni in un tempo nel recipiente, e se il mare per i venti contrarj al corso del fiume, neghi per molti giorni il libero e naturale ingresso alle di lui acque, riparo non vi è, che possa impedire che non tracimi, e non allaghi le provincie, quando le campagne aggiacenti siano più basse della maggior altezza, a cui può arrivar detto fiume. Esempio memorabile l' ebbe la Lombardia del 1705, quando il Po, gonfiatosi all' eccesso per essersi ad un tratto pur gonfiati tutti i suoi influenti, squarciò gli argini tutti con 48 rotte da Guastalla al mare, formando di un sì vasto paese un solo dilatatissimo lago.

V. Perchè dalle osservazioni fatte e nell' Accademia Reale di Francia, e da altri molto celebri uomini in varie parti d' Europa, si può computare la quantità ragguagliata dell' acqua, che dentro lo spazio di un anno, cade con le pioggie, e perchè possono esser note altresì le altezze, alle quali ascenderebbe l' acqua accresciuta dalle medesime piogge dentro qualunque altro assegnabile tempo, come pure perchè si può conoscere e determinare la superficie di terra di una o più provincie, che scola in un dato alveo; pertanto non potrà nè meno ignorarsi, data la quantità dell' acqua caduta in pioggia per un dato tempo, il termine a cui sarebbe per giugnere l' altezza di quella piena, supposta pur nota anco la larghezza dell' alveo; mentre dicendo la lunghezza di esso alveo per tuttto il tratto, che riceve le acque degli influenti suoi e delle Campagne sino al mare a; la larghezza de' terreni, che gli somministrano l' acqua b; l' altezza dell' acqua che può cadere nell' assegnato tempo x; la larghezza dell' alveo

del fiume in quistione c, e l'altezza ricercata della piena y, supposte le velocità dell'acqua date per questa altezza, elevata alla podestà m, sarà $y = \frac{(bx)^{\frac{1}{m+1}}}{c}$.

VI. *Corollario*. E quando $m = \frac{1}{2}$ ch'è l'ordinario valore, che vien dato per il calcolo delle velocità, la formola soprapposta diverrebbe $y = \frac{(bx)^{\frac{2}{3}}}{c}$, vale a dire, che le altezze delle piene sarebbero nella ragione duplicata subtriplicata della quarta proporzionale alla larghezza dell'alveo, al terreno che somministra l'acqua, ed alla altezza dell'acqua caduta con la pioggia sopra le campagne, durante quel dato tempo.

VII. *Scolio*. Ma su tali fondamenti, veri per altro, nelle supposizioni che si fanno mal si accorderebbero le altezze così dedotte con le osservate nell'escrescenze, mentre oltrechè qui vien supposto l'alveo o affatto privo di acqua avanti la pioggia, o almeno con pochissima e quasi stagnante, dobbiamo poi anche supporre l'acqua delle piogge, che possi tutta passare in un istante dentro l'alveo del fiume, e che ivi senza fluire, crescer possa alle dette misure, lo che pure è contrario alle leggi della natura, oltre al dover prescindere da tutte le resistenze, ed accidentali impedimenti, per li quali viene diversificato assaissimo il calcolo. Nè miglior lume per conseguire l'intento, si potrebbe avere servendosi delle proposizioni IV. e V. del Castelli nel libro della *Misura delle acque*, o de' documenti del Guglielmini inseriti nel capitolo X. della *Natura de' fiumi*, dove anche questo Autore confessa ingenuamente la difficoltà di arrivare al vero col mezzo de' calcoli e delle teoriche proposizioni, come nè meno si sarebbe potuto giugnere a conseguirne il fine col servirsi delle formole per l'accrescimento dell'acqua degli influenti ne' recipienti date nel capitolo VI. num. 22. e seguenti tante essendo le circostanze che alterar ne possono la base del conteggio, se l'illustre suo Commentatore Manfredi non avesse quanto basta, rischiarata questa sì oscura materia.

VIII. Il *Mariotte* nel Trattato del movimento delle acque parte I, discorso II. produce un ingegnoso calcolo della quantità dell'acqua, che può ricevere la Senna in un anno, e ritrova, che di tutta la piovuta dentro di questo tempo, non ne passa la sesta parte per la sezione di Pont-royal, risolvendosi, convien dire, il rimanente in vapori, e disperdendosi per tener umettate le terre; riflesso, che benchè direttamente non serva per i rilievi, che si cercano dell'altezze delle piene, indica però in una certa maniera il modo di determinare,

con meno equivoco che sia possibile, la quantità dell' acqua che cade in pioggia per rapporto alle medesime piene. Ho voluto io pure, sopra le osservazioni fatte nel Po, indagare se veramente sussista il fenomeno, sul piano datoci dal detto Mariotte. Si è presa la carta del Po stampata in Roma, delineata dal colonello Ceruti, come la meno erronea, e da questa tagliando fuori tutto il paese di là dall' Alpi, e quello oltre l' Appennino, come pure nelle parti inferiori, tutto quel tratto che a Settentrione giace oltre il Tartaro, e il Castagnaro o Canal-bianco, e nelle meridionali, tutto quello ch' è collocato dalla Stellata ingiù, essendo il Panaro l' ultimo degl' influenti del Po dalla parte destra; si è trovato dunque il rimanente con tenere una superficie di 30000 miglia di quadratura, cioè a dire, che scola un estesa di paese equivalente ad un' area quadrata, che abbia per lato miglia d' Italia 173 in circa, computando 60 miglia per un grado dell' equinoziale.

IX. Per fissare l' altezza dell' acqua venuta in un anno con la pioggia in Lombardia, (trattandosi del Po) col servirsi delle sole once sedici Bolognesi, i piedi cubi delle piogge per tutto un anno, avuta relazione all' area stabilita nel numero antecedente, che scola in Po, sarebbero 1020833333333: prendendo poscia la sezione regolata di questo fiume al Ponte di Lagoscuro sul Ferrarese, larga piedi di Bologna 720 con altezza ragguagliata di piedi 12, secondo alle osservazioni dell'anno 1720, e la massima altezza determinatasi col ragguaglio della piena 1719, arrivando a piedi 29, ne proviene che l' altezza media di Po mezzano sia piedi 20 in circa. In oltre essendosi dal Montanari osservato che il Po basso in detto luogo cammina un miglio all' ora, come si legge nella di lui dissertazione intorno la corrente del mar Adriatico (regolando le miglia Ferraresi con le Bolognesi, de' quali si siamo serviti nelle visite) e da noi pure nella visita 1721 essendosi riconosciuto, che in un' ora il Po basso faceva all' incirca il detto miglio in detto tempo, per ricavarsi la velocità del Po mezzano, quando cioè abbia l' altezza di piedi 20, si potrà adoperare la seguente regola, la quale si accosta più delle altre alle osservazioni; e consiste nel prendere le velocità e nella semplice ragione dell' altezze medie, e nella dimezzata delle medesime, e dividere il prodotto per metà.

X. *Scolio I.* Calcolando dunque nell' uno e nell' altro modo, col supporre piedi 20 per l' altezza mezzana di Po, come piedi 12 per la minima del detto fiume basso, sarà la seguente analogia $\sqrt{12} : 500 :: \sqrt{20} : 645$; cioè, se il Po camminasse in altezza mediocre, farebbe una strada di pertiche 645 (col fondamento della ragione dimezzata dell' altezza per le velocità) in un dato tempo, ma non quello della semplice ragione dell' altezza, sarebbe l' analogia

12 : 500 : : 20 : 833 ; onde la strada mezzana, secondo alla regola predetta, sarebbe in circa pertiche di Bologna 739 ; ma con tal supposizione uscirebbe in un anno dalla sezione di Lagoscuro piedi cubi di acqua 93220410000, quantità che poco è differente da quella delle piogge, onde per tal capo molto differente sarebbe la quantità esalata in vapori per la Lombardia, di quella di Francia. Calcolando poi con una supposizione più probabile, ponendo cioè l'altezza di Po mezzano, quando così corresse tutto l'anno di piedi 15, in tal caso i piedi cubi forniti dalla sezione di Lagoscuro nel detto tempo di un anno sarebbero 56007936000, la metà in circa di piedi cubi delle piogge, lo che ancora è molto lontano di quanto produsse il Mariotte per la Senna.

XI. *Scolio II.* Le considerazioni che sopra le acque venute con le piogge, e sopra l' origine delle fontane ha pubblicato il *De la Hire* nelle memorie dell' accademia Reale del 1703. persuadono della molta quantità di acqua che viene consumata e nel nutrimento de' vegetabili, e nella materia de' vapori; non si può però sì di leggieri sottoscrivere alla di lui opinione nel proposito dell' interna fermentazione, che suppone farsi dall' acqua nelle gran conserve sotterranee di livello col mare per ispiegare l' origine e la perennità delle fontane, essendo noi persuasi, che il calcolo registrato ne' numeri antecedenti, batta assai lontano dalla verità per le di lui supposizioni fondamentali. Ciò può vedersi in fatto, esaminandosi quanto sta espresso nelle medesime memorie per l' anno 1705, nelle osservazioni che lo stesso *De la Hire* porta nel far il paragone fra la quantità della pioggia caduta a Parigi, e quella caduta a Pont-briant, ch' è due leghe lontano da San Malò: mentre essendo in tutto l' anno 1704 caduta a Parigi la pioggia in quantità di oncie 19, e linee 10 $\frac{1}{2}$; a Pontbriant fu di once 23 e linee 8 $\frac{1}{4}$; e soggiugne, che per avviso del Maresciallo di Vauban, che faceva osservar la stessa cosa nella cittadella di Lilla, si era trovato, ch' erano un poco maggiori le piogge in Fiandra, che a Parigi. Dalle osservazioni poscia registrate l' anno 1706 nelle medesime memorie circa alla pioggia caduta l' anno precedente 1705, si rileva che l'acqua caduta a Pont-briant fu di 260 linee, cioè di 16 linee di meno della caduta l' anno 1704. Finalmente l' anno 1709 registra il detto *De la Hire*, che l'altezza dell' acqua caduta l' anno innanzi a Lione era stata di once 36 e linee 9, e ne ricava: *Che la quantità dell' acqua della pioggia era stata a Lione il doppio di quella caduta a Parigi, nè potersi dubitare che ciò sia accaduto a motivo de' due gran fiumi che vi passano, i quali al più possono avervi prodotto delle nebbie, ma piuttosto derivar ciò dalle grandi montagne, che le stanno assai vicine, ove sempre sono maggiori e le piogge, e le nevi, che nel paese piano.*

XII. *Scolio III.* E vaglia il vero, ben differente di molto si osserva la quantità dell'acqua, che piove in Lombardia, rispetto a quella, che piove in Francia, come che generalmente questo regno è senza paragone meno montuoso di essa provincia. Si sono fatte fra molte altre, alcune osservazioni dal sig. Corradi matematico del Sereniss. sig. Duca di Modena in due differenti siti del Modanese, cioè a Modena, ed al Forno Volastro nella Garfagnana, ed ha egli trovato che nell' 1715 caddero di pioggia a Modena pollici 86 e linee 10, e nel 1716 pollici 49 $\frac{1}{4}$, dove al forno caddero l' anno predetto 1715 pollici 81 $\frac{1}{4}$, e nel 1716 pollici 102 $\frac{3}{4}$; onde prendendo una misura ragguagliata, si può dire, che la quantità della pioggia di un anno consista in pollici del piede regio di Parigi 67 $\frac{2}{3}$; due volte di più dell' acqua caduta in Francia. Poniamo anche meno e siano soli pollici 60 ovvero piedi 5, lo che potrà servire per i calcoli del Po assai più adeguatamente delle altre osservazioni, se la maggior parte della Lombardia, che scola in questo fiume è assai simile al Modanese, ove le dette osservazioni furono fatte.

XIII. *Scolio IV.* Calcolando dunque sopra l' altezza del Po, che stesse mezzano con piedi 20 di profondità per tutto l'anno, si avranno col fondamento di dette osservazioni piedi cubi di pioggia 3828125000000, ed il Po smaltendone piedi cubi 932204160000, ne deriva, che tre parti in circa se ne debbano consumare, e non già le cinque asserite dal Mariotte. Ma calcolando sopra un' altezza del Po di piedi 15 per tutto l' anno, ch' è assai più ragionevole, se ne consumerebbe anche qualche cosa di più della sesta parte, mentre, come abbiamo di sopra trovato al num. X. di questo, smaltendone nella supposizione predetta il Po in un anno piedi cubi 560079360000, e la pioggia facendosi ascendere a piedi cubi 3828125000000, è manifesto, che il primo numero è quasi subsestuplo del secondo, e con ciò potersi accordare colla natura le deduzioni derivate dalle varie osservazioni predette. E generalmente dicendo un lato della superficie de' terreni che scolano in un recipiente a; l'altro lato b (ridotte l'aree ad un equivalente rettangolo) l'altezza dell' acqua delle piogge venute in un anno in quest' area x; la larghezza di esso fiume recipiente c; la di lui altezza mezzana d, e la velocità osservata delle sue acque in un dato spazio y. Sia n un numero, che moltiplicato con y dinoti il cammino di un' ora della di lui acqua, sarà la proporzione della quantità della pioggia venuta in un anno a quella che in questo stesso tempo sarà smaltita dal fiume come abx a $24 \times 365 x \times ncdy$, ovvero come $ab : 24 \times 365 \times ndcy$.

XIV. Sia il fondo del fiume CN (*tav.* 5. *fig.* 1.) inclinato all' orizzonte con l' angolo CZA; ZAY sia l' orizzontale, che passa per la superficie del lago o vasca, che serve di principio al fiume, e BC sia

l' altezza di una sezione lungi il fondo CN. Intendasi AGHI la linea o scala della velocità, e perchè ridotto che sia il fiume allo stato di permanenza, deve scorrere per tutte le sezioni eguale quantità di acqua, ne proviene, che il complesso delle velocità di tutte le sezioni deve esser dato e costante, e rappresentando l' area BGHC questo complesso nella prima sezione, qualunque altra area eguale a questa, presa dentro di questa curva, rappresenterà le velocità corrispondenti ad altro sito del fondo CN, e perciò la linea, che dinota l' altezza di quest' area, sarà l' altezza ricercata della sezione per quel dato punto, riducendosi il Problema a tagliare nella scala delle velocità aree sempre eguali. Se la linea delle velocità fosse retta, come vuole il Castelli, come la AHi, la scala sarà un triangolo ADi, rettingolo ed isoscele, da prodursi verso le parti inferiori sino a tanto, che il punto D riesca d' orizzonte con quel tal punto N del fondo, sopra di cui si vuol cercare l' altezza NO. Suppongasi BC l' altezza della prima sezione, uscita che è l' acqua dal lago, è noto che il trapezio BFHC dinoterà il complesso di tutte le di lei velocità. Sia da trovarsi il simile complesso per lo punto N, si conduchi ND parallela all' orizzontale ZY, e facciasi il trapezio PliD eguale al Trapezio BFHC, sarà PD la ricercata altezza dell' acqua, competente al punto N. Condotta poscia PO parallela a DN, e dal punto N la NO parallela alla DP, sarà il punto O nella superficie del fiume in questo sito. Ad oggetto poi di render più facile il ritrovamento di questa, PD o NO, dicasi $AC = a$, $AB = b$, $AD = z$, e $AP = x$, sarà per la natura del triangolo, e per le condizioni del problema l' equazione $\frac{1}{2} aa - \frac{1}{2} bb = \frac{1}{2} zz - \frac{1}{2} xx$, oppure $aa - bb = zz - xx$, facciasi $xx = y$, e $zz = t$, equazioni ambidue alla parabola conica col parametro eguale all' unità: descrivasi dunque questa e sia AHM, il di cui vertice sia in A e passi per H, ella soddisfarà all' equazione $xx = y$, ovvero $zz = t$; se si dirà $DM = t$, e $PL = y$, ed essendo $aa - bb = t - y$, si conduca BG parallela al fondo CN, questa attesa la poca inclinazione della superficie del fiume Br, non differirà sensibilmente dalla medesima, e dove essa BG taglia la parabola in B si tiri RE parallela ad AC, come pure re, che dalla AE non sarà distante che per un infinitesimo, taglierà questa la CH in e, lasciando eH data e costante, a cui facendo eguale KM, se dal punto K s' inalzerà KL normale alla DM, sarà questa la ricercata altezza; e però si farà $NO = DP = KL$. Veramente avuta la costruzione geometrica pare superfluo il cercare più oltre il valor analitico dell' ordinata NO della curva della superficie de' fiumi BO. Contuttociò ne daremo l' espressione per chi volesse ridurre a calcolo l' altezza ricercata delle sezioni, lungi il piano CN.

XV. Perchè dunque per la natura della parabola conica si ha

l'analogia AP² : PL :: AD² : DM, sarà $DM = \frac{PL \times AD^2}{AP^2}$, e per il problema essendo DM — PL = HE = ad una quantità costante, sia questa c, onde $\frac{PL \times AD^2}{AP^2} - PL = c$, e sostituendo in vece di y il suo valore xx, sarà, fatte le dovute riduzioni $x = \sqrt{z(z-c)}$, e $z - x = DP = z - \sqrt{z(z-c)}$.

XVI. *Corollario*. Sia $z = 24$, $c = 12$, sarà $24 - \sqrt{564} = 23\frac{71}{100}$; onde $DP = \frac{1}{3}$. Cresca il z ad essere 100, sarà l'espressione $100 - \sqrt{9988} = 100 - 99\frac{94}{100} = \frac{3}{50}$.

XVII. Per quello spetta alla costruzione geometrica, essendo che tutte le x, o siano AP, saranno espresse per la distanza, che corre fra il centro d'una iperbola equilatera, ed un punto dell'ascissa, da cui si spicca l'ordinata, sia questa eguale a z, e la detta iperbola avrà il semidiametro eguale a $\sqrt{c}$. Perchè più l'altezza di ogni sezione, viene rappresentata per $z - \sqrt{z(z-c)}$, se questa si porrà come u, avremo $u = z - \sqrt{z(z-c)}$ equazione, che in questo supposto competerà alla curva de' fiumi, la quale equazione liberata dall'assimmetría, si riduce a $uu - 2uz + c = o$. Per la costruzione della quale sia ACN (*tav.* 5. *fig.* 2.) il fondo del fiume; dal punto A s'inalzi ADF perpendicolare, e facciasi AF = 2; indi dal punto F, si tiri indefinitamente FGH, e si tagli FG = ½ AF = 1, e GH = ¼ c; da A per G conduchisi la retta AG; e per lo punto H cogli asintoti GA, NA, si descriva l'iperbola HBO; se da qualunque punto B di questa, si condurrà alla FA la perpendicolare BD, che tagli in E la retta AG, sarà AD, o BC la ricercata altezza della sezione competente al punto C, ed ogni altra NO, sarà l'altezza rispondente al punto N. *Dimostrazione*. Imperocchè i triangoli AFG, ADE sono simili, sarà AF : FG :: AD : DE, cioè $2 : 1 :: u : \frac{u}{2} = DE$, (dicendo BC = AD = u); e AC = z, onde $BE = BD - DE = z - \frac{u}{2}$, $AG = \sqrt{5}$; e parimenti essendo AF : AG :: AD : AE, cioè $2 : \sqrt{5} :: u : \frac{u\sqrt{5}}{2}$, e per la natura dell'iperbola essendo AG × GH = AE × EB, ovvero $\frac{1}{4} c\sqrt{5} = (z - \frac{u}{2} \times \frac{u\sqrt{5}}{2}) \frac{zu\sqrt{5}}{2} - \frac{uu\sqrt{5}}{4}$, sarà ancora $uz - \frac{uu}{2} = \frac{1}{2}c$, oppure $uu - 2uz + c = o$; sicchè in questa supposizione la curva della superficie del fiume, sarà un'iperbola fra gli asintoti, e facendo BC la prima sezione, sarà BO la curva ricercata.

XVIII. *Scolio I.* Il Guglielmini nel libro V. della misura delle

acque fluenti alla proposiz. VII. scioglie questo problema, cioè data l'altezza dell'acqua della prima sezione di un canale inclinato, e ridotto allo stato di permanenza, ritrovare l'altezza nelle altre sezioni inferiori, e lo riduce a trovare due aree in due eguali parabole, che abbiano uno stesso parametro, la qual cosa involgendo la quadratura di questi spazi, fa che la soluzione riesca un poco composta ed implicata, massimamente nella supposizione che egli fa delle velocità in ragione dimezzata delle altezze. Nè più semplice riesce lo scioglimento, che di questo medesimo problema fa allo scolio II. della medesima proposizione, onde l'Ermanno nella *Foronomia*, riduce il tutto ad una maggior facilità, mediante il servirsi della parabola cubica del secondo genere, col ritrovare le differenze delle ascisse, che siano sempre date e costanti, come alla prop. 40. del libro secondo si osserva, servendosi della figura del num. XIV. di questo, e supponendo che la scala della velocità AGI (*tav.* 5. *fig.* 1.) sia una parabola conica, si avrà poste le stesse cose col numero XV, che i due quadrilinei BGHC, PID devono essere eguali. Sarà pertanto secondo alla nota quadratura della parabola $\frac{2}{3} a \sqrt{a} - \frac{2}{3} b \sqrt{b} = \frac{2}{3} z \sqrt{z} - \frac{2}{3} x \sqrt{x}$, oppure $a \sqrt{a} - b \sqrt{b} = z \sqrt{z} - x \sqrt{x}$. Si faccia $a \sqrt{a} - b \sqrt{b} = c$, e $z \sqrt{z} - x \sqrt{x} = y - p$, sarà la nuova equazione $c = y - p$, come anco sarà $z^3 = yy$, $x^3 = pp$. La costruzione è la seguente. Sopra l'asse AK (*tav.* 5. *fig.* 3.) si descriva la parabola cubica del secondo grado AG con il parametro eguale all'unità AD. Si prenda $AB = c$, e vertice B, si faccia un'altra parabola cubica come la prima col parametro istessamente eguale ad AD, e sia questa BF; e da qualsivoglia punto G condotta l'ordinata GK, se si dirà $FK = x$, $GK = z$, $AK = y$, e $BK = p$, sarà $c = y - p$, ma $y = z \sqrt{z}$, e $p = x \sqrt{x}$, dunque $c = a \sqrt{a} - b \sqrt{b} = z \sqrt{z} - x \sqrt{x}$, il che ec., e perciò GF mostrerà l'altezza della ricercata sezione.

XIX. *Scolio II.* Prendendosi poi come data la z, sia da determinarsi la x nell'equazione $c = z \sqrt{z} - x \sqrt{x}$, sarà $x^{\frac{3}{2}} = z^{\frac{3}{2}} - c$, oppure $x^3 = z^3 - 2cz^{\frac{3}{2}} + cc$, ed $x = \sqrt[3]{(z^3 - 2cz^{\frac{3}{2}} + cc)}$; se però $z = 40$, e $c = 1$ sarebbe, fatte le dovute riduzioni, anche $x = 40$ prossimamente.

XX. Il Barattieri nel libro dell'*Architettura dell' acque*, Parte prima lib. VI. capitolo X. pag. 187, considerando il modo con cui *si dispongono le altezze vive, e le indebolite delle acque correnti nel mutarsi le pendenze de' canali*, proccura di spiegare *a priori* questo fenomeno, senza molto riuscirvi, come vi riesce assai più, quando descrive certa osservazione da esso fatta sopra del torrente Stirone ad istanza della città di Borgo Sandonino. Ecco quanto esprime sopra di questo particolare: *Fu questa figura cavata dal proprio fatto*

ec. *comprendesi con questa la lunghezza di sei miglia, che si vede però essere divisa in dodici distanze a mezzo miglio per una, se bene le sue altezze restano regolate a braccia per farla chiara nel modo, che si è detto di sopra. Fu conosciuto che il suo fondo restava disposto, come con la* A, B, C, D, *pendente nove braccia in tre delle suddette distanze di mezzo miglio per una. Nella parte poi* DEF (*tav.* 5. *fig.* 4.) *pendente quattro braccia in due distanze, la parte* FGH *tre braccia pendente in due distanze, e la* KL, *lunghezza di tre distanze senza pendenza alcuna, che arrivato poi al* L *precipita colà quel canale con pendenza grande giù d' un sostegno, dal quale discendono le acque con grandissima velocità. Nelle sopraddette distanze, e sopra del medesimo fondo fu misurata l' altezza, che vi aveva fatto la piena seguita pochi giorni prima, le quali altezze si cavarono dagli arbori per anco segnati, e fu in questo modo* AY *alta braccia* 3½, BX *braccia* 5, DT *braccia* 7, ES *braccia* 9, FR *braccia* 10. GQ *braccia* 11, HP *braccia* 12; IO *braccia* 11; KN *braccia* 10, *e poi mezzo miglio più oltre braccia* 8, *ed avanti altro mezzo miglio braccia* 5½, *e per ultimo sopra del sostegno* L *braccia* 3, *atteso che l' acqua in tal sito riceve gran velocità per il suo smaltimento nel precipitarsi da quel sostegno. Con le quali altezze essendosi disposta la pendenza del fondo, ed alzatovi sopra il corpo dell' acqua, si è formata la figura per la quale venissimo noi in chiara cognizione, che tali figure si formano senza difficoltà, e seguono per mancamento delle pendenze del suo canale. Che l' alzamento di dieci braccia alla sezione trasversale* KN, *si possa fare per verità, si dice no, è seguita in questo luogo, perchè l' alveo si stringe, oltre al perdere la pendenza, nè egli si può profondare per essere dal sostegno sostenuto il fondo; quando si mantenesse quel canale sempre d' uguale larghezza, l' acqua si alzerebbe poi anche sino a formare con la sua superficie la linea, che si vede condotta tra il fondo, ed essa maggior superficie dal* Y *al* M.

XXI. Se dunque l' osservazione è tale, quale dall' esperienza ed attenzione di chi l' ha fatta ci viene prodotta, sono rimarcabili, fra le altre tre cose, il pendio, la disposizione del fondo di detto torrente, e le differenti altezze, alle quali arrivò quella piena riferita dal Barattieri, onde si viene a comprendere, che fra i due estremi termini del torrente, cioè il principio, ove furono cominciate le osservazioni, ed il fine al sostegno, esservi un *massimo*, non avendo l' acqua al detto sostegno veruna relazione con l' altra inferiore, se si vuol intendere in riguardo o del moto o delle cadenti. Le varie altezze dunque della piena, ci dimostrano esservi fra i termini predetti un' altezza *massima*, cosicchè la curva superficie, in cui conformasi il pelo del fiume riesce più gonfia in un certo sito, che in

ciascun altro diverso dal medesimo. Circa poi alla natura della curva del fondo, rilevata da' fenomeni sopra narrati, si trova essere questa una prima parabola cubica prossimamente. Sopradichè è da notarsi, che molto più evidentemente ne' fiumi temporanei e precipitosi, che ne' reali perenni si osserva la linea del fondo distesa regolarmente senza sinuosità, e la ragione si è, perchè tali fiumi, attesa la violenza del loro corso, trovandosi per lo più distesi in linee, non gran fatto curve e tortuose, non ha l'acqua campo nel discendere, di formar i vortici, o di escavar le voragini, come accade ne' fiumi grandi, che hanno molte e grandi volte e tortuosità, onde le osservazioni circa al pendío de' fondi asciutti, fatte sopra questi torrenti, sono ben più certe ed accurate, di quelle, che si potessero fare intorno a' fondi de' fiumi reali, i quali oltre all'aver sempre dell'acqua, sono dapertutto con delle vasche più e meno profonde qua e là, cosicchè quando si volesse la livellazione di questi fondi, converrebbe regolarsi sopra le altezze medie o ragguagliate, ma sempre con grande incertezza. Non si può esprimere quanto basta l'irregolarità del fondo del Po esaminatosi da noi da Pavia al mare, non quella dell'Adige riconosciuto da Legnago al mare, come per l'opposto il piano regolare osservatosi ne' torrenti del Friuli, Tagliamento, Celine e Torre.

XXII. Per la ricerca adunque della curva parabolica del fondo secondo alle osservazioni del Barattieri, intendasi questa esser AFD (*tav.* 5. *fig.* 5.), le di cui ordinate AC, FG taglino perpendicolarmente l'altezza CGD, ed a questa si tiri la parallela AB. Si produchi GF in H, e sia condotta FE parallela ad AB. Chiaminsi $FG = x$, $FE = y$, $AB = b$, $BD = d$, che dinoterà la lunghezza della linea in quistione, sarà $AH = b - y = m$. Il parametro di questa parabola dicasi p, si avranno due equazioni $d^3 = pb$, ed $x^3 = py$, onde $b - y = m = \frac{d^3 - x^3}{p}$, ovvero $x = \sqrt[3]{(d^3 - mp)}$.

XXIII. *Scolio*. Adattando al caso particolare del Barattieri la formola, si ha per la prima osservazione $m = 9$, $b = 17$ (intiera cadente del fondo) $BD = 22000$ braccia, supposto un miglio di passi mille geometrici ognuno de' quali vale braccia $3\frac{2}{3}$; in tal caso il parametro p sarà eguale a 626400000000 prossimamente, il di cui logaritmo 11. 7968191, ed essendo logaritmo $d^3 = 13.\ 0272681$, e quello di $b = 1.\ 2304489$, sarà il numero di $d^3 = 10650000000000$, quello di mp; 5637000000000, onde $\sqrt[3]{(d^3 - mp)} = 17110 = x$, e $d - x = 22000 - 17110 = 4890$, che danno il difetto di braccia 609, che fanno passi geometrici circa 166, dal numero ritrovato dal Barattieri per la caduta di 9 braccia, cioè di tre spazi, o di un miglio e

mezzo, o sia di 1500 passi. La seconda osservazione fa $m=13$, ed in tal caso, poste le stesse cose come sopra pm è 814200000000, onde $x^3=2508000000000$, ed $x=13580$, e $d-x=22000-13580=8420$ braccia, quantità minore di passi 200 da quanto portano le osservazioni dell'Autore, essendochè $m=13$ occupa cinque spazi o passi 2500. Nella supposizione poi di $m=16$ diviene $pm=1002000000000$, e $x^3=630000000000$, onde $x=8573$, che detratto da $22000=d$, lascia 13427 con difetto di passi 110. Finalmente facendo $m=17$ che è l'intiera cadente di questa linea, si ha $x=0$, e $d=3000$, cosicchè un piede anderebbe distribuito in tutti li cinque spazi residui. L'Autore lo ritrova ne' due primi, avendo osservato i tre posteriori senza veruna caduta.

XXIV. Oltre all'andamento del fondo, osserva pur il Barattieri la disposizione in cui trovò l'ultima piena seguita, per quanto egli ci avvisa, poco prima dalla visita, che e' fece del predetto torrente Stirone, dentro la distanza delle sei miglia, cioè da A al M (*tav.* 5. *fig.* 4.) e nota varie altezze, alle quali giunse l'acqua di escrescenza, trovate contradistinte ne' tronchi degli alberi lungo le rive, ed abbenchè cotali segni sieno soggetti a non pochi equivoci, nientedimeno quando dapertutto si prendono dall'indizio del lezzo senza confonderli con i segni indicati nelle fabbriche, o su i rivali degli argini, possono bensì lasciare il dubbio della precisa e vera altezza di quella tal piena, ma non già dell'andamento della superficie del fiume, quale dal più al meno sarà stata da per tutto o poco più alta, o poco più bassa. Questa piena adunque riferita dal Barattieri, viene ad osservarsi disposta sopra una linea flessuosa, che incurvandosi mostra la sua convessità verso il fondo ad un terzo incirca del viaggio, passa ad esser concava verso del medesimo fondo, dopo l'altro terzo, declinando poi sempre verso l'emissario M; ed ha un'altezza *massima* HP all'incirca a due terzi di tutto il cammino. Volendo l'Autore spiegare questo fenomeno, ricorre alla varia pendenza del fondo, cosicchè ove questa è minore, come accade nelle parti più vicine allo sbocco, deve accrescersi il corpo dell'acqua ad oggetto, che ne passi per ciascuna sezione una eguale quantità, soggiungendo a questo passo: *E quando non potesse smaltirsi dal medesimo capo inferiore, ed avesse da continuare il viaggio avanti, con la pendenza* cdp, *si alzerebbe maggiormente con l'altezza indebolita sino alla superficie* cflx, *e di vantaggio; se ella perdesse poi affatto la pendenza in passando con la* dp, *si farebbe l'alzamento anco maggiore*. Non si nega che nel caso del torrente Stirone, regolato in L con la soglia fissa di uno strammazzo nelle accennate pendenze dell'alveo, non possano aver luogo le ragioni addotte, ma se al punto L non vi fosse strammazzo, nè per conseguenza la forte chiamata,

che nasce dal dover quivi precipitar l' acqua, allora mancando il declivio inferiore, converrebbe dedursi che la massima altezza della piena fosse per riuscire allo sbocco, e pure non può ciò sempre succedere, nè di fatto succede, come si anderà esaminando. Che non possa succedere, si rileva, mentre se questo sbocco sarà nel mare, non avendo esso altra altezza, che la sua ordinaria, regolata dal flusso e dal riflusso, e dovendo i fiumi per legge di natura appianarsi sopra la superficie di detto mare in qualunque stato essi si ritrovino o di piena, o di magra di acqua, ne nasce, che la di lui massima altezza, debba trovarsi in una sezione non poco superiore alla detta loro foce, come anche effettivamente succede, essendosi osservato accader ciò costantemente in tutti i fiumi, e grandi, e piccioli.

XXV. Volendosi dunque determinare la curva della superficie de' fiumi pieni, supponendo che il fondo venghi rappresentato per qualsivoglia curva, si dedurrà quella della detta superficie nel modo che segue. Sia ADE (*tav.* 5. *fig.* 6.) la curva del fondo, AB sia la prima altezza dell'acqua in uscire dal lago o conserva, SB sia l'orizzontale che passa per lo punto B del detto lago. Si tirino poscia ad angoli retti AG, EG, e questa si produchi in S, sarà AG la lunghezza intiera dell'alveo del fiume eguale a BS; sia GE $= a$, GS $= c$, dunque ES $= a + c = m$; da qualunque punto D si conduchino DQ, DN parallele respettivamente a SE, AG, e chiamata DN $= x$, NE $= y$, sarà DH $= a - y$, e DQ $= a + c - y = m - y$. Dal punto D si conduchi pure DP normale alla curva in D, e si termini nell' orizzontale BS, e chiamisi u, e coll' asse DP si faccia la curva PV delle velocità, simile a qualunque altra che possa essere costrutta in qualunque altro punto fra D ed A, ovvero fra D ed E. Sia il punto X nella superficie dell' acqua di piena, onde DX sia l' altezza viva del fiume $= z$; da' punti D ed X s'inalzino le normali a PD; XZ, DV, che saranno due ordinate della curva delle velocità, cioè la DV rappresenterà la velocità del fondo, prescindendo dalle resistenze, e la XZ quella della superficie, la DV sarà una tangente della curva del fondo nel punto D. S' intenda la curva delle velocità PZV una parabola appolloniana, e sia l'alveo dapertutto della medesima larghezza. Perchè dunque arrivata la piena allo stato di permanenza, deve per tutte le sezioni passare un'eguale quantità di acqua; sarà però ZXDV in DX eguale ad una costante, che sia l' unità, onde sarà $\frac{2}{3} z u^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{3} z \times (u - z)^{\frac{3}{2}} = 1$, per la quale si ha la relazione tra z ed u.

XXVI. Per la costruzione della sovrapposta equazione descrivasi circa l' asse AD (*tav.* 5. *fig.* 7.) la parabola cubica del secondo grado ABC, in cui si prenda a piacere un' ordinata CD. Dal punto C si

tiri CE parallela ad AD, e tra gli asintoti CE, CD, descrivasi l'iperbola GBK, della quale il rettangolo dato sia $\frac{3}{2}$, questa taglierà la parabola predetta al punto B. Sia CD$=u$, EB$=z$, dunque BF$=u-z$, AD per la parabola, sarà $u^{\frac{3}{2}}$, ed AF, $(u-z)^{\frac{3}{2}}$; quindi EC sarà $u^{\frac{3}{2}}-(u-z)^{\frac{3}{2}}$; e per la natura dell'iperbola GBK, sarà il dato rettangolo eguale a EB$\times$EC, ovvero in termini analitici $\frac{1}{2}=z\times u^{\frac{3}{2}}-z\times(u-z)^{\frac{3}{2}}$, oppure $\frac{2}{3}zu^{\frac{3}{2}}-\frac{2}{3}\times(u-z)^{\frac{3}{2}}=1$; lo che ec. Dal che si ricava, che prese infinite ordinate CD nella parabola antedetta, se si descriveranno altrettante iperbole GBK, le ordinate di queste ne' punti degl' intersecamenti con esse parabole, determineranno le corrispondenti z alle ordinate della parabola CD, u.

XXVIII. Sia da ritrovare la massima z; differenziando pertanto l'equazione del numero XXV., sarà $zu^{\frac{1}{2}}du+\frac{2}{3}u^{\frac{1}{2}}dz-z\times(u-z)^{\frac{1}{2}}(du-dz)-\frac{2}{3}(u-z)^{\frac{1}{2}}dz=0$, ovvero $zu^{\frac{1}{2}}du-z\times(u-z)^{\frac{1}{2}}du+\frac{2}{3}u^{\frac{1}{2}}dz+z\times(u-z)^{\frac{1}{2}}dz-\frac{2}{3}(u-z)^{\frac{1}{2}}dz=0$. Se si pone $dz=o$, sarà $u^{\frac{1}{2}}=(u-z)^{\frac{1}{2}}$, cioè $u=u-z$, ovvero $z=0$; qual ipotesi ci farebbe conoscere la massima u, quando vi fosse. Ma ponendosi $du=o$, sarà $\frac{2}{3}u^{\frac{1}{2}}+z\times(u-z)^{\frac{1}{2}}=\frac{2}{3}(u-z)^{\frac{1}{2}}$, nella quale equazione, sostituito il valore di u che nasce dall' equazione soprapposta, sarà noto il valore della massima z. Si prenda Dd (*tav.* 5. *fig.* 6.) infinitesima nella curva del fondo, e chiamisi ds; indi si conduca dT parallela a DQ$=dx$, secondo a quanto fu supposto nel num. XXV. di questo; e perchè i triangoli DTd, DQP sono simili, sarà l'analogia Dd : DT :: DP : DQ, onde $u=\frac{(m-y)\times ds}{dx}$, e per la natura della curva parabolica del fondo eguale anco a $\frac{mds-x^3ds}{dx}$, ma per la stessa causa è anco $ds=dx\sqrt{(1+9x^4)}$, dunque $u=(m-x^3)\sqrt{(1+9x^4)}$: e per avere il massimo, dovendosi fare $du=o$, differenziando il presente di lui ritrovato valore, ne proviene finalmente, fatte le necessarie operazioni $x^4-\frac{2mx}{5}+\frac{1}{11}=0$, equazione da cui potrà restar fissato il punto D, che avevasi, come si era proposto, a ritrovare, sito della maggior intumescenza.

XXVIII. *Scolio*. Più semplice riuscirà la costruzione della curva della superficie di un fiume in piena, quando col Castelli e col Montanari si facciano le velocità nella semplice ragione delle altezze; e

supponendo il fondo, come si è fatto, di figura parabolica cubica del primo grado: contuttociò per niente dissimulare non ben corrispondendo al fatto l'induzione teorica, si passerà a descrivere le osservazioni, che si sono fatte gli anni 1719, 1720, e 1721 nel Po in riflesso principalmente alle di lui somme escrescenze, lo che si è ottenuto mediante la livellazione di tutti i segni, che furono indicati lungh' esso Po dal Tincino al mare; e comechè vi fu pure una particolar attenzione di osservare tutte le variazioni giornaliere, che accadevano al fiume in tutto il corso delle visite, così si è potuto ridurre l'altezza delle dette piene sotto una sola linea, che si è fatta passare per l'orizzonte, in cui fu trovato il pelo del Po alla Buffalora, luogo situato poco inferiormente allo sbocco del Ticino. Ridotte dunque tutte le misure all'altezza di questa superficie si è trovata quella della piena del Po (seguita pochi giorni prima del cominciamento della visita, e che puote dare però un ampio campo di verificare le reali altezze, alle quali era giunta l'acqua) ridotta, come si registra nel numero seguente. Si avrebbe desiderato di marcare anco la linea della memorabile piena 1705, ma non indicati i segni da per tutto a cagione delle molte rotte allora seguite, rimasta interrotta una tal osservazione, non si è stimato proprio di registrarla.

XXIX. Ridotti i differenti peli del Po, a quello delli 30 Novembre 1719, si è trovato, che la piena di dett'anno fu più alta de' peli trovati lungo il Po respettivamente, come segue:

Alla Buffalora	piedi	6.	1.	0
A Trebbia 27 miglia in circa più inferiormente . .	»	6.	0.	0
Al Bergantino di Piacenza due miglia sotto di Trebbia	»	5.	8.	6
A Cremona 22 miglia distante	»	4.	10.	6
A Roccabianca 29 miglia inferiore a Cremona . . .	»	5.	1.	3
Al Taro, discosto da Roccabianca miglia 6	»	6.	6.	0
A Torricella, distante miglia uno e mezzo	»	5.	0.	0
A Casal maggiore discosto da Torricella miglia 11 in circa	»	4.	10.	0
Al Crostolo più inferiore miglia 15 in circa . . .	»	4.	8.	3
A Borgoforte, lontano dal Crostolo miglia 12 . . .	»	9.	9.	3
A S. Benedetto altre miglia 12 più inferiore . . .	»	12.	6.	11
Al Mincio miglia 8 discosto da S. Benedetto . . .	»	10.	8.	5
A Ostiglia dieci miglia più inferiore	»	10.	0.	8
Alla Chiavica della Moglia miglia 11 discosto da Ostiglia	»	9.	6.	2
A Sermide miglia uno e mezzo più di sotto . . .	»	9.	8.	0
A Calto miglia 4 e mezzo inferiormente a Sermide .	»	9.	1.	3
Alla chiavica della Ca rossa miglia 3 lontana . . .	»	9.	6.	1
A Figarólo miglia 2 più inferiore	»	9.	8.	0
Alla chiavica Pilastrese mezzo miglio discosto . . .	»	9.	1.	2

Alla chiavica di Occhiobello posta miglia 7 più inferiormente . . . . piedi 8. 6. 10
A Lagoscuro 3 miglia discosto da Occhiobello . . . „ 7. 4. 6
Alla chiavica di Raccano 8 miglia in circa più inferiormente . . . . „ 6. 11. 11
Alla Polesella mezzo miglio più sotto . . . . „ 6. 9. 6
Alle Papozze 12 miglia discosto . . . . „ 1. 10. 4
Alla punta del ramo di Ariano da mezzo miglio inferiore alle Papozze . . . . „ 1. 8. 2
A Santa Maria di Corbola quasi un miglio inferiormente al detto sito . . . . „ 0. 10. 9

XXX. Dal che appare che la superficie del Po pieno si distende secondo una linea curva, che ha una massima ordinata alle parti di S. Benedetto di Polirone, essendochè, secondo queste osservazioni e computo, ivi la piena riesce più alta di quello fosse alla Buffarola p. 6. 5. 11, e di quello fosse a Santa Maria di Corbola p. 11. 8. 2, e maggiore anco di quello sia stata in qualunque altro luogo intermedio. È da notarsi per altro, che le sopraddette altezze non rispondono quanto uopo sarebbe a' fenomeni, a' quali, come è il dovere, se si voglia stare attaccati, nasce un assurdo, ed è, che il pelo del Po delli 30 Novembre predetto, rilevatesi alla Buffarola accresciuto e diminuito di tutte le giornaliere seguite variazioni, tirate fedelmente da i registri de' protocolli, riuscirebbe allo sbocco in mare più alto del pelo di questo nell'ordinaria marea p. 6. 4. 2, dimodochè le altezze della detta piena inferiormente a Santa Maria di Corbola, starebbero sotto di detto pelo, e secondo il parlar de' Geometri, dopo di quel sito si ridurrebbero ad esser negative, intersecando il pelo del Po a mezza strada fra il detto luogo di Santa Maria di Corbola, e la chiavica della Palata, che riesce 1303 pertiche di Bologna inferiore alla dirittura di detta Santa Maria, onde a questa chiavica, sarebbe stata la piena 1719 sotto di esso pelo piedi 0. 10. 6
Alla Cavanella discosta da detta chiavica miglia 3, e mezzo - „ 1. 2. 10
prendendo un *medio* fra i molti segni di piena ivi osservati.
Alla chiavica Zen miglia due discosta - - - - - „ 1. 2. 10
Alla chiesa della Contarina posta inferiormente alla dirittura di detta chiavica pertiche 670, cioè della chiesa vecchia asportata dalla rotta seguita 1725. - - - „ 1. 2. 9
Ed alla chiesa della Donzella miglia 3 ed un quinto più oltre verso il mare - - - - - - - - - - - „ 6. 4. 2
Il qual sito si trova lontano dallo sbocco del ramo della Scovetta pertiche 1350; nel qual tratto, restando il fiume quasi intieramente

soggetto alla legge del flusso e riflusso del mare, ciò ha fatto, che più oltre non si siano avanzate le osservazioni.

XXXI. E perchè nulla manchi a chi con lodevole curiosità volesse intraprendere il calcolo di quanto si è esposto intorno alla piena del Po, si pongono quivi in serie tutte le osservazioni e delle giornaliere variazioni di esso Po, in tempo della visita, e delle altezze della piena 1719, rilevate con le livellazioni più accurate de' segni lungo esso fiume indicati e riconosciuti.

29 Novembre 1719 allo sbocco del Ticino in Po stava il pelo di questo più basso della piena seguita li 19 del detto mese p. 2. 7. 0	
30 detto fu più basso delli 29. . . . . . „ 0. 6. 0	
Primo Dicembre più basso delli 30 Novembre . „ 0. 7. 0	Piena 1719 più alta del pelo del Po di questo giorno - - - - - - - p. 6. 7. 0
2 Dicembre più basso del primo . . . . . . „ 0. 6. 0	
3 detto più basso del primo sopraccennato . „ 0. 4. 0	
4 detto più basso delli 3 „ 0. 3. 6	Piena a Trebbiana più alta 8. 2. 3 Piena a Piacenza più alta 7. 5. 0
5 detto più basso delli 4 „ 0. 4. 3	
6 detto più basso . . „ 0. 3.10	
7 detto più basso . . „ 0. 3.11	
9 detto più basso delli 7 „ 0. 8. 0	Piena a Cremona più alta „ 8. 3. 0
10 detto più basso . „ 0. 3. 6	
11 detto più basso . „ 0. 3. 9	Piena a Roccabianca più alta - - - - - - - „ 9. 1. 0 Piena sopra lo sbocco di Taro - - - - - - „ 10. 5. 9
12 detto più basso . „ 0. 3. 0	
Osserv. fatte nella Parma: 13 detto più basso „ 0. 1. 9	Piena dal Co. Simonetta più alta - - - - „ 9. 4. 6
14 detto più basso „ 0. 2. 2	
15 detto più basso „ 0. 2. 1	
16 detto più basso il Po delli 15 . . . . . „ 0. 1. 6	Piena a Casal maggiore più alta - - - - - - - „ 9. 8. 3
20 detto più basso delli 16, 0. 4.10	
21 detto più basso . „ 0. 1. 0	
22 detto più basso . „ 0. 1. 0	

26 det. più basso delli 22 p. 0. 3. 8	
31 det. più basso delli 27, 0. 3. 9	
1720 primo Gennaio più basso dell' ultimo Dicembre si suppone . „ 0. 1. 6	Piena a Borgoforte più alta . . . . „ 15. 9. 9
detto più basso delli 31. 2 Dicembre . . . . „ 0. 3. 0	
3 detto più basso . . „ 0. 1. 4	
4 detto più basso . . „ 0. 1. 8	
5 detto più basso delli 2, 0. 4. 9	Piena alla chiavica di Zara più alta . . . „ 18. 8. 7
9 detto più basso delli 5 „ 0. 7. 3	Piena a S. Benedetto più alta . . . . . . „ 19. 6. 1
11 detto più basso delli 9, 0. 4. 9	Piena al Mincio . . „ 18. 4. 8
19 det. più basso delli 11, 0. 10. 2	
20, 21, 22 senz' alterazione	Piena a Ostiglia più alta . . . . „ 18. 7. 1
	Piena a Revere . . „ 18. 5. 9
23 detto più alto delli 20. . . . . . . „ 0. 10. 3	Piena alla chiavica della Moglia . . . „ 17. 2. 4
24 detto più basso . p. 0. 3. 6	Piena alla Massa . . „ 17. 7. 3
26 detto più basso . „ 0. 4. 0	
9 Febbraio più basso „ 0. 9. 6	Piena a Calto più alta „ 18. 2. 5
	Piena alla Ca rossa . „ 18. 7. 3
10 detto più basso . „ 0. 1. 0	Piena a Figarólo . „ 18. 11. 0
	Piena alle Quadrelle . „ 18. 0. 3
11 detto più basso . „ 0. 1. 6	Piena alla chiavica Pilastrese . . . . „ 18. 4. 4
12 detto più basso . „ 0. 1. 0	
14 det. più basso delli 12, 0. 1. 0	Piena a Occhiobello „ 18. 0. 0
15 detto più basso . „ 0. 0. 9	Piena a Lagoscuro . „ 16. 10. 0
16 detto più basso . „ 0. 0. 5	Piena ivi a Lagoscuro „ 16. 10. 10
	Piena ivi ad altro segno 16. 10. 5
17 detto più basso . „ 0 0. 9	
18 detto più basso . „ 0. 1. 9	
21 detto più basso delli 26 Gennaio . . . . „ 1. 3. 6	

e perchè li 16 Febbraio fu trovata la sommità di certo ganghero posto alla porta del Magazzino da olio al ponte di Lagoscuro più alta del pelo del Po p. 17. 2. 9, e la stessa sommità di esso ganghero fu trovata li 17 Marzo 1721 più alta del pelo di detto Po p. 18. 8. 3, ne segue che il pelo del Po di questo giorno fosse più basso di quello delli 16 Febbraio 1720 p. 1. 5. 6, che però

1721. 17 Marzo. Pelo del Po più basso di quello era li 16 Febbraio 1720. . . . p. 1. 5. 6	
18 detto più alto . . ,, o. o. 9	Piena a Raccano più alta . . . . p. 17. 10. 2
	Piena ivi con altro segno . . . . . . ,, 17. 4. 4
	Piena ivi pur con altro segno . . . . . ,, 17. 4. 4
20 Marzo più basso de' 18, o. 4. o	Piena alla Polesella . ,, 17. 10. 6
21 detto più basso . ,, o. 2. 3	
22 detto più basso . ,, o. 1. 9	
27 detto più alto delli 22, 1. 5. 6	
28 detto più alto . . ,, o. 1. 6	
29 detto più alto . . ,, o. 4. o	
30 detto più basso . ,, o. 4. o	
31 detto più basso . ,, o. 3. 6	
Primo Aprile, più basso ,, o. 1. 9	
2 detto più basso . ,, o. 1. o	
4 detto più basso . ,, o. o. 9	
5 detto più basso . ,, o. o. 6	
6 detto più alto . . ,, o. 1. 3	
7 detto più alto . . ,, o. o. 9	
8 detto più basso . ,, o. 1. o	
9 detto più basso . ,, o. 1. 6	
11 detto più basso delli 9 ,, o. 1. 3	Piena alle Papozze più alta . . . . . . ,, 12. 6. 7
12 detto più basso . ,, o. 1. o	Piena alla punta di Ariano . . . . ,, 12. 5. 5
	Piena da Perseghino ,, 11. 8. o
	Piena alla chiavica della Palata . . . . . ,, 9. 10. 9
	Piena alla Cavanella. ,, 9. 11. 6
	Piena alla chiavica Zen ,, 9. 6. 5
	Piena alla Contarina. ,, 9. 6. 6
	Piena alla chiesa della Donzella . . . . . ,, 4. 5. 1

Dalla chiavica della Palata in giù verso il mare, risentendo il fiume assai visibilmente de' moti di esso nel flusso e riflusso, e così abbenchè molte osservazioni vi siano ne' protocolli, registrate per ciaschedun giorno; nientedimeno, si ha stimato più proprio servirsi del pelo delli 12 Aprile sino al mare, per definire sopra di questo l'altezza delle piene, piuttosto che farlo sopra una superficie, che si

trova in una perpetua variazione, tanto più che in tutti i giorni che furono impiegati per il compimento della visita, il Po ch' era ridotto ad una insigne magrezza, non fece mutazione osservabile, nè il mare in questo tempo fu mai agitato dal sirocco, ch' è quel vento che più di ogni altro sostiene l' acqua nel fiume, e lo fa crescere di corpo.

XXXII Ove dunque l' aggregato di un dato numero di scemamenti giornalieri del Po, venghino ad uguagliare l' altezza osservata della piena, ivi sarà il punto d' intersecazione, dopo del quale, crescendo ancora i detti scemamenti, e facendosi sempre men alta la piena a misura dello avvicinarsi al mare, ne deriva l' assurdo, di cui sopra al numero XXX. di questo, si è detto; cioè che l' altezza della piena diverrebbe negativa, e più bassa del pelo del fiume, riportato ad un dato giorno. Così nel caso presente, che può per molti titoli servir di legge, dibattuti i pochi accrescimenti fatti da qualche giorno dal Po, dagli scemamenti occorsi dopo li 30 Novembre 1719, sino li 12 Aprile 1721; sommano questi, come dalla serie del numero precedente si ricava, sottratti gli alzamenti dagli scemamenti once 131, e punti 4, che vagliono piedi 10 : 11 : 6, onde alla chiavica della Palata, tanto doveva esser alto il Po per rapporto alli 30 Novembre 1719; ma se prenderemo una altezza media fra la piena osservata alla suddetta chiavica, e quella notata da Perseghino, si ha essere piedi 10. 9. 4, onde nel luogo intermedio incirca fra la detta chiavica della Palata, e la casa di esso Perseghino, il pelo della piena avrebbe ad intersecare quello delli 30 Novembre, cosa che non può succedere senza l' assurdo predetto: convien dunque credersi, con il fondamento della ragione e dell' osservazione, che i scemamenti giornalieri vadino degradando molto diversamente nelle parti superiori del fiume, rispetto alle inferiori più verso il mare: cosicchè se a Pavia sarà calato da un giorno all' altro il Po due once in grazia di esempio, a Lagoscuro dovrà nello stesso giorno essere scemato molto più. In fatti se dal registro stampato in Bologna col titolo di *Osservazioni per la visita* 1721, si farà il ragguaglio delle alterazioni giornaliere seguite a Lagoscuro contemporaneamente con quelle osservate alla Polesella, abbenchè in non maggior distanza di sette miglia, si vedrà verificarsi l' ineguaglianza di dette alterazioni, essendo per lo più maggiori le differenze trovate alla Polesella delle ritrovate a Lagoscuro, almeno allor quando il Po da un giorno all' altro andava scemando di altezza; di modo che dove dalli 20 Marzo alli 22. si trova a Lagoscuro calato il Po once due e mezzo, alla Polesella si vede scemato dentro lo stesso tempo once 4, ed un terzo; così dove dalli 20 Marzo sino alli 11 Aprile si trovò a Lagoscuro una differenza di once due e punti 9, alla Polesella fu di once 5

e punti 9. Sarebbe stato desiderabile di avere le osservazioni contemporanee di Pavia, e di Lagoscuro, o Polesella per determinare più da vicino il progresso di tali differenze, il che si avrebbe potuto agevolmente fare, se tal vista allora si avesse avuta.

XXXIII. A motivo però di salvare i predetti fenomeni delle piene rilevati in Po, si è proccurato di accostarsi all' andamento reale, che avrà avuto questo fiume il giorno delli 30 Novembre 1719, da Pavia al mare, e sopra questo si sono poi calcolate le altezze della piena, succeduta pochi giorni prima. Per maggior chiarezza sia BD (*tav.* 5. *fig.* 8.) un tratto della superficie del fiume, che s' intendi prolungata indefinitamente in retta linea verso F; AB sia l' altezza dell' escrescenza al sito, ove si sono cominciate le osservazioni, DE sia lo scemamento dell' acqua per il sito D, osservato qualche giorno dopo calata la piena, ed EI l' altezza della medesima piena, rilevata di sopra, ma riconosciuta al sito istesso D. Si tiri Eq parallela a BF, e si determini di qualunque lunghezza. Sia $q\epsilon$ lo scemamento pure del fiume, rilevato nel sito d dopo qualche altro giorno, e Cϵ l' altezza quivi della piena, che sarebbe esatta, ogni qualvolta i scemamenti seguissero in ogni punto, come realmente portano le osservazioni, vale a dire, che tanto calasse l' acqua in d quanto in D, il che si è veduto non reggere alla sperienza, ma essersi osservato, che quanto si avvicina al mare, crescono essi maggiormente, altrimenti supposto AICRp la superficie dell' escrescenza, verrebbe in R ad intersecare il pelo del fiume, quando questo s' intendesse ridotto a quello, che passa per B, principio delle osservazioni. Intendasi dunque BEeH una curva, che passando per sotto il punto E, e qualunque altro posto inferiormente o superiormente a questo lasci la differenza fra l' osservato scemamento, ed il *razionale* (che così chiameremo quello, che avrebbe effettivamente ad essere) e sia questa ϵe, si faccia $dq = \epsilon e$, e per tutti i punti q determinati in questo modo, sia condotta un' altra curva BDqg, che dinoterà l' andamento vero del pelo del fiume ridotto al giorno, in cui si avranno cominciate le osservazioni, e Cq sarà la *vera* altezza della piena per quel tal sito. Per aversi il valore di questa Cq, essendo ella eguale a $C\epsilon + \epsilon e - qe$, ed essendo $qe = de - \epsilon e$, sarà $Cq = C\epsilon + 2\epsilon e - de$. Chiamisi $C\epsilon = a$; $BD = c$; $DE = b$; $BD = x$; $d\epsilon = y$, che equivale alla differenza giornaliera, che va accadendo al fiume, $de = z$. E sia l' equazione della curva BEeH, $z^m = x^n$, ovvero $z = x^{\frac{n}{m}}$, che diviene $b = c^{\frac{n}{m}}$, allorchè l' ordinata de arriva in DE; essendo dunque per la natura di questa curva $c^{\frac{n}{m}} : b :: x^{\frac{n}{m}} : z$,

sarà $z=\frac{bx^{\frac{n}{m}}}{c^{\frac{n}{m}}}=de$, ed $se=de-ds=\frac{bx^{\frac{n}{m}}}{c^{\frac{n}{m}}}+y$, onde dicendo

C$q=p$, sarà $p=a+\frac{bx^{\frac{n}{m}}}{c^{\frac{n}{m}}}-2y$.

XXXIV. *Scolio*. Per determinarsi la curva BEcH, che soddisfaccia a' fenomeni, ne lasci seguire l'assurdo, che accaderebbe conducendo il pelo delli 30 Novembre 1719 per il Po verso il mare col dare ad ogni sito i ritrovati scemamenti, di maniera che la piena con la sua superficie non venghi a tagliare il pelo di esso Po molte miglia superiormente allo sbocco di detto fiume in mare, niun'altra se n'è rinvenuta più a proposito, e che più si accosti della parabola biquadratica del terzo grado col parametro eguale all'unità, la di cui equazione sia $z^3=x^4$, ovvero $z=x^{\frac{4}{3}}$, onde $n=4$, $m=3$, e pertanto $p=a+\frac{bx^{\frac{4}{3}}}{c^{\frac{4}{3}}}-2y$ servirà a dinotare la generale espressione dell'altezza della detta piena ne' luoghi respettivi, servendosi dunque degli scemamenti giornalieri espressi per y della tavola registrata num. XXXI. di questo, e per le distanze adoperando le notate al num. XXIX. pur di questo capitolo, fatti i dovuti calcoli, e ridotte tutte le altezze al pelo delli 30 Novembre predetto, si ritrova (preso lo scemamento DE primo per reale nella data distanza BD) che le stesse corrette avranno ad essere

A Cremona la piena più alta del pelo, che termina alla curva BDqg	piedi	5.	4.	0
A Roccabianca	„	7.	3.	6
Poco sopra lo sbocco del Taro	„	9.	2.	3
A Casal maggiore	„	7.	9.	9
A Borgoforte	„	13.	9.	9
A S. Benedetto	„	15.	11.	1
Al Mincio	„	14.	10.	2
A Ostiglia	„	14.	5.	3
Alla chiavica della Moglia	„	15.	11.	0
Alla Massa	„	15.	6.	11
A Calto	„	14.	9.	1
Alla chiavica della Ca rossa	„	15.	5.	11
Alle Quadrelle	„	14.	11.	11

Alla chiavica Pilastrese	,, 15.	1.	0
A Occhiobello	,, 14.	10.	8
Al ponte di Lagoscuro	,, 14.	0.	0
Alla chiavica di Raccano	,, 12.	11.	10
Alla Polesella.	,, 12.	4.	2
Alle Papozze.	,, 9.	3.	9
Alla chiavica della Palata	,, 6.	11.	11
Alle porte della Cavanella	,, 7.	4.	7
Alla chiavica Zeno	,, 7.	2.	7
Alla chiesa della Contarina	,, 7.	3.	8
Alla chiesa della Donzella	,, 1.	7.	3

XXXV. Ma per descrivere la sopraddetta parabola biquadratica del terzo grado nel fatto del Po, dovranno esser espresse le di lei ascisse, come segue.

A Cremona miglia 51 distante dalla bocca del Ticino, che si prende per primo termine	piedi 2 : 10
A Roccabianca miglia 80 dal suddetto primo termine . . .	,, 5 : 2
Sopra Taro miglia 86	,, 5 : 8
A Casal maggiore miglia 98 ½	,, 6 : 10
A Borgoforte miglia 125	,, 9 : 4
A San Benedetto miglia 137 sempre dal Ticino come primo termine	,, 10 : 6
Al Mincio miglia 145	,, 11 : 4
Ad Ostiglia miglia 155	,, 12 : 5
Alla chiavica della Moglia miglia 166	,, 13 : 7
Alla Massa miglia 167 ½	,, 13 : 9
A Calto miglia 172	,, 14 : 3
Alla chiavica della Ca rossa miglia 175	,, 14 : 7
Alle Quadrelle miglia 177	,, 14 : 10
Alla chiavica Pilastrese miglia 177 ½	,, 14 : 10
A Occhiobello miglia 184 ½	,, 15 : 7
Al ponte di Lagoscuro miglia 187 ½	,, 15 : 11
Alla chiavica di Raccano miglia 195	,, 17 . —
Alla Polesella miglia 196	,, 17 : —
Alle Papozze miglia 208	,, 18 : 4
Alla chiavica della Palata miglia 212	,, 18 : 10
Alle porte della Cavanella miglia 215	,, 19 : 2
Alla chiavica Zeno miglia 217	,, 19 : 5
Alla chiesa della Contarina miglia 218	,, 19 : 6
Alla Donzella in distanza di miglia 223 dalla bocca del Ticino, ove si sono cominciate le osservazioni . . .	,, 20 : 3

XXXVI. La somma poscia delle giornaliere variazioni dell'acqua del Po relativamente a tutti i luoghi suddetti, sono le infrascritte.

A Cremona - - - - - - - - - - - - - - - -	piedi	2.	10.	6
A Roccabianca, e al Taro - - - - - - - - - - - -	,,	3.	5.	9
A Casalmaggiore - - - - - - - - - - - - - - -	,,	4.	4.	3
A Borgoforte - - - - - - - - - - - - - - - -	,,	5.	8.	0
A San Benedetto - - - - - - - - - - - - - - -	,,	7.	0.	6
Al Mincio - - - - - - - - - - - - - - - - -	,,	7.	5.	3
Ad Ostiglia - - - - - - - - - - - - - - - -	,,	8.	3.	5
Alla chiavica della Moglia - - - - - - - - - - -	,,	7.	5.	2
Alla Massa - - - - - - - - - - - - - - - - -	,,	7.	8.	8
A Calto, ed alla Ca rossa - - - - - - - - - - -	,,	8.	10.	2
Alle Quadrelle - - - - - - - - - - - - - - -	,,	8.	11.	2
Alla chiavica Pilastrese - - - - - - - - - - - -	,,	9.	0.	8
A Occhiobello - - - - - - - - - - - - - - -	,,	9.	4.	2
Al ponte di Lagoscuro - - - - - - - - - - - - -	,,	9.	4.	11
Alla chiavica di Raccano - - - - - - - - - - -	,,	10.	11.	2
Alla Polesella - - - - - - - - - - - - - - -	,,	11.	3.	2
Alle Papozze - - - - - - - - - - - - - - - -	,,	10.	9.	5
Alla chiavica della Palata, e sino al mare - - - - -	,,	10.	10.	5

Dal che risulta che il pelo del Po delli 30. Novembre 1719, riportato verso il mare, riesce quasi il doppio più basso di quanto portano le giornaliere osservazioni: qualche divario, che s' incontra nelle altezze delle piene (vedendosi tal volta un' altezza maggiore fra due minori, come quella alla chiavica della Ca rossa, che è di piedi 15. 5. 11, e quella più prossima superiore a Calto di p. 14. 9. 1, e la prossima inferiore alle Quadrelle di piedi 14. 11. 11,) dee rifondersi in qualche sbaglio preso ne' rilievi di queste stesse escrescenze, mentre è incredibile quanto varie sieno le deposizioni delle genti, che s' incontrano sulla faccia de' luoghi. Noi abbiamo con l' ultimo dell' esattezza voluto riportare ciò che si è trovato, lasciando ad altri il campo di depurare queste per altro fondamentali osservazioni, e scoperte.

XXXVII. *Coroll.* Si ricava dalle cose dette, che molto diversa sia la superficie dei fiumi in piena, da quella de' medesimi nello stato di magrezza, essendochè questa viene a derivarsi da una spezie di parabola, che ne' fiumi grandi si accosta ad esser biquadratica del terzo grado, dove il pelo degli stessi fiumi in escrescenza viene a formare una curva di un genere affatto diverso; ne è meraviglia, mentre i fiumi, durando la piena non possono mai bilanciare i loro moti, cosicchè progrediscano con la stessa legge, che agevolmente posson seguire allorchè corrono magri, ed allorchè nuove acque non vengono ad alterarli.

XXXVIII. *Scolio I.* L' anno 1721, essendo io stato spedito dall' Eccelso Senato alla generale visita dell' Adige da Legnago al

mare, per la di lui regolazione, trovandosi allora con quattro rotte aperto il di lui alveo, due dalla parte del Padovano, e due da quella del Polesine, fra le altre cose che eseguendo le commissioni ebbi a cuore, una fu di rilevare esattamente le altezze, alle quali in varj siti era arrivata l'ultima piena; si registrerà quivi il dettaglio tratto dal diario della visita, che esiste in pubblico, ed in cui stanno descritte tutte le osservazioni fattesi nel detto incontro.

1721. 7. Agosto a Legnago	Piena più alta del pelo corrente . . . . p. 5. 4. 0
9 detto al Castagnaro pelo dell'Adige più alto delli 7, p. 0. 0. 6	Piena dopo miglia 7 da Legnago . . . . „ 8. 0. 0
10 detto a Villabuona più alto . . . . . . „ 0. 1. 5	Piena in miglia 1 $\frac{3}{4}$ dal Castagnaro . . . „ 6. 2. 10
11 detto ai Masi più basso . . . . „ 0. 1. 0	Piena in miglia 2 $\frac{3}{4}$ da Villabuona . . . „ 6. 10. 0
12 detto Adige cresciuto . . . . „ 0. 2. 6	Piena alla Bova dell'Adigetto . . . . . „ 6. 5. 5
13. detto alla Rotta Sabbadina calato . . „ 0. 0. 10	Piena in miglia 8 $\frac{1}{2}$ dai Masi . . . .
14 detto Adige più alto „ 0. 1. 5	

A Lusia miglia 14 dalla Rotta Sabbadina piena . . . p. 11. 3. 4
Alla Boara miglia 6 da Lusia piena . . . . . . „ 12. 4. 9
A Borgoforte miglia 8 $\frac{1}{2}$ dalla Boara piena . . . . . „ 11. 9. 7
A Fiume nuovo sotto lo sbocco dell'Adigetto miglia 8 da Borgoforte piena . . . . „ 4. 0. 6
A fossa Bellina miglia uno da Fiume nuovo piena . „ 5. 0. 0
Al Molinazzo miglia 4 $\frac{1}{2}$ da Fossa Bellina piena . . „ 3. 4. 2
Alla Cavanella di Fossone miglia 7 $\frac{1}{2}$ dal Molinazzo piena . . . . „ 3. 2. 9

restandovi sino al mare miglia 4, le quali distanze si sono calcolate a miglia ordinarie del paese di pertiche 833 Padovane l'una di sei piedi per ciascheduna.

XXXIX. *Scolio II.* Appare dunque, che anco nell'Adige vi è il suo *ventre di piena*, o sia il suo *massimo*, e cader questo nelle vicinanze della Boara, arrivando ivi l'altezza dell'escresoenza a piedi 12, 4. 9, ed esser minore in tutte le altre situazioni. Egli è ben vero, che stando, come si è detto, aperti gli argini con le 4 rotte, non poteva il di lui pelo trovarsi disteso sopra una stessa curva, onde nelle parti inferiori, rispetto della prima rotta più superiore mostrava maggior magrezza, di quella che doveva aver realmente, se niuna rotta fosse stata aperta. Che però come si è fatto del Po, non si è potuto calcolare nè l'andamento del pelo, supposto per base

quello delli 7 Agosto a Legnago, nè rilevarsi il degradamento più esatto delle altezze delle piene; contuttociò è indubitato aver egli nelle sue intumescenze, come appunto il Po, il *massimo* predetto, che verrà a cadere in parità di circostanze molto più vicino al mare, di quello faccia l'altro del Po, come facilmente può ogni uno dedurlo dal solo paragone delle distanze.

XL. Nè a' soli fiumi grandi accade l'antedetto fenomeno, di avere la massima altezza delle loro piene in un certo sito, come si è veduto ne' numeri antecedenti, ma lo stesso addiviene ancora a' fiumi picciolissimi; in fatti si è osservato nello Zero, ch'è un picciolo fiumicello del Trevigiano, posto alla destra del fiume Sile, ch'egli pure va soggetto alla stessa anomalia delle piene. Fui a riconoscerlo del 1722, ed avendo cominciate le osservazioni quasi dal suo principio, e continuate sino dove rimane soggetto al rigurgito del mare, cioè sin inferiormente alla villa di Bonisuolo, ho potuto rilevare con la livellazione, che posto il medesimo pelo dal principio al fine, una piena poco prima accaduta, e che aveva lasciato dappertutto ne' tronchi degli alberi manifesti segni della propria altezza, stava come segue.

Poco superiormente del sostegno di Levada vicino al Zerone più alta - - - - - - - - - - - - - - - -	piedi	o. 8. 2
Al mulino allora distrutto di S. Alberto - - - - -	„	o. 11. 6
Al mulino di Zero - - - - - - - - - - - - - - -	„	1. 1. 1
Al mulino di Mogliano al ponte di Zerone nel Terraglio	„	1. 10 3
Al mulino di Marcone - - - - - - - - - - - - -	„	3. 2. o
Al mulino di Bonisuolo . - - - - - - - - - - - -	„	2. 11. 3

Il centro però delle massime escrescenze di questo fiumicello viene a riuscire nelle vicinanze di Marcone, ove cioè si è osservato, che l'altezza della piena stava sopra il pelo ordinario p. 3. 2. o. Egli è per altro vero, che quando furono fatte queste osservazioni, esistendovi sopra di esso Zero tre mulini, distrutti allora gli altri, rostando questi con le loro portine l'acqua, restava effettivamente alterato il reale andamento del pelo del fiume; contuttociò trovandosi i detti mulini superiormente a Marcone, luogo, come si è detto, del centro della massima piena, nè altri essendovene verso il mare, restava l'escrescenza tutta in libertà di bilanciarsi a norma di quelle circostanze, che servono ad alterare, e il di lei corso, e le di lei altezze.

XLI. *Coroll.* Onde i fiumi nelle loro piene si dispongono la superficie in una curva, che avendo un *massimo*, deve per necessità trovarsi presso di questo concava verso il fondo del fiume, potendo poi

averé un punto d'inflessione ne' siti più lontani, dopo il quale rivolge la convessità sua verso del medesimo fondo.

CAPITOLO DECIMO.

Delle resistenze degli alvei de' fiumi, e de' ripari per loro sicurezza sì fatti con palificate, che con materiali di molta gravità.

I. Sia AB (*tav.* 5. *fig.* 9.) la sponda del vaso IHBE ripieno di acqua è da cercarsi il gravame che viene sostenuto da qualunque porzione di esso Bb, oppure dall'intiera linea o lato BE; intendansi descritte le altezze perpendicolari dell'acqua AB, ab distanti fra di loro di un solo infinitesimo, e prodotta ab in d, disegni questa bd il gravame assoluto esercitato dalla detta colonnetta di acqua nel punto b, che può sempre essere proporzionale all'altezza ab nella larghezza del vaso, che sia n, in Aa. Si conduca bC perpendicolare alla BE, e dC parallela a BE, che s'incontreranno in C: costa dalla statica, che questa bC dinoterà il *niso* che farà l'acqua sopra il detto punto b. Dicasi AB $=b$; BE $=a$; E$b=x$; $ab=y$, sarà aE $=\sqrt{(xx-yy)}=z$, e per la similitudine de' triangoli Eab, bdC essendo bE : aE :: bd : bC, essendo n la larghezza del vaso, sarà la bd espressa per $nydz$, onde l'analogia suddetta sarà in termini analitici $x:z::nydz:b\text{C}=\frac{nyzdz}{x}$, e tutte le bC esprimenti tutti i *nisi* o *conati* dell'acqua contro della sponda del vaso saranno notate per $\int\frac{nyzdz}{x}$. Ma per la similitudine ancora de' triangoli Eab, EAB essendo BE : AB :: bE : ab, cioè $a:b::x:y$, ed $x=\frac{ay}{b}$, ed $xx=\frac{aayy}{bb}$, se questo valore verrà sostituito nella formola ritrovata, diventerà dessa $\int\frac{nydy\times(aa-bb)}{ab}$, ed integrando sarà $\frac{nyy\times(aa-bb)}{2ab}$, quantità che potendosi porre eguale a p, sarà l'equazione $yy=\frac{2ab}{n\times(aa-bb)}\times p$ alla parabola. Per la di cui costruzione si faccia AB + BE : 1 :: 1 : M, dipoi M : n :: BE — AB : Q, e finalmente Q : AB :: 2BE : R, ed intendasi descritta la parabola conica SD, il di cui parametro sia R, se l'ordinata DC si dirà y, sarà soddisfatto all'equazione suddetta, mentre per la

natura della parabola $R \times SC = yy$ (*tav.* 5. *fig.* 10.), ma $R = \frac{2ab}{Q}$, e $Q = \frac{n \times (a-b)}{M} = \frac{n \times (a-b)}{\frac{1}{a+b}}$, dunque $R = \frac{2ab}{n \times (aa-bb)}$, e per tanto $\frac{BC \times 2ab}{n \times (aa-bb)} = yy$, adunque il *conato* totale, allorchè $y = b$, sarà eguale a $\frac{nb \times (aa-bb)}{2a}$, tutti però essi *conati* saranno espressi per le ascisse SC, ed il totale gravame sarà allorchè SC vale $\frac{nb \times (aa-bb)}{2a}$.

II. Che se in vece di supporsi la sponda BE formata con linea retta, si voglia piegata in una qualunque curva $BbsE$ (*tav.* 5. *fig.* 11.), si ritroverà il *conato* dell'acqua come segue. Poste le stesse cose come nel numero precedente, facendo però $aE = z$, $bE = x$ esprimente la lunghezza della curva da b in E, sarà per la nota proprietà delle tangenti $aM = \frac{ydz}{dy}$; (essendo $ns = dz$, e $bn = dy$) $bM = \frac{ydx}{dy}$; onde per i simili triangoli Mab, bcd, sarà l'analogia $bM : aM :: bd : bc$, cioè $\frac{ydx}{dy} : \frac{ydz}{dy} :: nydz : bc = \frac{ny(dz)^2}{dx}$, e tutte le $bc = \int \frac{ny(dz)^2}{dx}$.

III. *Corollario I.* Si concepisca a cagion di esempio la data curva BE una parabola, la di cui equazione $z = yy$, il qual valore sostituito nella formola precedente dà $\int \frac{4ny^3 dy}{4yy+1}$, ed il suo integrale $\frac{n}{3 \times 4} \sqrt{(4yy+1)^3} - \frac{n\sqrt{(4yy+1)}}{4} + A$, e posto $y = 0$, allorchè il *conato* sia eguale a zero, sarà $A = \frac{1}{6}n$, che però in tal caso l'integrale completo sarà $\frac{n}{12} \sqrt{(4yy+1)^3} - \frac{n\sqrt{(4yy+1)}}{4} + \frac{1}{6}n$, dal che si ricava, che la detta parabola non possa cominciare nella superficie dell'acqua, ma sotto di questa ad un sesto della larghezza del vaso.

IV. *Coroll. II.* Qual formola $\int \frac{nydzz}{dx}$ dà ancora la prima del numero I. di questo capitolo, mentre praticate le necessarie sostituzioni divenendo la curva una linea retta, sarà $z = \frac{ydz}{dy}$, e $y = \frac{zdy}{dz}$,

ovvero $dz = \frac{zdy}{y}$. Parimenti $\frac{ydx}{dy} = x$, ovvero $dx = \frac{xdy}{y}$, onde $\int \frac{ny(dz)^2}{dx} = \int \frac{nzz(dy)^2}{yydx} = \int \frac{nyyzz(dy)^2}{yyxdy} = \int \frac{nzzdy}{x}$; ma $x = \frac{ay}{b}$, dunque $\int \frac{nzzdy}{x} = \int \frac{bnzzdy}{ay}$, e $zz = xx - yy$, ovvero $zz = \frac{(aa-bb)}{bb} \times yy$, adunque $= \int \frac{nydy}{ab} \times (aa - bb)$, come in detto numero primo.

V. Sia da trovarsi il gravame, che risente un argine, la di cui scarpa verso il fiume, si suppone a maggiore facilità retta, e che formi con l'orizzontale un angolo di gradi 40, cioè l'angolo AEB (*tav.* 5. *fig.* 9.) L'altezza perpendicolare AB sia di piedi 32, e sia d'aversi prima il valore di $y = b$ per tre differenti posizioni, col dividere cioè tutta la scarpa dell'argine BE, che si suppone di piedi 50 in cinque parti; onde il primo valore di y dopo AB di piedi 32, come si è detto, sarà di piedi 25 prossimamente. Il secondo valore di y, facendo $Eb = 30$, sarà piedi 19. Il terzo piedi 13, ed il quarto sarà piedi 6; quai valori sostituiti nella formola $\frac{nyy \times (aa - bb)}{2ab}$ danno respettivamente 472; 288; 166; 78; 17; e o. Supponendo $n =$ ad un piede, dimodochè questi numeri rappresentano tanti piedi cubi d'acqua, che aggravano respettivamente l'argine dalla sommità dell'acqua sino all'assunta y, cosichè saranno sempre minori a misura che detta y si prenderà più vicina alla sommità E, sino a ridursi in nulla a fior di acqua. E perchè secondo le osservazioni del Guglielmini un'oncia cubica di acqua pesa grani 786 del peso di Bologna, il primo numero però conterrà once cubiche in circa 815600, cioè libbre di Bologna 83470 nella supposizione posta al numero XIX. del capitolo secondo; dal qual peso vien gravata la parte più bassa dell'argine delle cinque, nelle quali s'intende diviso. Il secondo numero 288 avrà once cubiche 497700, che fanno libbre 50930. Il terzo numero 166 avrà once cubiche 286800, cioè libbre 29360. Il quarto numero 78 avrà once cubiche 134800, o libbre 13790; ed il quinto numero 17 darà once cubiche 29370, cioè libbre 3006.

VI. Se tale è il momento, che l'acqua stagnante esercita contro degli argini, non dissimile dev' esser quello anco dell'acqua corrente lungo le rive, mentre quando il di lei corso sia parallelo a queste, cade tutto lo sforzo della velocità, ch'è ciò per cui la corrente differisce dalla stagnante acqua, a vantaggio del moto progressivo, e nulla si esercita contro delle sponde, ond' egli è lo stesso,

rispetto a queste, come se ess' acqua si trovasse in una perfetta quiete, e che non le aggravasse se non col proprio peso, e con la sola forza d' inerzia. Potrebbe dir tal uno, che quando la cosa fosse così, non mai seguirebbero le corrosioni negl' argini, le quali si veggono esser un manifesto effetto della velocità dell' acqua; al che si risponde, che quando l' argine fosse perfettamente liscio, e formato di terra ben collegata e densa, non potrebbe mai accader la corrosione, la quale in tanto succede, in quanto essendo le rive scabre, ineguali, e con moltissimi risalti, la corrente urtandovi pone l' acqua in vortice, l' apice del quale trivellando il fondo, lo scalza, e fa rovinare, e da un tal effetto ne provengono poi nuove inegualità, e nuovi impedimenti al corso, i quali quanto più sono vicini ad esser a piombo, tanto più vagliono ad eccitare i vortici, ed a promuovere l' intacco, formando poi ciò, che nel Po specialmente chiamasi *froldo*. In oltre si dice, che le dette corrosioni seguono per l' ordinario nelle lunate o svolte de' fiumi; ed in particolare allorchè sono desse assai acute, nel qual caso viene l' acqua in certo modo ad urtar di petto, se non nell' argine, al certo nell' acqua, che ad esso sta a ridosso, lo che fa, che il momento di questa si venghi in qualche modo ad accrescere, se non quanto farebbe se l' acqua affatto libera vi urtasse, almeno accrescendo l' energia del proprio peso, non però in grado che sia molto maggiore della semplice pressione, mentre, come si è detto al numero VIII. del capitolo VII. qualunque siasi l' andamento della riva, l' acqua a questo si accomoda in maniera, che va anch' essa piegandosi col suo corso con direzione parallela alla riva medesima, senza darvi altro carico, che quello del proprio peso.

VII. Ciò che fu generalmente indicato al num. VI. del capitolo VII. conviene ora più particolarmente aversi in riflesso per rintracciare con il grado della forza dell' acqua, che spinge e carica, quella ancora de' ripari, che resiste e contropera. Universalmente è vero che nel canale X*c*TS (*tav.* 5. *fig.* 12.) correndo l' acqua da X al *c*, se questo corso sarà in qualche modo impedito coll' *obice* fermo KL, o HI, oppure OP, il momento dell' acqua contro di esso *obice* sarà in ragione composta dello spazio occupato dall' acqua per un certo tratto superiormente all' *obice* stesso, e del quadrato della velocità di dett' acqua, tanto venendo comunemente ricevuto dagli statici; ma concretando il discorso a ciò, che realmente succede ne' fiumi, alla riserva delle punte L, I, P degli *obici*, non risente il riparo nelle altre di lui parti, l' energia del momento predetto, ma solamente quello del peso dell' acqua: imperocchè dovendo questa restar senza moto, o come si chiama di *molente* per lo spazio XLK, ovvero ZIH, oppure YOP, si formerà in XL, ZI, YP una curva, secondo cui movendosi l' acqua, essa curva a misura dell' *obice* sarà più

esteso verso della corrente del fiume, ed avrà il vertice più distante dall' attaccamento che detto *obice* fa con la riva, cioè per KL, ch' è il più lungo in X distante da K per lo spazio KX. Ma per l' *obice* *b*I minore, per lo spazio *b*Z. Ed in fatti ci ammaestra la sperienza non vi esser pennello (così dicendosi tali *obici* nel linguaggio di questi paesi) che non fermi dentro di certi limiti e superiormente, ed inferiormente ad esso delle materie, di quelle cioè, che dall' acqua vengono portate. Circa al corso poi, che l' acqua acquista alla punta de' pennelli, si è veduto nell' incontro della visita del Po 1719, quanto moto concepisce dessa alla testa de' moli fatti a' prismi, formati avanti della città di Piacenza contro le corrosioni del Po, rimanendo nelle altre loro parti con l' acqua a collo senza moto, e ridotta del tutto molente.

VIII. La forza dunque di cotali ripari si calcolerebbe assai eccedente, quando si volesse che fosse come il prodotto del quadrato della velocità nello spazio occupato da quell' acqua, che viene a ferire il pennello: cosa, che solamente può seguire per un qualche tratto verso della di lui punta, nè verso della riva altro tormento non potrà risentire, che qualche peso dall' acqua se la superiore si rimanga per un poco più alta dell' inferiore per di dietro il riparo; lo che anco si farà manifesto, quando si rifletta, che l' acqua stagnante superiormente al pennello, contro di cui si scarica l' impeto della corrente, non può comunicare il moto alle vicine parti in quel modo che accade allora che un corpo solido percuote altri corpi pur solidi collocati nella medesima direzione. Egli è ben vero, che l' acqua in correre urtando nella stagnante XKL, ZHI, ovvero YOP, essendo più veloce verso le punte de' pennelli, che verso la riva, può agevolmente eccitar de' vortici, i quali quando siano di tal numero e forza da accostarsi al sito ove è piantato il pennello, impedirebbero non che le deposizioni e gli atterramenti in detto luogo, ma cagionerebbero della molta profondità a piedi del riparo, col ridurlo in breve tempo a molta debolezza e pericolo di rimaner distrutto, avegnacchè scalzato che fosse, sarebbe reso inutile a reggere al carico dell' acqua, nè meno operando ella col solo di lei peso, non che con la violenza del corso. A tal sorta d' inconvenienti rimangono esposti principalmente que' pennelli che formano angolo acuto con la riva dalla parte superiore, come HI; nè da un tal disordine vanno esenti quelli, che stanno collocati alla medesima riva perpendicolari, come *b*I, e meno di tutti quelli che si piantano ad angolo ottuso con essa riva come OP, i quali quanto più sono dolci, o posti a seconda del fiume, meno sempre restano soggetti al predetto sconcerto.

IX. La forza de' vortici, non altrimenti che nell' aria allorchè d' essa forma i turbini e le bisciabove, è molto insigne nell' acque

correnti. Si pongono queste in un moto circolare, abbandonando il rettilineo qualunque volta incontrano un *obice*, che al loro moto progressivo resista; nel qual caso convertendo la direzione rettilinea in circolare, si forma una figura conica, ponendosi in giro l'acqua coll' inclinarsi spiralmente dalla superficie al fondo in cui termina o con l'apice del cono, ovvero prima che questo vi arrivi, trivellandolo e profondandolo con un' estrema violenza o al piede dell' obice, da cui ha avuto origine il vortice, o da questo non molto lontano. Non tutti però gl' impedimenti posti nel fiume generano i vortici, ma quelli solamente che sono posti o a piombo, o poco fuori del perpendicolo, come sono in grazia di esempio le palificate o disposte in paradori, o in pennelli, gli angoli salienti delle muraglie ed altri consimili: ogni galleggiante che discorra a questi contiguo, ne viene rapito, e strascinato al fondo con molta violenza. Se però le acque correnti non hanno insigni profondità, la forza della penetrazione de' vortici non è di molto riflesso, come ben lo è quando l'altezza viva dell' acqua è molta, e ne deriva da ciò, che possiamo sostenere le palificate ne' fiumi profondi da 8 in 10 piedi, ma non già in quelli che ne hanno 20: la ragione si è, che operando in tali turbini d'acqua la sola velocità perpendicolare, il di cui grado viene determinato dall' altezza maggiore o minore dell' acqua medesima e niente contribuendo la circolare, che può esser considerata come data e costante, e prodotta dal solo moto progressivo del fiume, è palese, che l'azione non si può render molto sensibile se non in grande altezza. Per altro la circolare non agisce, se non nell' urtar di fianco l'*obice* che incontra, o sia di un solo vortice più dilatato, o di molti minori, ne' quali tal volta si suddivide; ma è facile da vedere, che se il danno cagionato da' vortici non consistesse, che nell' impressione laterale contro de' ripari, facil sarebbe il difendersene; ma il caso si è di doversi resistere alla forza della penetrazione che fanno essi vortici contro del fondo, scalzando irreparabilmente il riparo, onde vengono giustamente i vortici riputati da tutti i più saggi idrometri, *la peste de' fiumi*, senz' aversi pur anco trovato forza, che resister vi possa, ed allora principalmente quando il fondo del fiume si trova sabbioniccio; tutto lo studio però esser deve nell' impedire, che non si generino.

X. Per determinare adunque il più precisamente, che sia possibile qual forza vi sia nell' apice de' vortici, e qual incremento essa prendi in questa parte, si potrà supporre esso vortice, come fatto da una spirale intorno ad un cono. Essendo dunque manifesto, che per qualunque curva discenda un grave, non ha, prescindendo dalle resistenze, ne può avere mai maggior velocità di quella che acquisterebbe discendendo per la perpendicolare; e dovendosi però prendere

da quest' azione la forza del vortice in riguardo alla velocità, se s' intenderà il vortice formato DFAG (*tav.* 5. *fig.* 13.) di cui la superficie al pelo dell' acqua DEG, il vertice A; sia Dcb la spirale descritta dal moto vorticoso dell' acqua inclinata al piano orizzontale coll' angolo formato dalla tangente di essa spirale nel punto D, e dal piano orizzontale DEG. Siano AE, Ae due linee infinitamente prossime, che partendo dal vertice A terminano nella base DGE, formando l' angolo infinitesimo EAe. Si faccia passare per il punto b, ove Ae taglia la spirale, il circolo Fb parallelo a DG; e chiamisi EC $= y$, BC $= dy$; FB $= x$, Bb $= dx$. La velocità circolare in FB con cui devesi intendere che l' acqua si muova sempre con direzione parallela a DG $= u$, ma questa sia data e costante. Essendochè dunque lo spazietto CB, sarà percorso con la velocità $\sqrt{EC} = \sqrt{y}$, e lo spazietto Bb con la velocità u, e tutti e due nel medesimo tempo; per tanto sarà l' equazione $\frac{dx}{u} = \frac{dy}{\sqrt{y}}$, ed integrando $\frac{x}{u} = 2\sqrt{y}$, ovvero $xx = 4uuy$, equazione ch' esprime la natura della spirale DCb formata dal vortice.

XI. E perchè le forze sono come i quadrati delle velocità, sarà essa forza $f = y = \frac{xx}{4uu}$, vale a dire in ragione diretta del quadrato dell' altezza EC, e reciproca del quadruplo del quadrato della velocità costante circolare FB, ovvero perchè è data questa velocità in ragione del quadrato di dett' altezza.

XII. *Scolio*. Sia $x = 4$ piedi, ovvero quarantotto once, sarà la forza in tal punto come 2304; e se $x = 5$ piedi, ovvero once 60, sarà dessa eguale a 3600; se poi la forza predetta sia $=$ piedi 6, cioè a 72 once, valerà la forza 5184; onde resta assai chiaro il grande aumento che riceve il vortice a misura della di lui profondità, di modo che il doppio di altezza porta quattro volte più di forza.

XIII. *Coroll.* Resta poi manifesto, che quanto maggiore sarà la velocità dell' acqua corrente del fiume, i vortici succederanno di diametro più dilatato, valendo il quadrato di essa velocità per la forza tangenziale da descrivere la spirale, o per meglio dire quel circolo, che risponderà ad un dato punto di essa spirale, ed è manifesto altresì, che quanto maggior copia di acqua sarà posta in giro, che di più durata sarà il vortice; qualunque però siasi l' ampiezza di questo in pari altezze, sarà eguale l' effetto, se non in riguardo del grado, certamente in rapporto del tempo.

XIV. Si può ricavare da quanto ne' numeri precedenti si è detto, che dove si eccitano i vortici, a misura che il fondo è lontano dalla superficie, tanto maggiore segua l' effetto dell' escavazione. Siano i fondi variamente inclinati AF, AL, AM (*tav.* 5. *fig.* 14.); la

superficie dell' acqua AB, e s' intendino formati i tre vortici C, D, E; soffrirà da questi più il fondo AM, del fondo AL; e questo più del fondo AF, essendochè per li numeri X. e XI. di questo, le forze in M, L, N, K, O, I, sono ben maggiori della forza del vortice respettivamente in F, G, H, cosicchè in grazia di esempio, se condotta la FO dall' intersecazione F all' apice O del vortice EO sia questa parallela all' orizzonte dell'acqua BA, sarà la forza in O per escavare il fondo, egnale alla forza del vortice CM in F, ma la forza in F è molto minore della forza in M, dunque la forza in O, anch' essa è molto minore della forza in F.

XV. Se dunque il fondo, o riva AM fosse assai tormentata dall' azione di tali vortici C, D, E, e si volesse pensare a ripiegarvi. Se noi vi piantassimo de' pali perpendicolari alla superficie dell' acqua come FM, GN, HO, non già levaressimo l' effetto pernicioso, ma piuttosto lo verressimo ad accrescere, imperocchè urtando l' acqua in tali nuovi *obici*, si ecciterebbero nuovi vortici, che avendo libero spazio di agire sopra della riva AM nelle altezze come prima, produrrebbero lo stesso e maggior effetto, e ben tosto si vedrebbero scalzate e sconvolte le palificate, che per togliere lo sconcerto vi fossero state poste. Bensì o si leverebbe affatto, o molto si minorerebbe, se sopra la predetta riva piantati più ordini di pali, come FM, NG, OH, sopra vi fosse conficcato un forte tavolato AF, il quale impedendo il progresso dell' apice de' vortici, e togliendo loro la forza in F, G, H, darebbe campo, con qualche altro lavoriere superiore, di empirsi tutto lo spazio FAM, e con ciò riducendosi la riva meno acclive, meno restarebbe esposta al dirupamento. Egli è ben vero, che non tutti i fiumi, ed in ispezie i grandi soffrirebbero un tal ripiego per non dar tempo e modo di ergere il riparo che sia forte e consistente; ne' mediocri però e piccioli, e molto più ne' temporanei possono riuscire di molto utile tali difese, le quali facilmente volle indicare il celebre Montanari in certe scritture sopra le acque, nelle quali esaltava sopra di ogni altra cosa per ovviare alle corrosioni ed intacchi, che i fiumi fanno alle rive, i ripari piantati obliquamente, anzi si espresse di pensare al modo di figere anco obliquamente i pali, ben conoscendo che la perpendicolarità di questi, serve molto ad accrescere i sconcerti de' fiumi in vece di toglierli.

XVI. *Scolio*. Quindi è, che ne' fiumi grandi come v. g. il Po non potendosi per lo più lavorar con palificate, ho io introdotto il piantare in vece di dette palafiçate, i moli di gabbioni, che avanzandosi secondo una certa direzione verso il filone del fiume, abbiano scarpe sì dolci da proibire la formazione de' vortici. Così avendo avuto a coprire alla Contarina la gran Coronella, che ivi fu formata

potrebbero pretendere maggior scolo, non solo di quello, ch' avranno nel Po restituito, ma nè anche di quello, che hanno di presente.

Dico secondo, che in quattro modi, e non più, si può scolare la destra del Po, e questo, ovvero nel tempo, che le valli restituiranno l' acque chiare, che riceveranno torbide, ovvero dopo che i torrenti sboccheranno in Po restituito. Il primo modo è nel Po: il secondo andando al mare: il terzo in una parte della valle Saverna, divisa dal resto con buon argine, e con una chiavica a testa d' asino: il quarto nelle valli di Comacchio, mediante una tromba sotto il Po. Quest' ultimo è il desiderato da' Bolognesi, come il più utile ed io anche lo confesso, ma è il manco riuscibile di tutti, anzi il più dannoso. Questo parerà un paradosso, e pure la verità credo, che sia così, perchè la spesa, la quale conviene, che sia grandissima, non può corrispondere all' utile, che d' indi ne seguirà, si consideri la spesa che si farebbe per mettere ciò in pratica, e poi potranno risolvere se metterà conto il farlo. Prima bisognerà condurre l'acque loro sino per riscontro al luogo, dove avranno a passare sotto il Po, il che sarà necessariamente oltre il molino de' Bentivogli a Longastrino in circa, acciocchè non entrassero nella valle, se non oltre l'argine del Mantello. Qua, dopo l' aver divertito il Po per un altro cavo da farsi, si avrà a fabbricare una tromba, in lunghezza di pertiche 70. in circa, 40. per l'alveo del Po, 20. per li due argini di esso, e 10. per l'imboccatura, e sboccatura, ed in larghezza più di quello dicono, perchè non decaderà la tromba, come pensano, avendo prima andar sotto, e poi saltare su sforzatamente. Per piantar questa fabbrica bisognerà profondare tanto, quanto importeriano p. 12. sotto il fondo delle valli di Comacchio, perchè si avrà a lasciar libero per il fondo del Po sino a livello del fondo di dette valli, poi tra esso fondo, e la superficie superiore del volto vi avrà da essere almeno p. 4. di ghiarra, il corpo del volto almeno p. 1, il vacuo p. 5, ed il fondamento p. 2. Ora chi è colui, che voglia pigliar a fare sopra di se tal fabbrica con questa profondità? In sito circondato da tanti mari, con quella spesa, che pensano i Bolognesi? Quali macchine saranno bastanti per ismaltir l' acqua, che vi concorrerà? Lascio poi, che al sicuro non si troverà buon fondamento, e lascio, che oltre la tromba di pietra, bisognerà ve ne sia una murata dentro di forti legnami, altrimenti, per il troppo carico dell' acqua, che violentemente avrà da salire quella di pietra si romperebbe ben presto: ma quello che importa, è che necessariamente bisogna, che tutta questa fabbrica sia finita in due mesi in circa, altrimenti si correrebbe pericolo con le nuove acque sopravvenienti di rovinare ogni cosa. Aggiungasi pure un argine lungo più di 20. miglia, forte, ed atto a resistere alle fortune del mare, che converebbe

fare per dividere quella parte di valle, che se gli concedesse. Aggiungasi il taglio nel continente fra la detta valle, ed il mare. Aggiungasi una chiavica, come un' altra di Bell' occhio. Aggiungasi poi infinite altre spese annue per il mantenimento, e guardia, e per la concessione della valle, ed altre simili; mettiamo ora tutte queste spese insieme, e paragoniamole all' utile di quel vallume, che si scoprisse più di quello che si scoprirà scolando nel Po, e vediamo, se ciò mette conto, poichè questo è un vallume in sito piano sottoposto a ruine ordinarie de' fiumi, che gli sovrastano, che non sarà mai buono ad altro, che produrre giunchi, lischi, e simili erbacce, e chi li seminasse, sarebbe sorte, se raccogliesse; in somma bisogna sgannarsi, e confessare, che non solo questo territorio, ma anche quello, ch' è già scoperto vicino alle valli, non valerà mai niente, se non si bonifica per replezione, ed a questo dovrebbero attendere, giacchè la natura gli porge sì bella occasione di farlo con tanta facilità, e poca spesa, e quando questo si facesse, lo scolo del Po gli sarebbe di vantaggio, e così riceveriano da un' istessa operazione due importanti utili, lo sparagno d' una intollerabile spesa, e la perfezione del territorio, che sarebbe atto ad ogni seme, sicuro da ogni rotta de' fiumi, e libero nello scolo per qualsivoglia inondazione, che avvenisse, e certo ch' è cosa degna di maraviglia il sentir dire, che si voglia bonificare una valle per essicazione con spesa grande, potendolo fare con poca per replezione, essendo che *caeteris paribus*, questa si preferisce da chi s' intende d' agricoltura senza dubitarne punto; ed anche con qualche spesa di più, quando la valle essicata non fosse più che sicura dalle inondazioni, e libera nello scolo, come non sarebbe questa, che per non aver caduta in se stessa per arrivare collo scolo al suo fine, sempre al tempo delle piogge si sommergeria; ma in ogni caso, quando pure si voglia tentare questa maggiore essicazione, dico, che si debba più presto scolare nella Saverna, poichè la spesa è senza paragone minore, la riuscita sicura, e l' utile quasi l' istesso, non essendovi altra differenza, se non che si allunga la linea dello scolo 5. miglia in circa di più, poichè da questo luogo della tromba alla valle di Comacchio vi sono due miglia, e fino alla Saverna ve ne sono sette, e forse manco; ma se valesse il mio consiglio non si farebbe nè quella, nè questa spesa, e mi contenterei di quello, che si contentarono gli antichi, i quali, quando vollero di più, si valsero del benefizio de' torrenti, e riempirono tutto quel territorio, che oggi si vede, e l' istesso possono fare li moderni, se vogliono, e se non vogliono io mi contenterei dello scolo nel Po, con assicurarmi dell' escrescenze, ed inondazioni sue, pigliando una latitudine conveniente della valle, per ricettacolo degli scoli divisa dal resto con un buon argine, e con la

sua chiavica, e porta, per serrarla in tempo dell' escrescenze, e per aprirla poi quando fossero cessate.

Al secondo rispondo, che non potranno mai ricevere danno alcuno, perchè in tanto, che entra un torrente in una valle, ricettacolo de' scolatoi delle campagne superiori, può portar danno alle dette campagne, in quanto che o farà gonfiar la valle, o otturerà li condotti di detti scolatoi; nè l' uno, nè l' altro può essere; ergo non può far gonfiar le valli, perchè si suppone dargli esito reale per il Po (1), sicchè quanto n' entrerà in esse, tanto ne uscirà; non può impedire la strada alli scolatoi, perchè tra l' una, e l' altra linea de' torrenti, che si farà, vi si potrà lasciare tutto quello spazio, che si vorrà (2); il che meglio col disegno in mano si potrà vedere.

Replicherano, che andando il torrente per la valle è necessario, che quel corpo di più faccia gonfiare la valle, il che non farebbe, se andasse dritto incassato nel Po.

Rispondo, e nego, che non facesse l'istesso andando per altra strada perchè *paria sunt* quanto al far gonfiar la valle, l' andare il torrente in essa, ed immediatamente con essa congiungersi, ovvero il congiungersi poi al luogo dell' esito. Se il torrente andando da se in Po conseguisse il suo fine diverso da quello della valle, sarebbe vera la proposizione fatta, ma non è così, perchè tutti e due in ogni modo si troverranno insieme nel luogo necessario per lo sboccamento della valle, dalla positura del qual luogo, e sito vien regolato il crescere, ed il calare della valle, conforme alla quantità maggiore, o minore, che ivi si troverà, e che da qualsivoglia parte vi concorrerà, ma dichiariamolo con un problema, discendendo al particolar nostro, acciò meglio s' intenda, poichè la cosa importa molto per altre conseguenze, che da questa si deducono: l' esito della valle d' Argenta sia l' alveo del Po a S. Biagio, questo abbia tre gradi da smaltire l'acque della valle, l' uno più alto dell' altro, li quali corrispondono a tre gradi di superficie d' essa valle, l' una più bassa dell' altra. Quando la superficie della valle sarà in equilibrio col primo grado dell' esito, questa sia in primo grado bassa, e quando sarà in equilibrio col secondo, sia anche ella nel secondo grado men bassa, e così nel terzo: ora poniamo, che non corra nel Po l' Idice, e solo scoli l' acqua ordinaria della valle, e che però essa valle resti in primo grado bassa,

---

(1) Si suppone dar esito reale alle valli per il Po con far uscire tant' acqua, quanta n'entrerà in esse del Reno, ma adesso coll' otturamento delle chiaviche, o buove esce appena per lambicco.

(2) L' elevazione dell' acque nelle valli causa ormai, che tutto il paese tra un torrente, e l'altro resta sommerso. Onde non vi rimane alcuno spazio aperto per istrada, e sfogo degli scolatoi.

perchè sii equilibrata solo col primo grado dell' esito; venga l' Idice dritto per il continente, ed entri nell' alveo del Po al Traghetto, e poi venga a S. Biagio, dove trovi l' esito occupato sino al primo grado, e che esso Idice abbia tanto corpo, che l' occupi sino al secondo; certo che la valle bisognerà, che si alzi sino al secondo grado della sua superficie. Venga poi il Po, ed occupi sino al terzo grado dell' esito; certo che la valle si alzerà sino al terzo grado della sua superficie, eppure nè questo, nè quello sono entrati in essa valle, perchè quelli non avriano maggior corpo andando per la valle, che fuori di essa, l' alterazione del qual corpo è la sola causa di fare alterare l' esito, dal quale, come registro, dipende l' alterazione della valle, sicchè si tocca con mano, che niente affatto importa al gonfiare della valle, che altro corpo d' acqua in essa vi entri, o non vi entri, quando che necessariamente hanno a ritrovarsi insieme al luogo d' un istesso esito. Diranno, che sarà se si riempisse di terra tutta, o la maggior parte della valle? Rispondo, che a loro basta tanto sito aperto, quanto sarà necessario per condurre li suoi scolatizi, è ben vero, che in quel caso perderiano quella caduta, che bisogneria dare all' acqua che per via di moto averia d' andare all' esito, la quale prima si sparagnava, perchè l' incorporava con la valle, la quale in tutte le sue parti era equilibrata all' orizzonte; ma noi non trattiamo d' interrire tutta la valle, ma sola una lingua sufficiente per la condotta sicura del torrente (1). Ma a questo anche oppongono, dicendo, che dopo fatta la linea, e dopo che i torrenti sboccheranno in Po gli daranno danno; perchè faranno delle rotte, e riempiranno, ed impediranno i loro condotti. Rispondo, che come si è detto, non si avranno a spignere innanzi incassati, sino che non possono andare fra terra, e però in ogni altro luogo potranno rompere, fuori che in questa nuova linea, ed in ogni caso è facile il provvedere, che tale rotta non si distenda, se non tanto quanto si vuole, come appunto hanno saputo fare li terrazzani della Molinella, li quali hanno trattenuto l' inondazione, e l' interrimento dell' Idice in altezza al pari de' tetti delle case loro, acciò non precipitasse nella detta terra, e questo l' hanno fatto a puntino nel confine, senza lasciarlo passare un palmo, ma non per questo, in ogni caso, si deve impedire il naturale alveo del torrente, che senza spesa si farà, per violentarlo con spesa grande, acciò vada ad imboccarsi a perpendicolo in Po, il che è un pensare di far rompere la sinistra del Po, e di levare ogni occasione di tirar li fiumi verso il mare, quando a tempo avvenire si vedesse esser ciò necessario.

(1) Questo inconveniente, pur troppo è successo, non essendosi regolato l' interrimento ad una sola lingua, ma dilatato per tutte le valli.

Al terzo rispondo, che io non so vedere, come possono ricevere danno i condotti de' loro scoli dal Reno tirato per quella parte, poichè se ciò non avverrebbe quando si tirasse il Reno per la valle stessa, come di sopra si è mostrato, che sarà tirandolo per il continente, e lasciando libero ad essi tutto quello scolo, e niente meno, che sempre hanno avuto? Farà delle rotte, dicono, ed entrerà nella valle, passando gli argini del Cominale, della Sanmartina, e di Cugnola; ed io rispondo, che se volessimo incassare subito il Reno per quel continente, e farlo andare per aria, a similitudine di tutti i torrenti incassati da essi Bolognesi, giustamente potrebbono dubitare di simile rotte ad essi molto ordinarie, ma noi pretendiamo, che si alzi il territorio tanto, che vada fra terra, acciò non possa rompere nè apposta, nè a caso; perchè acciò spandesse, bisognerebbe procurarlo con cavi fatti a mano per il continente tutto, che sarebbe tra il continente, e la valle; ma quando potesse rompere, li padroni delle campagne coerenti vi avranno a pensare, li quali riceveranno il danno dell' interrimento, ma non li Bolognesi, perchè ricevessero l'acqua nella valle patirebbero alcun danno, come sopra si è mostrato; e dato, che ivi nel confine fra il continente, e la valle essa si riempisse, che ha da fare con li loro condotti, essendovi in mezzo una latitudine di 7. 8. 10. 15. e 20. miglia per diametro? Ma dico assolutamente, che il Reno siccome ogni altro torrente non interrirà se non quella latitudine, e sino a quel termine, che si vorrà (1), e per conseguenza non passerà l'argine, che sostiene, e divide la valle dal continente verso il Po, e lo provo. Il fondo della Sanmartina ha di caduta sul fondo del Po oggidì a Marrara p. 7, la valle superiore ha di caduta sopra il fondo della Sanmartina, e del restante sino a Marrara p. 6. 7. ed 8, la quale altezza viene sostenuta da un argine acciò non scarichi in questo continente cinto, e difeso dal detto argine di Marrara, anzi dal Traghetto sino al Reno porterà mille piedi quadri in circa d'acqua, distribuendo questo corpo in quella latitudine cinta, e cadente non potrà arrivare a un piede (2). Dunque non potrà passare quell'argine, che oggidì sostiene p. 8. d'acqua; e quando avrà equilibrato questo continente all'argine, avrà il Reno tanto fondo, quanto basterà per star sotto la superficie del Po, e se non basterà, si alzerà l'argine. Replicano, che l'esperienza mostra il contrario, perchè quando rompe passa il

(1) Non tardò molto a vedersi quanto si fosse ingannato l'Autore, poichè il primo anno ruppero tutti gli argini, e s'inondò tutto il paese.

(2) Anche in tal proporzione sbagliò l'Autore, essendosi elevate l'acque molti piedi con inondazione di paesi molto lontani. Vedansi le visite tutte de' Monsignori Centurione, Corsini, ed altri.

detto argine, ed entra nella valle. Rispondo, e dico prima, che può essere, che il Reno rompa in tal sito, che il suo corso immediato sino alla valle, che a perpendicolo vi scaricasse addosso. Secondo anche concedo, che in qualsivoglia modo rompa in questi tempi, egli passerà il detto argine; ma nego, che lo possa fare, quando pretendiamo di divertirlo per quella parte, e questo è d'equivoco de' Bolognesi, non distinguendo i tempi. Adesso questo continente sta tutto allagato in altezza di piedi 5. nel minor fondo, ed in tempo della maggior siccità per causa dell'interrimento inferiore del Po, che gli ringorga, e stagna addosso l'acqua delle valli superiori, le quali, quando abbondano più di acqua, come nell'inverno, non potendo aver esito sopra quell'interrimento, fanno alzar molto più l'allagamento di questo continente, che in molti luoghi si riduce equilibrato alla valle superiore, laonde è necessario, che sopravvenendo maggior corpo d'acqua, non dico rigurgitata, che poco meno farebbe, ma viva, e con gran velocità sopra il detto ringorgo, e non trovando l'esito a sua proporzione, è necessario dico, che si alzi sopra ogni, e qualunque corpo d'acqua stagnante, e ringurgitata dall'interrimento, sopra il quale questa nuova acqua è necessario, che si alzi, per averne l'esito proporzionato a se, e però non è maraviglia se è necessitato andare nella detta valle, e gonfiarla, perchè è necessario alzarsi sopra ogni superficie, che si trovi solo bassa a proporzione dell'istesso esito del Reno, e che abbia comunicazione libera col detto esito; ma noi pretendiamo prima levar l'interrimento suddetto (1), il quale levato subito questo continente resterà asciutto con la sua caduta reale sul fondo del Po a Marrara, e sino al mare, e poi tirarci il Reno, al quale allora cesseranno tutte le cause per alzarsi, non dico sopra quell'argine, ma nè anche presso a un pezzo, e quanto più quel continente si anderà alzando di terra a proporzione del sito del Reno, tanto più acquisterà caduta per il suo fine, e tanto meno potrà nuocere alle valli superiori con rotte, o con altro. In ogni caso dico, che i Bolognesi sono sottoposti adesso alle stesse rotte andando il Reno dove va, che sebbene è un poco più lontano, questo niente importerebbe, perchè l'acqua per sua natura non si può fermare, ma cerca sempre d'andare alla valle; ma quel che dovrebbe levare ogni ansietà, è che questo muovere del Reno avrà ad essere solo ad tempus (2), sino che sia restituito sicuramente il Po; che se allora non piacerà, che vada per quella parte, niente

(1) Questo non fu eseguito essendosi voltato il Reno nelle valli, senza levare minima parte del detto interrimento del Po.

(2) Questa condizione temporanea fu ottima nell'intenzione, ma si è resa pessima nell'esecuzione, poichè non potendosi restituire il Po, si nega di rimuovere il Reno.

importa, che si faccia imboccare in Po tanto in su, quanto si vuole, purchè ciò si faccia a seconda di esso Po, e ad angolo acuto, il cui lato superiore sia lungo più che sia possibile, e la linea si potrà disegnare adesso per allora, ovvero rimettersi a quel tempo; finalmente io dico, che dato, e concesso ogni cosa alla peggio, in ogni modo o bisogna levare il Reno, se si vuol fare questa bonificazione in questo modo, ovvero bisogna trovare altro modo, ovvero bisogna stare così, e lasciar fare alla natura. Circa al trovare altro modo, universalmente parlando, io protesto di non saperne altro, che possa soddisfare. Che sia necessario levare il Reno, per eseguire il modo proposto, lo vedremo abbasso nella risposta del sopraddetto.

Al quarto rispondo, e dico, primo, che perdendosi di nuovo il Po alla Stellata, essendo in elezione de' Ferraresi di mandare il Reno per l' alveo di Primaro, non possono pretendere i Bolognesi, che abbia per ragione d' andare per quello di Volano (1), e però non avrebbono quel rifugio, se non in tanto, quanto mettesse conto a Ferraresi di mandarlo per Volano. Dico secondo, che il Po di Primaro non si può perdere, restando quel di Volano, se non per causa del Reno, che lo riempisse di terra, che se questo confessassero i Bolognesi, bisognerebbe dunque rimuoverlo necessariamente dal luogo presente, acciò non faccia perdere quello della Stellata, poichè milita la stessa ragione, ma se restituito il Po, si restituirà anche il Reno, come si è detto; cesserà ogni sospizione.

Al quinto rispondo, e concedo, che assicurata la restituzione del Po, non potrà più il Reno, nè altri fiumi interrire; ma nego, che con lo stesso Reno si possa escavare tanto, che si possa fare, che il Po s' imbocchi sicuramente in ogni tempo, e che non solo non escaverà niente affatto, ma anzi riempirà di nuovo; lo provo, una stessa cosa nella medesima materia, e nello stesso tempo, e luogo non può produrre due effetti contrari.

Il Reno, come sopra si è provato, necessariamente ha interrito, interrisce, ed interrirà, dunque non può escavare, e portar via l' istessa materia, che nell' istesso tempo, e luogo vi pone. Che dalla punta di S. Giorgio alla torre della Fossa vi è caduta, ergo escaverebbe quel dosso, concedo, ma nego, che lo portasse al mare, suo ultimo fine, perchè lo distenderebbe per l' alveo subito, e poi vi aggiungerebbe di più la materia, che egli portasse seco; la ragione è, perchè in distanza di 50. miglia, che vi sono, non vi è la caduta, non dico per escavare, e portare al fine la materia deposta, ma nè

---

(1) È detta gratis tal proposizione, anzi avendo il Reno introduzione nel Po di Ferrara prima che si suddividesse in Primaro, e Volano, corre alli Bolognesi lo jus ugualmente di rimetterlo o in Primaro, o in Volano.

anche acciò non possa deporre. Tutto questo già si è provato di sopra, e con ragione, e con l'esperienza del Santerno: l'istesso si dice del Reno, che s'egli avesse caduta sufficiente, almeno per non deporre, non avrebbe interrito l'alveo di Volano, siccome per farsi la caduta, che necessariamente bisogna, che ogni torrente si faccia, per proporzionarsi, conviene, che egli si vada interrendo, ed alzando, insino che l'abbia acquistata. Che il Reno con l'aiuto di Panaro potesse adequare quei maggiori dossi, che trovasse dentro dell'alveo, a proporzione della bassa, che immediatamente segue, non lo voglio negare, ma nego bene, che per via di caduta possa tirare la materia al mare; potrebbe bene per via di peso, ma nè tanta quantità d'acqua fa il Reno con Panaro, nè per tanta l'alveo con li suoi argini è capace ma dato, che fosse capace, e dato che il Reno con Panaro fosse in tanta quantità, che bastasse per escavare per via di peso (il che non può essere) in ogni modo più sarebbe la perdita, che il guadagno, perchè questi sono torrenti, li quali, perduta l'espulsione, subito deporriano più di quello, che avessero levato, che sebbene Panaro non porta terra, ne porta però tanta Reno, che è sufficiente in una volta a far grande interrimento, ma dato che Reno potesse escavare, è chiaro, che dal luogo dove entra in Po, come dal centro, comincerebbe la sua linea cadente verso il mare. Dunque non escaverebbe nè il sito della sua sboccatura in Po, nè il sito superiore verso Bondeno, nè Panaro, come più basso, lo potrebbe escavare perchè non solo non avrebbe caduta sopra il Reno necessaria per escavare, ma bisognerebbe che vi montasse molto, e per conseguenza per lo rigurgito suo non potrebbe fare altro effetto, che deporre nuova materia, se l'avesse; ma dato che Reno, e Panaro escavassero, e portassero al fine la materia, e riducessero l'alveo proporzionato a Panaro, e non solo questo, ma si profondasse in equilibrio col tronco del Po grande (1), in ogni modo non avremmo fatto niente, se insieme l'alveo suddetto non fosse anche tanto capace in larghezza, che l'acqua, la quale s'introducesse dal tronco, fosse atta, e sufficiente ad impedire la deposizione del Reno; ma questa capacità non la potrebbero fare quei torrenti, ergo. La maggiore si prova, e per le ragioni dette di sopra, e con l'esperienza dello stesso Reno, il quale sino da principio, che cominciò questo Po di Ferrara a rallentare, con tutto che l'alveo fosse in equilibrio all'altro, nondimeno, perchè vi era poc'acqua, e per conseguenza poca, o niuna caduta, e moto, non potè essere impedito, che non

(1) Per render capace, secondo l'Autore, l'alveo di Ferrara a sufficienza, vuol essere profondato all'equilibrio del fondo del Po di Venezia, ed essere inoltre allargato molto.

medesimo argine, può facilmente produrre la corrosione, come si è provato al numero VI. di questo; e perciò il fiume potrà nella supposizione del detto Autore perdere la prima tendenza retta, e rendersi incurvato e flessuoso.

XXVIII. Passando esso Michelini a trattar de' ripari per la regolazione dell'acque correnti, stabilisce ne' capitoli 23 e 24 del sopraddetto Trattato, che *i pignoni triangolari, che dall' argine pendono a scarpa verso il mezzo del fiume, possino fare una valida resistenza*. Ricerca i vantaggi che recar possono col fondamento delle dottrine da esso allegate, ma queste avendo per base alcuni principj manifestamente inadmissibili, convien rintracciarne altronde l'utile che apportano, e determinarne se possibil fia, il grado ed il valore. Io suppongo in primo luogo formati già questi pennelli, o pignoni con pali, che piantati alla distesa in due o tre linee, ed intersecati da altri pali, vengono a formare varj spazi riquadrati, da riempirsi poscia di sasso, o di altra materia pesante. Suppongo in secondo luogo, che i detti pali siano e conficcati in eguali distanze fra di loro, ed egualmente grossi, e pesanti, e che il terreno ove sono fitti sia di una eguale resistenza, ed orizzontale; in terzo luogo, che tutto lo sforzo, che in uno de' pali può produrre l'acqua, si consideri come rammassato in un solo punto, in cui tanta debba esser la resistenza, quanta di tutti gli altri assieme del detto palo, vale a dire, che questo sforzo si faccia in un sito tale, e con tal grado di forza, che vaglia ad agire contro del palo, come l'unione delle forze particolari di tutti gli acquei filamenti che realmente lo percuotono, qual impeto sopra di quel tal punto si potrà chiamar *medio*. Sia pertanto da cercarsi nella data lunghezza AG (*tav.* 6. *fig.* 3.) ove stanno piantati i pali di un pignone, che hanno l'altezza esposta alla corrente dell'acqua BD per il sito B; che ciascuna parte del riparo, o pennello AEDFG possa resistere egualmente all'urto dell'acqua. Sia HCc la linea esprimente le velocità respettive, di maniera che dal punto B conducendo l'ordinata BC, dinoti questa la velocità competente a questo punto, o per dir meglio, l'unione di tutte quelle che vanno a ferire il palo corrispondente, e così ogni altra ordinata, rispetto ad ogni altro respettivo punto. Si chiami AB $= x$, BD $= z$, BC $= y$, e sia l'equazione della curva delle velocità $x = y^m$, essendo m un qualunque numero intiero o rotto da determinarsi da' fenomeni, secondo cioè i varj gradi delle velocità decrescenti, a misura che si recede dal filone dell' acqua; AE $= a$, che sarà il primo palo accanto della riva. Il momento con cui resiste ciascuna parte BDdb infinitesima del palo e del pennello, è come il quadrato della velocità, moltiplicato nello spazietto infinitamente piccolo BDdb, che però sarà $yyzdx =$ ad una costante per la supposizione, facendo

dx costante, e sostituendo in vece di yy il suo valore $x^{\frac{2}{m}}$, sarà $x^{\frac{2}{m}} dzdx + \frac{2}{m} zx^{\frac{2-m}{m}} (dx)^2 = 0$, che si riduce a $-\frac{dz}{z} = \frac{2dx}{mx}$, ed integrando $mla - mlz = 2lx$, ovvero per salvare la legge degli omogenei $\frac{a^{3m}}{z^m} = xx$, ed $a^{3m} = z^m xx$ equazione generale della curva ricercata EF, che determinerà l' andamento delle altezze del riparo. Senza differenziali si può ottenere lo stesso, supposte le stesse cose. Sia dunque da determinarsi le altezze de' pali, acciò ricevino eguali impressioni dal corso dell'acqua. L' azione dell'acqua sarà come yyz (fatta y la velocità media che opera sopra $BD = z$) la quale dev' essere costante da per tutto, dunque $yyz = a^3$, ma $yy = x^{\frac{2}{m}}$, dunque $x^{\frac{2}{m}} z = a^3$, ovvero $xxz^m = a^{3m}$ come sopra.

XXIX. *Corollario*. Se $m = -2$, allora HC sarà un' iperbola del secondo grado, e la curva EF diverrà una retta linea, la quale però non potrà mai unirsi al fondo G, ma avrà un *minimo* FG di una data quantità. Se $m = \frac{1}{2}$, cioè quando HC fosse una parabola, la di cui ordinata AB, allera EF sarà un' iperbola del quarto grado. E se $m = 2$, sarà HC una parabola, di cui l' ordinata BC, e la EF sarà in tal caso un' iperbola quadrato-quadratica. Credo per tanto, che il maggior vantaggio che si possa ricavare da tali ripari, consista nel poterli fare da per tutto egualmente resistenti a petto dell' impulso dell' acqua, abbassando i pali con certa legge verso la loro parte estrema FG, e non già come si persuade il Michelini, perchè col mezzo de' loro angoli acuti con la corrente dell' acqua, facendo molente e deposizioni dalla parte di sopra, siano valevoli a rovesciare le acque dalla parte opposta, ciò venendo operato dal semplice ostacolo, onde si dirige a quella parte l' acqua, e mai per l' alzamento che quivi possa acquistare il fondo, tanto più che nè essa molente, nè esse deposizioni succedono, com' egli si avvisa, per quanto ci costa dalla pratica osservazione registrata al numero XXII. di questo, e dalla induzione teorica esposta al numero VII. parimenti di questo capitolo.

XXX. *Scolio*. Contuttociò difficilmente, e forse mai si potrebbe dall' arte, quantunque espertissima, piantare un pennello, che avesse veramente le suddette condizioni, onde sarà piuttosto ipotetica, che vera e reale in fatto la precedente proposizione, essendo ben chiaro da vedere, che nè i pali possono essere egualmente fitti, nè

il terreno egualmente resistente, per tacere di molte altre circostanze tanto intrinseche che estrinseche a' medesimi pennelli in riguardo della forza dell' acqua, che li viene a percuotere, ed a' vortici, che a loro pregiudizio possono andarsi eccitando. In oltre, non sempre i pennelli si fanno con palificate, ma sovente anco di muro, e di macigni disposti in linee, e che vengono a formare una spezie di traversa a i fiumi, e questi, come assai facilmente può comprendersi, possono resistere ben diversamente di quello far possono le palificate. Sarà dunque opportuno di avanzare le considerazioni ancora sopra di questi, per ridurre poscia il tutto possibilmente all' uso, ch' è quanto ricercare il ben pubblico, ed esigge la buona direzione delle acque. Si esaminerà dunque ne' numeri seguenti quanto appartiene alle resistenze de' solidi o sciolti, o collegati assieme co' quali si difendono le rive de' fiumi, e si considereranno in oltre le resistenze di qualunque sorte di palificata, come pure si ponderera la forza di que' ripari, che per esser composti e di palificate, e di macigni, si potranno chiamare ripari *misti*.

XXXI. *Lemma*. Sia una leva AD convertibile intorno all' appoggio A, ed a questa siano applicate due potenze, la prima che la prema secondo AL, ma con diforme grado di forza, di modo che questa abbia un *massimo* in A, ed un *minimo* in Z, e resti espressa per la curva MNZ, le di cui ordinate esponghino respettivamente i gradi della forza competente a quel tal punto, sopra di cui insistono. Parimenti il rimanente della leva LD venghi spinto in senso contrario, secondo tutta questa lunghezza da un'altra forza, di grado pur variante, applicata come sopra, e che si esponga per la curva GO, che pur abbia un *minimo* DO, ed un *massimo* LG. Con le ordinarie regole della Geometria si quadrino le aree di queste curve, e si formino respettivamente due rettangoli PALK, LDIT (*tav.* 6. *fig.* 4), che abbino le basi pur respettivamente eguali alle AL, LD, connotanti la lunghezza della leva destinata a ricever le predette impressioni di dette due forze contrarie. Se dal punto ove il lato PK taglia la curva MNZ si lascierà cadere NB, questa equivalerà alla forza media, e dinoterà il punto o centro dell' impressione di essa, dimodochè applicando la forza F al punto B, succederà lo stesso, come succedeva per l'azione di tutte le dette forze applicate secondo tutta la lunghezza AL. Tanto accaderà dall' altra parte, quadrando l' area della curva GODL, e formando il rettangolo LTID eguale alla dett' area, mentre dove il lato TI taglierà la curva in H, sarà questo il punto, da cui cadendo la perpendicolare CH alla leva AD esprimerà la forza media, e la potenza E applicata normalmente in C, produrrà lo stesso effetto, quando sia eguale alla CH, come l' intiera forza applicata alla LD. Facendosi dunque come la potenza F

alla potenza E, così la distanza AC alla distanza AB, resteranno esse due potenze in equilibrio, e per poco che si accresca o il momento della potenza E, oppure la distanza AC, resteranno esse potenze sbilanciate, e potrà la E superare la F.

XXXII. Riducendo la proposizione alla meccanica della resistenza che far possono i pali piantati ne' fondi de' fiumi e canali per la costruzione de' pennelli, paradori, o qualunque altr' opera posta a difesa delle rive, intendasi DA (*tav.* 6. *fig.* 5.) tutta l' altezza di esso palo, fitto in terra sino in L, cioè per tutta la LA, onde la LD sia l' altezza dell' acqua che lo viene ad urtare da X in C, secondo la direzione XC, quando esso palo fosse tutto sott' acqua. E perchè le impressioni dell' acqua sopra di LD si sforzano di levarlo dal perpendicolo ed abbatterlo, nè quando ciò succedesse potendosi effettuare senza ch' egli descriva un arco intorno al centro A, questo punto pertanto potrà concepirsi come una specie di appoggio, e tutta la lunghezza del palo, come una leva convertibile intorno di questo centro A, ch' è il caso del lemma del numero precedente. La resistenza del terreno, e l' azione dell' acqua vengono a formare le due potenze applicate in senso contrario; consiste la resistenza nel doversi superare la tenacità del terreno, ed il peso del medesimo, il quale riesce maggiore, più che al punto A si accosta, ma quivi il moto è nullo o insensibile, e maggiore a misura dello avvicinarsi al punto L, ove è massimo, per rapporto alla tenacità e peso predetti, ma quivi giunto il peso del terreno è nullo o insensibile; restano per tanto dal più al meno bilanciate in modo queste resistenze, che la curva che le potrà esprimere, sarà piuttosto la lNm, che la LNM; qualunque però sia questa, dinoti la BN la resistenza *media* ritrovata come nel numero precedente, e la forza *media* dell' acqua sia HC, seguirà, che le azioni attiva e passiva di queste potenze saranno perfettamente eguali alla reazione delle medesime, ogni qualvolta si verifichi l' analogia delle distanze reciproche dall' appoggio A, e saranno maggiori, o minori tutte le volte che si varieranno le dette distanze, e perchè conficcandosi di più il palo, crescono le resistenze, ed il punto B centro di esse, più si viene ad accostare al centro A, ne segue, che più resisterà alla corrente un palo, che un altro, purchè il primo sia più fitto del secondo; e nella stessa maniera, variandosi l' altezza dell' acqua DL, senza che resti alterata la fittura LA, si verrà a render o più debole, o più forte la resistenza per essere svelto; dal che ne nasce, che quanto maggiormente il palo resterà sopra terra, ed avrà maggiore spazio da esser percosso dall' acqua, rimarrà esso con maggiore debolezza, e sarà con altrettanta facilità dalla forza dell' acqua abbattuto; e per lo contrario, quanto maggiormente sarà piantato sotto terra, ed avrà meno

altezza esposta alla correntía dell' acqua, avrà egli maggior forza da resistere ad esser smosso dal suo luogo.

XXXIII. I pali EL, CD, MQ (*tav.* 6. *fig.* 6.) siano conficcati nel terreno della sponda o fondo di un fiume YY, sino in L, D, Q; e l' acqua corrente da R verso K, abbia l' altezza IZ; il palo CD sia piantato perpendicolarmente al corso del fiume, e gli altri due EL, MQ obliquamente; si ricerca, supposta egual fittura de' medesimi pali nella stessa tenacità di terreno, e che per conseguenza abbino essi una egual resistenza, quali impressioni siano per ricevere dall' impeto dell' acqua. Conducasi la AB perpendicolare al palo CD, e facciasi questa eguale alla velocità *media* dell' acqua; dipoi alla medesima AB si conduchino parallele, ed eguali le GF, PN. La prima al palo EL; la seconda al palo MQ, esprimeranno esse pure le velocità *medie*, con le quali la detta acqua viene a ferire ancora questi pali obliquamente piantati; da' punti F, ed N s' innalzino le perpendicolari alli pali FH, NO; e da' punti G, P, le parallele all' asse degli stessi pali GH, PO, dinoteranno le HF, ON le velocità respettive, con le quali dall' acqua corrente vengono percossi i pali EL, MQ, e gl' impeti che produrranno, saranno come i quadrati di HF, ON, onde resta manifesto, che il palo perpendicolare CD deve reggere all' impeto di AB, e che se la di lui fittura fosse di minor momento di detta forza, verrebbe egli abbattuto; ma gli altri pali obliqui non devono reggere che agli impeti delle HF, ON, minori di GF, o PN, o AB; quindi le impressioni fatte sopra pali egualmente piantati in terreno, ma variamente inclinati, saranno come i quadrati del seno dell' inclinazione de' pali, rispetto al corso dell' acqua, essendochè HF è il seno dell' angolo HGF, eguale all' angolo KTZ, intendendosi però le impressioni proporzionali alle forze dell' acqua, ed essa forza proporzionale all' impeto.

XXXIV. *Corollario*. Quindi ne deriva ricever minor impressione dall' acqua i pali obliquamente piantati, che i perpendicolarmente fitti alla corrente purchè si concepisca che questa, urtato che abbia, possa istantaneamente sottrarsi, e dar luogo alla sopra veniente, nè a questa formar impedimento alcuno; al che può essere che alludesse il Montanari, quando preferiva alle palificate a piombo, le inclinate con i pali ficcati come EL, conoscendole come più resistenti e valevoli ad impedire la produzione de' vortici tanto dannosi alla consistenza delle rive di ogni fiume. Ben è vero che l' impedire i vortici dipende da altre cagioni, oltre l' allegata delle impressioni oblique; forse uno de' maggiori vantaggi di tali palificate sarebbe quello della facilità, che avrebbe l' acqua di sottrarsi dall' urto, dopo seguita la percossa. Può anco dirsi che intanto i pali fitti obliquamente siano di maggior resistenza, in quanto che volendosi muovere un

palo così piantato, non solamente bisogna superare la resistenza nata dalla tenacità del terreno, ma ancora il peso di quella materia, che giace sopra del palo, e premuto lo tiene. Ma la difficoltà maggiore a chi volesse servirsi di simili ripari, sarebbe circa al modo di piantarli, conciossiachè dovendosi ficcare i pali a forza di percussioni fatte da un grave cadente dentro certo regolatore di legno, sarebbero desse assai più languide, se questo grave cader dovesse per un piano inclinato, piuttosto che a piombo, ciò non ostante una maggior gravità, che si desse al peso del battipalo, potrebbe in qualche modo supplire all' esigenza, quando tali difese si volessero da taluno piantare. Il Montanari predetto, come quello, che ben conobbe la difficoltà di piantar i pali inclinati talmente, ch' essi e stessero testa con testa, e fossero sì lunghi, che attesa l' obliquità del conficcarli, pur anco riuscissero a quell' altezza, che fosse necessaria a difesa delle rive, pensò ad un'altra foggia di riparo, che lo stesso effetto producesse, mediante certi tavoloni da essere collocati in declive sopra due o tre linee di busse palificate piantate a piombo. Se ne espresse chiaramente in quella sua erudita egualmente, che dotta scrittura esibita a Venezia per l' affare del Sile ne' termini seguenti al §. *Vengo ora all' intestatura* ec. verso il fine. *Del resto quanto al far pennello, che aiuti l' acque a voltarsi nell' imboccatura, io per mio riverentissimo senso ne farei poco caso, in riguardo non tanto della difficoltà di praticarlo in que' fondi sì grandi, perchè questa non è insuperabile, quanto perchè ogni volta che sia chiusa l' intestatura, l' acque da se volteranno verso dove troveranno la strada, ma stimo bensì conferente l' armare di buoni tavoloni a scarpa la riva del taglio nuovo appresso l' imboccatura con pali sotto l' armatura per maggior fortezza ed appoggio delle tavole, essendo questo il luogo, che sarà più esposto alle correnti, e per mio senso in questa piegatura, questa armatura di tavole a scarpa alle rive opposte alle correnti è il più sicuro difensivo, che possa applicarsi*. Così il Montanari. Vuole dunque nel fiume LM per opporsi alla corrosione AG, dopo piantata la palificata alta quanto fosse il bisogno, GHIK, ed un'altra sotto dell' estremità CD formarvi sopra in declive il tavolato BCDA da essere ben assicurato sopra de' travi, che si scorgono da G in A, qual tavolato ogni qualvolta riuscisse troppo lungo si potrà interrompere con un filo FE (*tav.* 6. *fig.* 7.), collocato però in modo che niun ostacolo faccia al corso dell' acqua. Si è in questa figura lasciato senza tavoloni da BA sino in F perchè si veda l' orditura interna. Veramente la proposizione, che io sappia, non è stata posta in uso, sembra per altro ella assai ragionevole almeno ne' fiumi di non molta violenza, quando però l' estremità CED possa restar immersa sott' acqua in maniera

che non lasci battere il vivo del corso ne' pali posti a piombo, che la sostengono.

XXXV. Se ad un palo BFED (*tav.* 6. *fig.* 8.) fitto per l'altezza ED nel terreno NM, ne sarà piantato un altro contiguo ed eguale ad esso nella medesima linea della direzione dell'acqua, cosicchè resti dal primo coperto, nè riceva l' urto di essa, e s' intenda che ogni punto del primo della linea di sua superficie tirata dall' alto al basso tocchi ogni punto omologo della linea dell'altro, che pur dovrà esser egualmente fitto, se l'acqua urterà nel primo BD, restando come si è detto il secondo AC coperto, diventerà la resistenza di BD doppia di quello era prima: conciossiachè questo secondo palo facendo l' ufizio d' appoggio del primo, verrà desso a premerlo appunto per quanta è l' impressione dell' acqua, onde il residuo fra l' impressione e la resistenza sarà eguale, e nel primo e nel secondo; ma questo residuo è appunto ciò, che resiste all' acqua. Se dunque si uniranno assieme questi due residui eguali, si avrà l' intiera resistenza, o forza contraria, con cui il palo BD resiste al corso dell' acqua equivalente al doppio della forza, con cui resisterebbe, se il detto palo BD fosse solo.

XXXVI. *Corollario*. Dal che procede, che moltiplicando l' impianto de' pali nel modo sopraddetto, cioè uno contiguo all' altro, si verrà a raddoppiare le resistenze a misura del numero di pali, contuttociò le condizioni che si ricercano sono troppo precise, perchè reggano in effetto alla pratica, sì per quello riguarda il piantarli egualmente, al che si contrappone e la varia qualità del terreno, e la deforme grossezza de' pali medesimi, sì per quello spetta al contatto, che si suppone quasi perfetto, anzi perchè la proposizione si debba verificare, conviene talmente concepirli uno presso dell' altro, che senza considerare il cedere, che le loro parti vicendevolmente possono fare, deve ciascuna porzione del palo BD spinta che sia, premere sopra del palo AC, come se i due pali fossero un solo corpo continuo, cose quasi tutte impossibili a ridursi all' atto pratico.

XXXVII. Per fortificare il palo AC (*tav.* 6. *fig.* 9.) confitto nel fondo di un fiume per l'altezza DC, con l'acqua alta come DK, si usa talvolta di piantare un altro palo BL obliquamente al primo, di modo che inestato in B col primo non possa AC mediante questo appoggio cedere all' impeto dell' acqua proveniente secondo la direzione VK, senza che ceder anco non debba esso palo LB, chiamato nel Polesine specialmente, *Orbone*. Esprima GE parallela al pelo dell' acqua VI, la velocità della stessa per urtare in queste resistenze; si conduchi GF parallela al palo HB, ed FE a questo perpendicolare, le quali s' incontreranno nel punto F, sarà la FE la velocità dell' acqua per ismuovere LB dal suo sito o pure, ch' è lo stesso, sarà

la velocità relativa dell'acqua, con cui essa può far impressione contro il detto appoggio BL. La GF dinoterà la resistenza per non cedere, che ha esso palo secondo la direzione HB, ogni qualvolta cedendo AC all'impulso di VK, si venisse AC ad inclinare verso le parti G. Perchè dunque l'azione dev'esser eguale alla reazione, però GE rappresenterà non solamente la velocità, che ha l'acqua sopra di questo palo, ma ancora, come si è detto, la precisa resistenza, che viene ad esser impiegata dall'appoggio BL per non cedere. Essa GE si risolve, come è noto, nelle due laterali GF, FE, e la FE dinota la resistenza, che impiega per non essere smosso dal suo sito secondo la FE, e la GF quella di non cedere secondo la HB, che è quella che dipende dalla tenacità del terreno, in cui sta fisso il palo, che opera appunto in senso contrario a questa forza GF, resta per tanto manifesto, quanto fu proposto.

XXXVIII. Perchè poscia non è così facile l'assicurare i pali così obliquamente piantati, sicchè non restino deboli, ed esposti a cedere all'impressione, che vi può fare AC, pressato dall'incessante urto dell'acqua, pertanto in pratica vi si supplisce coll'impianto di alcune punte di pali o terraficoli PL, PL uno per parte dell'*orbone*; questi conficcati perpendicolarmente verso la punta L, a qualche distanza però da questa, viene poi raccomandato a' medesimi col mezzo ancora di qualche palo trasversale, che riduce esso *orbone* come in una morsa, accrescendosi con tal modo di molto il di lui resistere, e per conseguenza rimane sempre più assicurato il palo AC. Senza un tal ripiego ne' gran corsi dell'acqua, nel caso principalmente di doversi chiudere qualche rotta, o intestar qualche ramo di fiume, non potrebbe forse l'arte superar l'impeto dell'acqua. La principal attenzione deve essere nel ben innestare la testa B nel palo AC, e nel ben assicurare con i terraficoli PL, la positura dell'*orbone*.

XXXIX. E perchè molto può contribuire alla sussistenza del palo AC il preciso sito dell'immorsatura B, vi sono da fare alcune considerazioni per determinare il punto più congruo, onde ottenerla. Il palo AC fitto che sia sotto il fondo del fiume per la profondità DC, essendo spinto dall'acqua per tutta l'altezza DK, viene nel caso di essere sostentato dall'appoggio BL a fare l'uficio di una leva con due appoggi, uno in D, e l'altro in K (*tav.* 6. *fig.* 9.), e la potenza verrà a riuscir nel centro dell'azione che sia v. g. in Z. È manifesto che avvicinando noi l'appoggio B al Z, minor impressione potrà fare l'acqua sopra di AC; cosicchè, se in parità di circostanze potessimo far cadere B in Z, allora si resisterebbe nella più forte maniera possibile da LB, alla detta impressione fatta sopra di AC, ma ciò eseguir non si potrebbe senza render più breve FE, ed accrescere

CF, vale a dire, senza diminuire la resistenza che ha BL per cedere secondo la direzione BL, aumentandosi per altro la forza di resistere all' esser levato secondo la direzione FE, ma ricercandosi, perchè succeda l' equilibrio, che resti molto conficcato e s' interni nel terreno L, se l' angolo in H riesce troppo ottuso, di modo che la punta di BL, benchè molto si figesse, non anderebbe gran fatto sotto del fondo, quindi riuscirebbe pur anco debole l' azione di questo appoggio, onde sarà sempre maggior vantaggio, che la testa B sia in qualche distanza da Z, perchè l' impianto dell' *orbone* possa riuscire più forte, ed in circa, se il triangolo CBR avrà i lati CB, CR eguali, o il CR non molto maggiore di CB, riuscirà il palo AC a sufficienza fiancheggiato dall' *orbone* LB, il che si può dimostrare nel modo che segue. Sia BK il palo fitto (*tav.* 6. *fig.* 10.), LB l' orbone, e siano condotte CB, CL, cioè la prima perpendicolare al palo, e CL normale a questa. La forza di LB si risolve nelle due BC, CL, delle quali la prima BC fa che BL non possa esser levato e dimori immobile nel punto L. La CL impedisce che BL non si profondi di vantaggio. Tutte queste azioni sono necessarie perchè conservi la di lui posizione: dunque sarà allora resistente quanto più potrà, quando la somma di queste sarà la più grande: ma ciò succede quando CL, sarà eguale a CB, cioè quando l' angolo LBK, sarà semiretto. Dunque ec.

XL. In altro modo ancora vengono da taluni collocati i pali di appoggio oltre della positura predetta. Sia l' argine di un fiume NLMK (*tav.* 6. *fig.* 11.), il fondo di esso fiume KD, il palo ficcato verticalmente AO, e ne sia un altro EB assicurato nell' alto dell' argine in modo, che la di lui punta E riesca più alta della testa, ed immorsatura B rispetto al pelo del fiume, come esprime la figura. Esponendosi come nel numero XXXVII. la velocità dell' acqua per la GI, dinoterà il quadrato della IH l' impressione, che questo appoggio riceve dall' impulso che gli fa AO pressato dal conato de' filamenti acquei, ed il quadrato di GH rimarcherà la resistenza che gli fa il terreno dell' argine, perchè non venghi dalla pressione di AO ulteriormente spinto a conficcarsi secondo la direzione FE, e venghi smosso per conseguenza dall' appoggiare con tutta la sua forza il palo verticale AO. Si potrebbe anche dire, che EB resiste a due movimenti, uno verticale e l' altro orizzontale. La resistenza per l' uno e per l' altro è proporzionale, e alla tenacità dell' argine, e alla quantità della materia, che si dee muovere, in movendosi EB. Prescindendo dunque dalla robustezza ed inclinazione di questo palo, mediante le quali senza rifletter ad altre circostanze pare che possi dare gli stessi vantaggi dell' *orbone*, consideratosi al numero XXXVIII. e seguenti, riesce questo assai inferiore di forza al primo, ed in

qualche incontro anche dannoso all'argine, mentre oltre alla difficoltà, che s' incontra nel piantarle nella detta positura, ed alla minor resistenza, che ha sempre il terreno dell'argine rispetto a quello del fondo del fiume, accade, che non adoperandosi questa sorte di appoggi, se non dove l'argine è soggetto alla corrosione, ed ove l'acqua vi striscia col suo filone, ne proviene, che da qualunque leggier ostacolo possa essa venir posta in vortici, scalzando il palo AO, e debilitandolo in modo, sicchè anche il palo EB pochissima difesa vaglia a prestare, ed anzi smovendosi dal suo sito AO, e seco traendo EB, sarà per debilitare anco l'argine. Se EB fosse collocato orizzontalmente, resisterebbe egli con la forza assoluta GI, e l'argine, cadendo la punta E più verso la base di esso, meno sarebbe tormentato, ed ancor meno se fosse talmente l'appoggio inchinato, cosicchè la punta E fosse più verso la superficie del fiume della testa B, ed allora farebbe più l'ufizio di *orbone*, che di *contena*, come chiamano i pratici questo appoggio. Altro difetto, e questo considerabilissimo, ritiene questa difesa, ed è, che restando impiantato il palo FE, dove l'acqua vi arriva rare volte, asciuttandosi l'argine, rimane la punta FE così debolmente assicurata dalla terra, che a poco o nulla può servire; resta per tanto da conchiudere imperfetti essere questi appoggi, e tanto più esserlo, quanto che il loro impianto riesce più alto dell'orizzonte dell'acqua.

XLI. Per resistenza di un corpo solido, si vuol intendere in questo luogo, quella, con cui regge per non esser infranto da una potenza, fitto che egli sia immobilmente in un altro corpo infinitamente più resistente di esso, come se in grazia di esempio il palo BC sia piantato in C (*tav.* 6. *fig.* 12.), in maniera che non possa da alcuna forza essere svelto secondo la direzione CB, bensì rotto fra C e B da una potenza applicata in B, ovvero anche in qualche altro punto fra B, ed A, come sarebbe dal peso P, che mediante la girella D sforzi BC in modo però da non poterlo spezzare, nè meno far crollare allorchè esso peso P venga accresciuto. Sia dunque per supposizione il peso P in perfetto equilibrio con la resistenza di BC, si potrà esso peso P talmente accrescere, cosicchè venghi il palo smosso o rotto fra C e B. Con lo sperimento adunque si indaghi qual peso o forza sia necessaria perchè CB sia reso inutile, attaccata che fosse la fune DB al centro della resistenza, e rilevata la quantità di questo peso così accresciuto si verrà in cognizione, nota che sia la velocità ed altezza dell'acqua, del grado della resistenza, che sarà per fare il palo, conficcato ad una nota profondità. Per dedurre poscia il momento delle collegazioni de' corpi, data che sia la legge delle resistenze, sarà assai facile il rilevare la difformità delle medesime a misura delle grossezze de' corpi in quistione; generalmente si

può stabilire ne' corpi omogenei di materia, e simili di figura, che crescano le forze del resistere, o decrescano nella ragione de' cubi de' diametri di essi corpi, quando la potenza venghi applicata in egual distanza dall' appoggio.

XLII. Altra sorta di forze per resistere possono avere i solidi, oltre quella, che può nascere dal proprio peso. Sia il solido CIKD (*tav. 6. fig.* 13.) liscio nella di lui superficie CD, a questo vi soprasti un altro solido AGHB, che resti unito al primo mediante un perno di ferro o di qualunque altro metallo EF. Sia da investigarsi il momento della di lui coerenza, per potervi contrapporre una forza valevole ad isvellerlo; ciò può effettuarsi in due maniere, o estraendolo secondo la direzione dell'asse del perno FE, oppure obbliquamente a questo traendolo. Se nel primo caso, converrà impiegarvi tutta quella forza, che vaglia a superare l'adesione o coerenza della superficie di esso chiodo più il peso assoluto di GB, cioè la forza dovrà superare tutto il momento di essa adesione e del peso assoluto predetto; ma dovendo levare GB dal sito in cui posa, sarà di mestieri impiegarvi una forza capace di superare non solamente tutta la resistenza del perno per essere spezzato, ma ancora l'adesione fatta dal solido GB sopra del piano CD, la quale varia secondo che la scabrizie dei due piani combaciantisi è maggiore, o minore; e detta forza verrà pure diversificata a norma dell'applicazione, che di essa verrà fatta con direzione o parallela, o obliqua a' corpi da muoversi e da spezzarsi. Se niun perno vi fosse, le osservazioni dell' Amontons, registrate negli atti dell' Accademia delle Scienze per l'anno 1699. mostrano, che le resistenze di un corpo, che con uno de' suoi piani striscii sopra di un altro, siano a un di presso in ragione di un terzo della compressione che nasce dal loro peso assoluto, niente contando l'estesa più o meno della superficie combaciante: ogni qualvolta dunque si uniscono questi due solidi mediante il detto perno o chiodo, valerà lo stesso, come se di peso molto maggiore divenisse il solido comprimente GB, cosichè ritrovando un peso equivalente a tutta la tenacità, con cui stanno uniti, sarà d'uopo per isvellerli, o smoverli, non solamente vincere la resistenza del perno o chiodo, ma ancora di superare un terzo del peso di quello, che gravita sopra dell' inferiore.

XLIII. *Corollario*. È manifesto da ciò il grande incremento di forza, che vengono ad acquistare i pali collegati assieme, quando siano uniti con chiodi di ferro, o cavicchj ben forti di legno. Egli è ben però vero, che per isvellere queste collegazioni applicandosi le potenze col mezzo di qualche specie di leva, come fa v. g. l'acqua in urtando e percotendo una palificata, se il centro della resistenza verrà a riuscire in qualche sensibile distanza dal centro ove viene

applicata la forza, in tal caso, crescendo assai la potenza predetta, ha uopo la resistenza di cedere con assai meno difficoltà di quello farebbe, se la medesima potenza venisse applicata immediatamente al sito della fittura de' pali.

XLIV. *Scolio*. Se dunque l'unione de' pali, mediante le traverse e catene, serve ad accrescer a' ripari le resistenze, e renderli più forti, ne proviene, che quanto più saranno queste, più difficilmente resteranno sconcertati dall'azione dell'acqua; quando però abbiasi da operare contro di un corso di questa molto gagliardo, non potranno bastare le semplici palificate, qualor queste a guisa di pennellí si estendino verso il filone del fiume, ma converrà raddoppiarle ed anco triplicarle, col piantar due o tre linee di pali parallele, indi intersecarle con traverse, ed accompagnarle con chiavi, avvertendo di assicurar ogni palo con un chiodo proporzionato alla chiave medesima. Se il palo si rimane molto sopra acqua ed esposto in conseguenza, specialmente ne' crescimenti del fiume, a soffrir molto dalla stessa, si come si è detto al numero XXXII. di questo si potrà replicare un'altra chiave che leghi più sotto della prima i pali, e li renda più forti; dipoi sarà ogni cinque o sei passi da intersecar, come si è accennato, le dette linee di palificate con catene immorsate nelle chiavi, e con ciò tanto più gagliardamente resisteranno, quando siano assicurate da chioderíe ne' luoghi opportuni, ed in tal modo la palificata verrà a restar divisa, come in tante casse, le quali poscia dovranno esser riempite di qualche materia grave perchè il riparo non solamente resisti per esser ben piantato nel terreno del fondo, e ben concatenato con chiavi e catene, ma ancora per il peso de' materiali delle casse predette, del che si dirà quando caderà la considerazione sopra i varj generi di ripari, che si possono usare contro le acque correnti.

XLV. Sono state sin'ora considerate le resistenze che provengono da' ripari, che nelle acque correnti si fanno, col mezzo delle palificate, cioè a dire, coll'accrescer queste forze, e servirsi delle più alte fitture di pali, e delle collegazioni che possono loro darsi con le catene, chiavi, e chioderíe. Si considererà adesso quelle altre difese, che si fanno coll'uso de' corpi gravi, il momento de' quali venga a riuscire maggiore delle forze, che imprimer vi possa l'acqua corrente. Sia il corpo parallelepipedo ACDEFG (*tav.* 7. *fig.* 1.), e siano proposte le due linee N ed M, ch'esprimino la ragione del peso di questo corpo, al peso di un altro simile, e della medesima materia composto KLQPOHI, ovvero ch'è lo stesso, che siano come la mole del primo, alla mole del secondo. A norma dunque che o l'altezza, o la larghezza, o la lunghezza del corpo HQ s'intenderanno variarsi, ne risulteranno ancora le varie grandezze in mole, che

potrà avere esso corpo, quando secondo l'ipotesi abbia sempre a conservare la ragione di M ad N. Poniamo data la sola KL, oltre le dimensioni pur date del corpo CF. Se fra gli asintoti *ba*, *ae* (*tav.* 7. *fig.* 2.) sarà descritta l'iperbola *cf* tale, che fatta *ad* quarta proporzionale alle N, M, e all'altezza del corpo dato DE, come pure la $dc = ab$ quarta proporzionale alla data KL larghezza della base del corpo, di cui la mole si ricerca, alla larghezza CD del dato corpo, ed all'altezza di esso AC, esprimeranno le due *ae*, *ef* respettivamente la profondità ricercata del corpo LQ, e la di lui altezza LI. Perchè dunque per la natura dell' iperbola sono eguali i due rettangoli $ad \times dc$, $ae \times ef$, ed *ad* eguale per la costruzione a $\frac{DE \times M}{N}$, e $dc = \frac{DB \times CD}{KL}$, sarà l'egualità $\frac{DE \times M}{N} \times \frac{DB \times CD}{KL} = ae \times fe$, ovvero risolvendo in analogia, sarà $ae \times fe \times KL : DB \times CD \times DE :: M : N$; il che ec.

XLVI. *Corollario*. Ma la proporzione della base AD del solido dato alla base HL del solido ritrovato, sarà come il rettangolo fatto da N in *ae*, ovvero LQ al rettangolo di $M \times DE$, come ricavasi dall'analogia del numero precedente.

XLVII. Avendosi poi a considerare che l'impressione dell'acqua contro di questi corpi, non può farsi sopra di tutta la superficie de' medesimi, ma solamente in alcuna delle facce, siano queste le basi ABCD, HILK (*tav.* 7. *fig.* 1.), e siano esse talmente collocate, cosicchè ricevino il corso dell'acqua da questa sola parte, e strisci poi il rimanente parallela a BF, IP, restando coperte e difese le facce GFE, OPQ. Si supponga conosciuta la velocità che fa impressione sopra di AD, e chiamisi *u*, e s'intenda precisamente quanto basta per non ismoverlo, cosicchè accresciuta per alcun poco, possa restar asportato. Sia la velocità che si cerca, e ch'è destinata a far egual impressione sopra dell'altro solido V (*tav.* 7. *fig.* 2.), all'asse *ae* col parametro *ai*, eguale alla quarta proporzionale fra il rettangolo $M \times DE$; il quadrato della data velocità *u* ed N, sia descritta la parabola *agh*, e condotte le ordinate *dg*, *eh* esprimenti la prima, la data velocità *u*, e l'altra la ricercata V; questi due corpi riceveranno dall'acqua corrente una eguale impressione; mentre per la natura della parabola essendo $VV : uu :: ae : \frac{DE \times M}{N}$ (*tav.* 7. *fig.* 1. 2.) ed aggiungendo il comune rettangolo o base ACDB, sarà $VV : uu \times ACDB :: ae : \frac{DE \times M}{N} \times ACDB$, onde l'equazione $VV \times \frac{DE \times M}{N} \times$

$ACDB = ae \times ACDB \times uu$, ovvero $VV \times \frac{DE \times M}{N} \times \frac{ACDB}{ae} = ACDB \times uu$, ma $\frac{DE \times M}{N} \times \frac{ACDB}{ae} = \frac{DE \times M}{N} \times \frac{BD \times CD}{ae} = KL \times LI$ per il numero antecedente; dunque sarà $VV \times KL \times LI = ACDB \times uu$, cioè il quadrato della respettiva velocità nella base HL, sarà eguale al quadrato della respettiva velocità nella base AD, ma secondo i principj della Statica, queste quantità vagliono l'impressione, adunque saranno desse eguali in ambidue i corpi, come erasi proposto.

XLVIII. Ma se fosse data la base HL, e fosse da trovarsi la sola altezza del corpo LQ, poste le stesse cose, diventa il problema assai più semplice, mentre fatto $Kl = N$, ed $lm = M$ (*tav. 7. fig. 1. 3.*), e poste queste linee fra di loro in qualsivoglia angolo Klm, prolungata Kn, si faccia eguale alla quarta proporzionale fra DE, la base AD, e la base HL; dipoi condotta per i punti K, m la retta Kmp, se dal punto n si condurrà parallela a lm la np, sarà questa eguale alla ricercata altezza LQ. Indi sopra questa linea come asse col parametro no eguale alla quarta proporzionale fra il rettangolo $M \times DE$, il quadrato della data velocità u ed N, ovvero Kl; sia descritta la parabola nq, sarà l' ordinata pq quella ch' esprimerà la ricercata velocità V. Perchè dunque il quadrato pq è eguale al rettangolo $np \times no$, e per la similitudine de' triangoli Klm, Knp, essendo $nl : lm :: Kn : np$, sarà Kn direttamente come il rettangolo di $Kl \times np$, e reciprocamente come lm, dunque essendo no eguale per la costruzione al quadrato della data velocità u, e Kl direttamente, e reciprocamente come il rettangolo di $lm \times DE$, sarà il quadrato di pq eguale direttamente al quadrato di $u \times Kn$, e reciprocamente a DE, ovvero sarà il quadrato di $pq \times DE$ eguale al quadrato di $u \times Kn$, e moltiplicando l'una e l'altra parte con la base AD, sarà il quadrato di pq nella base $AD \times DE$ eguale al quadrato di u nella base $AD \times Kn$, ma per la costruzione $HL : AD :: DE : Kn$, adunque la base HL è eguale direttamente alla base $AD \times DE$, e reciprocamente a Kn, e pertanto il quadrato di pq nella base HL, sarà eguale al quadrato di u nella base AD, dunque le impressioni, per i principj della Statica saranno eguali. Che poi li solidi siano fra di loro come N ad M, e per conseguenza come Kn a np si raccoglie, perchè essendo per i triangoli simili $Kl : lm :: N : M :: Kn : np$, ed essendo Kn eguale al solido CF direttamente, ed alle base KI reciprocamente; sarà $N : M ::$ CF solid. : KP solid. essendo np l' altezza LQ; lo che era da dimostrarsi.

XLIX. *Corollario*. Come che dunque molto più crescono le ascisse delle sopraddette parabole esprimenti l'altezza del solido LP, di

quello crescono le ordinate corrispondenti delle medesime parabole, esprimenti le velocità, aumentandosi queste in ragione delle radici de' quadrati delle ordinate; dove quelle crescono come le stesse ascisse; quindi si comprende quanto più crescer si debba la mole di un solido per resistere all'impeto dell'acqua nella data ragione di altro solido dato, di quello crescer debba la velocità della medesima acqua per asportarlo.

L. Penda un grave F dal filo AF, (*tav.* 7. *fig.* 4.) e sia di tal peso che immerso nell'acqua corrente, la violenza di questa lo possa far declinare dal perpendicolo, e ridurlo nella positura AG, tenendosi sempre fermo ed immobile il centro A. Si conduchino nel quadrante FAC, oltre i raggi AC, AF, le due DG, GB parallele respettivamente a' detti raggi, e dal punto F s'innalzi la tangente FE, che resti tagliata in E dal raggio AG prodotto, dipoi all'asse FE vertice F e parametro eguale alla FA equivalente all'unità, si descriva la parabola conica FK, ed in questa si tiri l'ordinata KE dal punto cioè dell'intersecazione che fa la secante AE colla tangente FE, come pure si produchi GB indefinitamente verso N, se si taglierà BN eguale a KE, e così ogni altra respettivamente nello spazio AC, si potrà per tutti i punti N, così ritrovati descrivere la curva AN, che si chiamerà delle velocità competenti a' sostentamenti del grave pendolo per tutti i punti del quadrante. Questa curva avrà il suo principio nel punto A, e un asintoto CO parallelo ad FA. Perchè per la natura della parabola FK il quadrato di KE è eguale al rettangolo di AF in FE, sarà anche KE in dimezzata ragione di FE; ma per il numero III. del capitolo V. la dimezzata ragione di FE esprime la velocità, con cui l'acqua sostiene il grave nel sito G, adunque la EK, o la di lei eguale BN rappresenterà la velocità, ricercata, e così ogni altra ordinata respettivamente. In oltre, perchè nel punto F la FE diventa nulla, sarà ivi pur nulla anco l'ordinata KE, e per tanto la curva AN avrà il suo principio nel punto A. Parimenti perchè la tangente dell'angolo retto è infinita, non intersecando la secante se non dopo una infinita distanza, però anche la EK rispondente a tal tangente, sarà infinita, come altresì la BN, che diventa in tal caso CO, il che tutto era da dimostrarsi.

LI. Per determinarsi il seno dell'angolo d'inclinazione per tutti i diversi pesi possibili de' gravi conformati in palla, conosciuto che sia uno di essi, intendasi GI esprimere il peso assoluto della palla; se dal punto I alla GE si condurrà la normale IH, rappresenterà questa il peso relativo di detta palla nel sito G per discendere verso di F. Si produchi, se sia d'uopo la GB in P, e si faccia GP eguale a KE ovvero BN, è manifesto, che la velocità assoluta PG, condotta che sia la PQ perpendicolare alla AG, sarà risolta nelle due

laterali PQ, QG, delle quali la PQ è quella che direttamente resiste al peso della palla, o sia al di lei conato HI, e la QG distende e fa impressione sopra del filo AG. Dovrà dunque esservi l' equilibrio fra HI ed il quadrato di questa relativa velocità PQ, essendo che le forze stanno appunto, secondo le leggi della statica, come i quadrati delle velocità. Sarà perciò il seno retto dell'angolo d' inclinazione FAG in ragione dimezzata della differenza de' quadrati fra il raggio AF ed il peso assoluto GI: conciossiachè i triangoli simili GIH, ed ADG danno $IH = \frac{GI \times AB}{AF}$, e i triangoli pur simili GAD, GPQ, danno $PQ = \frac{AD \times GP}{AG}$, sarà $PQ^2 = \frac{AD^2 \times GP^2}{AG^2}$, e per tanto sarà l' egualità $\frac{AD^2 \times GP^2}{AG} = GI \times AB$, (essendo $AG \times FA$), oppure $GI \times AB = \left(\frac{AD^2}{AG} \times BN^2\right) = \frac{AD^2 \times FE}{AG}$, ma FE per i simili triangoli ADG, AFE è eguale a $\frac{AF \times AB}{AD}$, adunque $GI \times AB = \left(\frac{AD^2}{AG} \times \frac{AF \times AB}{AD}\right)$ $AD \times AB$, e però $GI = AD = \sqrt{(AG^2 - AB^2)}$, onde $GI^2 = AG^2 - AB^2$, ed $AB = \sqrt{(AG^2 - GI^2)}$ come erasi proposto.

LII. *Coroll. I.* Ne deriva da ciò non mai potersi bilanciare queste palle, se i seni de' complementi degli angoli d' inclinazione non sono eguali a quelle quantità ch' esprimono i pesi asoluti delle medesime palle.

LIII. *Coroll. II.* E perchè $GI = AD$, saranno le gravità specifiche de' corpi immersi mediante un filo nelle acque correnti, rispettivamente come i seni de' complementi degli angoli d' inclinazione; e per l' opposto, immersi corpi di varia gravità specifica, i seni de' complementi de' medesimi angoli d' inclinazione rappresenteranno le dette gravità specifiche; onde ecco una nuova maniera per aversi queste gravità nella dottrina delle galleggianti.

LIV. *Scolio I.* Egli è ben vero, che l'esperimento che qui si accenna d' immergere con un filo un corpo grave, non potrebbe aver luogo, per dare di quanto si cerca un vero lume, che o nelle acque che corressero velocissimamente, o allor quando i corpi immersi non guari superassero la gravità specifica dell' acqua; le quali condizioni mancando, i corpi sospesi non si moverebbero sensibilmente dal loro perpendicolo, maggiore essendo il loro conato per resistere, che la velocità dell' acqua per asportarli fuori del piombo. Per ridurre la cosa all' uso che ci siamo prefissi, sia dunque la palla, che d' immergere s' intende di una gravità, che poco superi quella dell' acqua,

e dicasi questa m (*tav.* 7. *fig.* 4.), e la gravità specifica di un altro corpo noto sia n. Sia il seno verso dell'angolo d'inclinazione fatto dalla palla, la di cui gravità specifica $m = AD$; linea che sarà nota nelle parti del raggio AF supposto 100000. Data dunque la proporzione di m ad n, sarà $\frac{n \times AD}{m}$ la quantità nelle parti del raggio che farà resistenza alla velocità dell'acqua. Sia per esempio $m : n :: 6 : 7$, e l'angolo DAG sia di gradi 35, onde AD = 81899 delle 100000, sarà AD per la gravità di n, 95549, che però il seno retto corrispondente sarà di gradi 17. 10′, e tanto declinerebbe il pendolo dalla perpendicolare, quando la palla fosse della gravità specifica come n. Sia adesso $m : n :: 6 : 8$, sarà la palla che avesse la gravità specifica n equivalente a parti 109197, che superando le 100000 di parti 9197, con tante parti di più, quante sono le 9197, potrebbe resistere alla violenza dell'acqua, vale a dire, non solamente questo tal corpo non sarebbe smosso dalla perpendicolare, ma per ismoverlo vi si ricercherebbe ancora tutte le dette parti residue.

LV. *Scolio II.* Nota dunque che sia la proporzione della gravità della palla dello strumento, che serve per indagare le velocità, alla gravità di qualunque altro corpo, è facile il rivelarsi i gradi della di lui resistenza, quando le moli sieno eguali. Noi chiameremo ne' corpi assai più gravi in ispecie dell'acqua l'*eccesso*, tutto quello che hanno oltre le parti 100000, nelle quali s'intende diviso il raggio, e che bastano per resistere a tutti i *conati* che può far quel dato corso di acqua per allontanarlo dal perpendicolo. Per trovare adesso all'accrescersi la mole di questo corpo, quanto maggior *eccesso* acquisterebbe, converrà ridurre prima la palla, che si suppone formata della materia più resistente, in una figura simile all'altro corpo maggiore che si vuol immergere, che a maggior facilità potrebbe esser un parallelepipedo, avvertendo di ridur la base che riceve l'acqua, eguale di area alla base del nuovo prisma da formarsi, e questo corpo riceverà gli stessi urti dall'acqua, come la palla; sarà poi, secondo a quanto si è detto al numero XLV. di questo, da rilevare in qual proporzione stiano le resistenze di entrambi, avute le quali si faccia come la resistenza della palla ridotta in prisma, al prisma omogeneo maggiore di cui cercasi l'*eccesso*, così il valore nelle parti del raggio, trovato per la palla, al quarto proporzionale, da cui se si leverà le parti 100000, sarà il residuo l'*eccesso* ricercato del corpo maggiore, il qual *eccesso*, secondo le osservazioni dell'*Amontons* registrate nell'anno 1699 degli atti dell'Accademia Reale delle Scienze, dovrà esser accresciuto da un terzo di tutto il di lui peso, essendo che non sospeso nell'acqua, ma s'intende venir esso collocato sopra una superficie piana ed orizzontale, o quasi orizzontale, e che

per conseguenza per esser trasportato resiste ancora per un terzo in circa del di lui peso, che quivi ritiene, quindi l'*eccesso* del grave sarà come il quarto proporzionale suddetto più il terzo di tutto il peso di quel tal corpo, e dicendo questo eccesso F, la proporzione della gravità, o delle ordinate della parabola espresse al numero XLV. e seguenti di questo, facendosi come r ad s, ed r sia la minore, s la maggiore, sarà $F = \frac{r}{s} \times \frac{ny}{m} + \frac{t}{3}$, quando t sia il peso che ha nell' acqua il grave, di cui si cerca l'*eccesso* dal che resta manifesto con quanta forza resistino i corpi, che siano molto gravi, quando venghino opposti alla correntia delle acque.

LVI. Per ridurre la teorica forse troppo astratta all'uso, ed alla pratica, esamineremo in concreto la resistenza de' ripari nella maniera più facile che sia possibile. Per ottenere ciò s' intenda ogni riparo conformato in un parallelepipedo, e quando non lo fosse realmente si potrà da ogni anche mezzanamente versato nella geometria de' solidi, ridurre ogni corpo alla predetta forma, e ciò a motivo di facilitare il calcolo, e render più chiara la materia: ma perchè difficilmente si potrebbe venir a capo di ciò, che si desidera, considerando assolutamente le forze delle resistenze e dell' acqua, perciò si riduca la quistione ad investigare solamente le relative. Sia dunque in primo luogo da trovare un corpo omogeneo parallelepipedo, che collocato in una corrente di acqua non possa da questa venir asportato, o, ch' è lo stesso, qual peso e mole debba egli avere, perchè in un dato moto dell' acqua non venghi asportato, bensì per pochissimo che venghi sminuito il di lui peso, possa dalla corrente esser mosso, con che sarà la quistione ridotta a cercare l'equilibrio fra il peso che resiste, e la forza dell' acqua che spinge ed urta. Si prenda un corpo della forma predetta ed omogeneo in ogni sua parte componente, che sia talmente o accresciuto o scemato di peso, senza però mai alterarne la di lui figura, e talmente collocato a qualche sito dell' altezza di una sezione di un fiume, che vaglia a resistere al corso, ma o mutato per un insensibile spazio di sito, o pure variato benchè insensibilmente di peso rimanga smosso dal suo luogo, durando per tanto un tal equilibrio, si avrà la maniera di conoscere la resistenza e la forza, o di ridurre al calcolo e l'una e l'altra. Sia un picciolo parallelepipedo BM di materia omogenea, e della stessa o diversa, di cui si formano i ripari, ma per maggiore facilità poniamo della medesima, sia rivolto con una delle sue facce FGM (*tav.* 7. *fig.* 5.) al corso dell' acqua, restando le due laterali parallele alla direzione della medesima, e s' intendi in oltre con la sua base EM ben appoggiato o al fondo, o a qualche piano equivalente, e venghi talmente collocato nella sezione di un

fiume, di modo che abbia le sopraddette condizioni. All' asse AE s' intenda descritta una parabola ADC, e si prolunghino le IB, HE, sino in D e C, cosicchè DB, CE siano due ordinate di questa parabola. Perchè poi il peso di questo corpo diverso è in aria, e diverso in acqua, dicasi la ragione della di lui gravità specifica m, quella dell' acqua n, e si faccia $m : n ::$ solid. BM : $\frac{n \times \text{sol. BM}}{m}$, e questa quarta proporzionale esprimerà il peso di altrettanta acqua, quanta è la mole del solido, il di cui peso nell' acqua sarà eguale alla differenza del solido BM, e della detta quarta proporzionale, cioè sol. BM $- \frac{n \text{ sol. BM}}{m} = \frac{m - n}{m}$ sol. BM. Ma per le osservazioni dell' Amontons a causa della compressione, che esso peso fa al soggetto fondo, deve pur anco resistere per un terzo di detto suo peso, però tutto il momento sarà $\frac{m-n}{m}$ sol. BM $+ \frac{1}{3}$ sol. BM $= \frac{4m - 3n}{3m}$ sol. BM. Il momento della forza dell' acqua è come il quadrato della velocità della stessa moltiplicato nella base del solido, supposto che fluisca normale al piano BIHE, e perchè la velocità che urta nel solido è come l'aggregato di tutte le ordinate, che occupano lo spazio DBEC, e questo spazio per la quadratura della parabola è eguale a $\frac{2}{3}$ CE $\times$ AE $- \frac{2}{3}$ DB $\times$ BA, e perciò

$$\left(\tfrac{4}{9} CE^2 \times AE^2 - \tfrac{8}{9} CE \times AE \times DB \times AB + \tfrac{4}{9} DB^2 \times AB^2\right) \times BH = \frac{(4m - 3n)}{3m} \text{ sol. BM} = \frac{(4m - 3n)}{3m} \times BH \times HM, \text{ cioè } \frac{(4m-3n)}{m} \times HM = \frac{4AE^3 - 8AE\sqrt{AE} \times 2AB\sqrt{AB} + 4AB^3}{3}.$$

LVII. Per facilità del calcolo onde determinare le predette resistenze sia $AE = p$, $AB = x$, $HE = t$, $HM = r$, sarà dunque per il numero di sopra $\frac{4m - 3n}{m} \times r = \frac{4 \times (p^3 + x^3) - 8px\sqrt{(px)}}{3}$, ovvero $\frac{4m - 3n}{m} \times rt = \frac{4t}{3} \times [p^3 + x^3 - 2px\sqrt{(px)}]$, e dicendosi $rt = P$, sarà ancora $P = \frac{4tm}{12m - 9n} \times [p^3 + x^3 - 2px\sqrt{(px)}] = t \times \frac{4m}{12m - 9n} \times [p^3 + x^3 - 2px\sqrt{(px)}]$. Per esempio sia $AE = p = 180$, $AB = x = 175$, $HE = t = 3$, $m = 2$, $n = 1$, sarà fatto il calcolo, $P = 283800$, cosicchè accrescendosi benchè insensibilmente il momento dell' acqua corrente, o scemandosi nello stesso modo la resistenza del peso, sarebbe questo asportato.

LVIII. Sia un reale riparo, omogeneo però di materia al grave con cui si è supposto fatto lo sperimento registrato al numero LVI. di questo, qual riparo non sarà difficile, data la di lui mole a conformarlo in un prisma di simile figura con quello dello sperimento. Si figuri poi l' acqua corrente ridotta alla sua massima altezza ed impeto per conseguenza, e perchè in tal caso saranno mutate le quantità x, p, t rimanendo solo invariate le m ed n, però a norma di esse riducendo la formola del numero precedente in numeri, se questi equivaleranno alla quarta proporzionale con il peso del primo grave dello sperimento, col peso del riparo, e col numero ritrovato per il detto sperimento, tal riparo sarà in equilibrio con la forza precisamente, se sarà minore sarà asportato, se maggiore resisterà, e di quanto questa sarà maggiore, tanto sarà l' eccesso, che avrà per resistere, secondo a quanto è stato detto al numero LV. di questo capitolo.

LIX. *Scolio*. Facendosi $p = 300$, $x = 50$, $t = 200$, e la proporzione del peso dello sperimento al peso del riparo, sia come 1 al 2000, avrebbesi la formola $\frac{4tm}{12m - 9n} \times [p^3 + x^3 - 2px \sqrt{(px)}]$ ridotta in numeri 1138133333, ma l' analogia de' pesi porta 1 : 2000 :: 283800 : 567600000, ch' è minore della sopraddetta resistenza di parti 570533333, tal riparo però resisterebbe ad ogni urto del fiume, come quello che avrebbe di eccesso sopra dell' equilibrio alla forza della corrente il numero soprapposto 570533333.

LX. Abbenchè in due corpi gravi eguali in mole, ma che uno sia composto di molti altri piccoli, e l' altro di un solo, immersi che siano nell' acqua corrente, il peso assoluto, e la resistenza che hanno nel contatto del fondo sia eguale in entrambi, nientedimeno ben diverso riesce il loro momento per resistere all' impeto dell' acqua, avvegnachè nel corpo diviso, tutti gli strati delle di lui parti, a misura del variarsi della velocità nell' altezza viva, ricevono diverso impulso, e resistono a misura del peso sovraincombente, che loro rimane: dove nel corpo indiviso, abbenchè in tutti i punti riceva una diversa impressione, nientedimeno vi è un solo centro di azione e di reazione, dove nel diviso tutte le parti componenti possono esser considerate con i loro centri particolari di azione e contra azione, quindi per opporsi con la maggior forza all' impeto dell' acqua, devesi sempre prescegliere i corpi più grandi, piuttosto che i più minuti, abbenchè siano della medesima materia, così la terra abbenchè gettata sparsa in un gran corso d' acqua, non mai prenderebbe piede; come chi opponesse a questo medesimo corso un argine di semplice terra non punto legata o rassodata non lo renderebbe

fermo e consistente, bensì posta la detta terra in volpare, in gabbioni, o in qualsivoglia altro modo unita, resisterà alla correntía, e gettata così raccolta, e ristretta nel corso dell' acqua, appena resterà mossa fuori del piombo ove sarà lasciata cadere, e maggior piede vi prenderà allora principalmente quando con una qualche palificata venisse assicurato il fondamento del detto ammasso di terra, legato come si è detto.

LXI. *Scolio*. Chi avesse presi tutti quei sassi e ciotoli della Trebbia, che furono adoperati a formar i prismi per i moli della città di Piacenza, e li avesse gettati nel Po nel sito medesimo di essi moli, con l' idea di obbligar quel fiume a non internarsi di più con le corrosioni, con le quali si avanzava verso di quella città, avrebbe questi del tutto gettato il tempo, ma i medesimi ciotoli e sassi legati con buona calce, e ridotti di una giusta mole, si sono potuti gettare nella corrente di esso Po senza pericolo, che ne venissero asportati, ed hanno stabilite tre moli di tal solidità e consistenza, che tutto l' impeto di quel fiume reale, nulla li può offendere. Da un somigliante principio nasce la buona riuscita che apportano le volpare, che con molto frutto si adoprano nell' Adige nello stato Veneto. Non sono desse altro, che alcune zolle di terra, legate con paglia o fieno, o altra poco differente materia, che sia capace di tenerla unita assieme, e di formare una spezie di prisma lungo in circa due piedi, alto uno, ma di figura eccedente al rotondo e bislunga: con le zolle, o con la semplice terra e creta non potrebbe già assicurarsi il piede dell' arginatura, e molto meno empirsi le casse delle palificate, che servono per chiuder le rotte, essendochè l' acqua correndovi con gran precipizio il tutto porterebbe via, ma con le volpare si empiono agevolmente i cassari delle palificate, onde va poi crescendo l' argine malgrado la violenza del corso dell' acqua, e la rotta si chiude, come si esporrà nel capitolo seguente. Sopra i pubblici lidi di Venezia sono stati da me introdotti e moli, ed argini di marmo d' Istria legato con calce e pozzolana, di modo che dove il sasso benchè di gran mole regger non poteva all' urto del mare, adesso in tal modo legato dura a fronte di ogni burrasca, ed a suo tempo quel circondario sarà ridotto del tutto impenetrabile ed eterno, come eterna è quella Metropoli che da' detti lidi viene divisa dal mare, e costudita.

LXII. Vincenzio Viviani nell' erudito discorso che indirizza al Granduca di Toscana Cosimo III. intorno *al difendersi da' riempimenti, e dalle corrosioni de' fiumi* a c. 50, dove parla del sasso sciolto, e de' cantoni fatti dalla natura, e posti per difesa dell' intacco delle rive, dice così: *Siccome in quel sito dove si pon quel cantone, o quel sasso di cava non si trova pur uno fra que' milioni di sassi stativi*

condotti dalle piene, che sia del peso di alcun di que' che vi si portano apposta, così, non avendo esse piene avuto tanto vigore, e forza di naturalmente condurvene, come l'avevano avuta, ed anche maggiore, allora che del medesimo, e di maggior peso di man in mano, se ne sgravarono più, e più alto nel medesimo letto di Arno, non la potranno aver nè meno per ismuovere, sollevare, e condur più lontano quelle moli, di peso tanto superiore, trasportate quivi dall' arte; e più sopra a c. 47, *ed i quali sassi sieno di forma non rotonda, ma affacciata e ruspa, e di peso assolutamente maggiore di quello delle massime parti della materia, che la corrente di massima forza può condur quivi, dove esso riparo si forma, è bastante a contrastare, ed a resistere alla gravezza, e rapidità di questo elemento, anzi a domarlo, a vincerlo, ed a fugarlo* ec. Dal qual sensato discorso pare, che seguir debba, che la forza assoluta delle acque correnti si possa desumere dalle materie, che lasciano qua e là per l' alveo, mentre non le potendo più oltre far avanzare, è segno manifesto, che il massimo della velocità viene misurato dal peso di quella tal materia, con cui resiste ad esser ulteriormente promossa avanti, le quali cose essendo così, resterebbe agevolmente noto qual peso, e qual mole si potesse porre in un dato fiume di conosciute forze, per deludere e rintuzzare ogni di lui conato, ed in tal modo quanto è stato esposto a' numeri LVI, e LVII. di questo, circa allo sperimento da praticarsi per indagare qual resistenza vi voglia per i ripari, sarebbe sufficiente per aversi questa cognizione, mentre basterebbe pesare alcuno di que' ciotoli, per dedursi poscia le conseguenze ivi ricavate; ma per niente dissimulare sembra che la proposizione del Viviani debba nel fatto de' fiumi restar soggetta a molte eccezioni, per le quali spesse volte non si possa venir in cognizione del peso, che si dovesse opporre al corso dell' acqua per formare una sufficiente resistenza: conciossiacosachè se fosse assolutamente vero, che il peso delle materie già deposte nelle piene dei fiumi, fosse l' indice delle loro massime forze, seguir ne dovrebbe, che da quel termine in giù ogni anche picciol sasso, o altra poca mole resistesse al corso dell' acqua, e che potesse servire per la materia, di cui comporre un riparo, che a resister valesse in quella guisa, che resistono i corpi di maggior mole, nelle parti superiori del medesimo fiume, onde nel Po v. g. essendo che a Piacenza arrivano i sassi portati in esso Po dalla Trebbia della grandezza di mezzo piede incirca, nè più oltre si avanzano, adunque di questi a Cremona, ch' è più inferiore di sito di Piacenza, ove la forza del fiume benchè in piena mai li trasporta, si potrebbe ergere un riparo egualmente resistente, che un altro fatto a Piacenza, o in altro sito più superiore, il quale riparo fosse composto di parti di mole molto

maggiore; con tutto ciò, se di questi sassi deposti dal Po nel suo fondo dirimpetto a Piacenza si pretendesse di formare a Cremona un pennello o molo, sarebbe subito rovesciato dalla forza dell' acqua, anzi in faccia di Piacenza per fermar i ripari stabilmente, si è dovuto dei detti sassi di Trebbia legati con buona calce formar i prismi triangolari di una lunghezza ciascheduno di 3 piedi, ed alti un piede; della qual mole di sasso non ne conduce il Po, in alcun luogo, fuori delle montagne. Nè meno ben s' intende, come mai se i sassi deposti qua e là lungo l' alveo del fiume, fossero la misura della forza di esso, perchè negli stessi siti vi si arrestassero, e sassi molto più piccioli, e sino le sabbie più minute, che finalmente formano dapertutto il vero letto de' fiumi, almeno fuori de' monti; e pure se la proposizione della massima forza si verificasse contro de' ciotoli più grossi, dovrebbe con altrettanto di energia scaricarsi contro de' più minuti, ed asportarli più oltre, e dovrebbe dirsi che o le velocità ne' fiumi, ove non portano che la sola belletta, fossero insensibili rispetto a quelle, ove il fiume porta e ghiaie e sassi, o che ogni debolissimo peso, là ove è portatata solamente la belletta, fosse valevole ad opporsi alla forza dell' acqua, e ad impedire i disordini, ma non verificandosi nè l' uno, nè l' altro, ragion vuole, che si resti persuasi, non essere il peso delle materie deposte l' indice del massimo grado della forza de' fiumi, benchè considerata in piena, ma doversi desumer questo dalla combinazione di molte altre circostanze.

LXIII. Chi però farà le dovute distinzioni fra i fiumi temproranei, e reali, troverà poter sussistere la proposizione del Viviani, e le nostre antecedenti. Sono i primi quelli, che correndo per ordinario fra monti, ricevono dal pendìo ben grande di questi le acque, che si vanno unendo fra dossi, e rialti, onde e in un momento per così dire riempion l' alveo del recipiente, e vi corrono con un impeto più dovuto ad un grave, che discenda per un piano inclinato, che ad un fluido, che tosto si riduce all' egualità del moto, che però abbenchè quelle acque discendenti non fossero capaci di portar seco i grossi sassi, nientedimeno lo sono per scalzar i medesimi dalla terra, ove stanno fitti, quindi fatti liberi, ogni poco impulso di più, che vi dia l' acqua, spinti dal proprio peso, ed aiutati dalla declività del terreno passano nel fiume, che ormai reso gonfio dalle acqua, e che ritiene un pendìo di qualche piede per ogni centinaio di pertiche, vanno ruzzolando allo ingiù, nè prima si fermano, che succeda l' equilibrio fra la velocità dell' acque, e le resistenze nate dal loro peso, dalla minorazione del declivio del letto e dall' accidentale intoppo, che va succedendo fra i medesimi sassi, oltre ai movimenti irregolari, che vengono promossi dalla loro diforme

superficie più o meno scabra e ruspa; onde in questi siti, note che siano tutte le dette cose, può benissimo arguirsi il massimo grado di forza dal massimo peso, portato dal fiume, ma dove questi va perdendo quel sensibile declivio, e che comincia ad entrare nelle campagne piane col proprio alveo, la cosa quivi passa altrimenti, mentre o sia per l' ingresso di nuovi influenti, o per l' altezza del corpo, che può acquistar l' acqua, abbenchè possa avere un momento pari a quello che aveva, là dove pur anco conduceva i sassi, nientedimeno arrestati più superiormente da alcune delle circostanze predette, resta l' alveo più a basso libero dai medesimi sassi, e ghiaie, non per deficienza di forza per condurli, ma per mancanza dei medesimi materiali, fermati già di sopra.

In fatti chi mai crederebbe che nel Po a Crespino non vi fosse velocità da portar della ghiaia, che si ferma a Piacenza, che non è di maggior mole come è stato detto ne' sassi, che la compongono di un mezzo piede in circa? Un' altra essenzialissima circostanza nasce dalla costituzione in cui si trovano i fiumi reali e perenni a fronte de' temporanei, ed è, che come questi hanno il loro fondo regolatissimo, e condotto, se all' occhio si crede, in una linea retta, i primi lo hanno irregolarissimo. Esempio ne siano, tutti quei torrenti, che usciti fuori delle montagne, s' incamminano verso le pianure meno inclinate all' orizzonte, avvegnachè se questi, come loro frequentemente accade, rimangono senz' acqua, o per rotte o perchè manchi di sopra, o si perda fra la terra, si vedono col fondo spianato ed assai regolare sopra la di loro cadente; io osservai il Reno, quando del 1717 aveva aperte e correvano le due rotte alla di lui destra Panfilia e Cremona, poco superiormente a S. Agostino, e lo vidi col letto, che ivi è in sabbia, spianatissimo. Io stesso potei osservare ne' torrenti del Friuli, Tagliamento, Celline e Torre. Per l' opposto i fiumi grandi e perenni hanno il fondo irregolarissimo, cioè ripieno di ridossi, vasche e gorghi molto profondi. Il Po più di ogni altro fiume ne fornisce l' esempio, avendolo ritrovato noi nelle visite solenni in esso praticate col mezzo di scandagli col fondo al maggior segno irregolare, cioè in siti escavato in voragini, in altri rialzato in gran dossi; e tale è la diversità che corre fra fiume e fiume, e per conseguenza tali le cagioni che realmente impediscono il libero avanzarsi, che far dovrebbero i sassi, senza che possino restare spinti dalla forza dell' acqua, ove, tolte le dette resistenze, sarebbero promossi.

LXIV. Non essendo per tanto sicura la regola sopraddetta per istabilire adeguatamente di qual ponderosità abbiano ad esser i ripari, per resistere secondo all' esigenza alla forza dell' acqua, sarebbe qui da ricercare qual legge vi potesse essere per ottenere con morale

sicurezza il sopraddetto fine; ma comecchè per istabilir questa vi si ricerca la combinazione di tante e tante circostanze, così non potendosi queste sufficientemente determinare, non si può nè meno fissar la legge di esse resistenze; dovrà bastare per altro all' ingegnere, di saper distinguere la forza de' fiumi ne' varj siti del loro alveo, essendochè ben diversa è la loro energia ove corrono in ghiaia, ed ove camminano in pura sabbia, e con pochissimo declivio: molto differenti perciò dovranno esser i ripari da porre in uso anche nello stesso fiume a misura cioè della varietà de' fenomeni, che emergono nel di lui alveo, nella di lui portata e declivio. Se opererà ove il fiume porta la ghiaia, dovrà di questa unirne in prismi o cantoni di lunghezza di due sino a tre piedi, e di altezza un piede in circa, formandone o pennelli, o muraglioni, a misura ch' è chiamato dal bisogno dell' operare, o per volger l'acqua, o per resister all'intacco di una qualche corrosione; se il fiume in quel tal sito arriva a portare col suo corso delle pietre assai grosse, non basteranno per ostargli i detti cantoni sciolti, ma bensì si avranno a collegare col mezzo di palificate divise in casse. Finalmente se il fiume corre in pura sabbia, o anche in semplice belletta, come accade ne' siti assai vicini al mare; in questo caso vi si resisterà coll' uso delle volpare, quando però questi siano di una sufficiente mole, ben legate, e formate di buona terra, ovvero con i gabbioni; ma circa alla diversità de' ripari da praticarsi in varj siti de' fiumi, e secondo le diversità degli accidenti, punto essenziale in materia dell' acque correnti, si esaminerà nel seguente capitolo, destinato alla pratica delle difese de' fiumi, e regolamento del loro corso.

CAPITOLO UNDECIMO.

Delle corrosioni de' fiumi; delle rotte, che si aprono negli argini de' medesimi; e de' ripari da porsi in opera per impedirle, ed accadute per prenderle e sanarle.

I. Un fiume quanto più lentamente cammina, tanto più con uniformità di moto progrediscono i di lui acquei filamenti tanto nel mezzo, che verso le sponde, di modo che appena si distinguerà il filone o spirito dell'acqua, dal corso ch' ella avrà accosto delle rive; si ricava ciò dall'osservazione del pari e dal raziocinio, conciossiacosachè il ritardo de' filamenti predetti verso le sponde nascendo dalla resistenza che questi vi fanno, quanto maggiore sarà il moto dell' acqua, tanto più opereranno le dette resistenze, i gradi delle quali, come ben sanno i Statici, crescono come i quadrati delle velocità; dimodochè dove queste sono minime, minime saranno pure le

reazioni; così per l'opposto, se si considererà un fiume di molta velocità dotato, riuscirà molto sensibile il moto del di lui filone rispetto al moto de' filamenti laterali, e più vicini alle rive. Se dunque vi fosse tal fiume, che ristretto fra le sue sponde rapidamente corresse nel mezzo, ed assai lentamente alle rive, questi ogniqualvolta si venisse a dilatare in modo, che seguisse in esso un sensibile ritardamento del detto filone, acquisterebbero i laterali filamenti tal moto, onde tutte le parti egualmente, almeno al senso, si movessero; quindi resta manifesto, che poco o nulla contro dell'acqua operando le resistenze, altro non risentirebbero le sponde, che il peso dell'acqua, e pur che fossero valevoli a contenerla, sarebbero sufficienti ad impedire ogni loro squarciamento, anche quando esse sponde fossero superiori di livello alle campagne aggiacenti. E per l'opposto, ove sensibile è il divario fra il corso del filone, ed il moto de' filamenti laterali, le resistenze delle sponde dovranno contr'operare gagliardamente, come il loro ufizio non è che di reazione contro la forza dell'acqua ch'esse devono sostenere, e precisamente con quel grado, che levano alla velocità del fiume, comecchè poi esse resistenze si oppongono in senso contrario alla direzione perpendicolare, che partendo dal filone viene a riuscire al punto, di cui si parla; però questo non solamente dovrà sostenere il peso dell'acqua del fiume, ma esser superiore di momento ancora a questi *conati* laterali, formati dall'acqua impedita nel proprio corso: e questo è il modo col quale vengono sforzati gli argini a cedere, oltre il naturale peso dell'acqua, e quando si prenda il moto del filone come un *moto libero*, e che non risenta delle resistenze delle sponde, si avrà da un tal dato, il modo di ridurre a calcolo il valore di detto *conato* perpendicolare, che si pratica contro di esse sponde, che vincer devono per non essere squarciate.

II. *Corollario*. Da ciò nasce, che le sezioni de' fiumi a misura, che sono più veloci nel filone, meno sieno immuni dalle resistenze. senza che l'accelerazione del corso possa supplire al bisogno, sicchè il fiume non gonfi nelle parti superiori: indizio ben sarebbe del non esser desse ritardate, se egualmente tutti i filamenti dell'acqua si movessero; ed allora l'altezza viva dell'acqua nelle sezioni superiori nulla si aumenterebbe per la resistenza delle sponde, e gli argini nulla, oltre il gravame che loro recasse il solo peso delle acque, risentirebbero.

III. Se un fiume di sponde parallele AC, ZF (*tav.* 7. *fig.* 6.), le di cui velocità orizzontali venghino espresse per l'area BCDEF, il filone per RD, le minime velocità laterali per BC, FE, e l'altezza viva dell'acqua per BI, si debba allargare di maniera, che facendo la riva KL parallela alla ZF, succeda di passare per le sezioni di

questo eguali quantità di acqua in egual tempo, e con velocità per tutta la larghezza così dilatata costante ed eguale alla massima RD del fiume più ristretto. Sia dunque BI altezza viva della sezione $= A$, BF sua larghezza $= L$; CDE scala delle velocità, di cui l'area LV (chiamando V la sua velocità); RD la velocità massima $= W$, l'altezza ricercata nell'alveo dilatato $= a$; e la sua larghezza parimenti da trovarsi $= l$. Per tanto, secondo l'ipotesi, sarà l'equazione $LVA = alW$, ovvero $\frac{ALV}{W} = al$. Si conduchi nell'angolo semiretto ABS la retta BSK; indi si faccia AV, ovvero $BT = \frac{AV}{W}$, e si descriva l'iperbola OV tra gli asintoti BG, BI, sarà qualunque KG la larghezza ricercata $= BG$ e GO ovvero BQ l'altezza pur ricercata, e per la natura dell'iperbola sarà $OG \times GB = VA \times AB$, onde a qualunque larghezza BL corrisponderà l'altezza BQ, perchè segua il corso con la detta velocità massima RD per tutta la detta larghezza.

IV. *Corollario*. Generalmente dato un fiume, che corra con le velocità ritardate, la di cui larghezza sia BL, se ve ne sarà un altro di qualunque altra larghezza BF, che cammini con le velocità libere, ed eguali da per tutto alla massima delle ritardate, saranno le altezze vive dell'acqua reciprocamente, come le aree fatte dalle velocità, e dalle larghezze; attesochè essendo $ALV = alW$, sarà ancora $A : a :: lW : LV$; il che ec.

V. Riducendo il problema dall'universale al particolare, si figuri il fiume CBZF coll'acqua alta come BI, il di cui filone RD, ed il cammino meno veloce verso le sponde, come viene dinotato dalla curva delle velocità CDE; supponendo dunque che l'acqua discorrente per il filone RD sia libera, ne risenta in alcuna sua parte la reazione delle sponde; in tal caso è certo, che se le dette sponde fossero sommamente liscie, tutta l'acqua di questo fiume camminerebbe in ogni sito con la velocità massima BD, ciò non ostante, ridotta nel caso delle resistenze allo stato di *permanenza*, tanta quantità ne dovrà passare nella sezione *ritardata*, quanta nella *libera*, dove in questa passerebbe sotto una minor altezza viva. Saranno dunque le BL, BF eguali, cioè $L = l$, e perciò $\frac{AV}{W} = a$, vale a dire, che l'altezza ricercata sarà nella ragione diretta di BI, e della velocità del fiume ritardato, e reciproca della massima velocità RD.

VI. *Scolio*. Sia in grazia di esempio RD velocità massima eguale a 8, e la BI altezza dell'acqua nella sezione ritardata 10; $V = 7$, sarà la BH altezza ricercata eguale a $8\frac{3}{4}$, onde lo scemamento dell'altezza verrà ad essere $\frac{5}{4}$ di un piede, ovvero un piede ed un quarto,

e le resistenze saranno sempre proporzionali alli due trilinei misti CND, DEM, determinati dalla tangente alla curva NM del punto D, e dalla produzione di BC, EF in N, M; ovvero facendo che il filone cada appunto nel mezzo della NM, saranno come il doppio dell' area di CND, e tanto avranno di più a resistere gli argini oltre il peso naturale dell' acqua che devono sostenere. Rilevando dunque da' fenomeni la natura della curva CDE, tutto il rimanente si determinerà facilmente. Ma se RD non fosse la massima velocità *libera*, ma risentisse essa pure qualche ritardo dalle resistenze delle sponde; in tal caso l' argine o la riva soffrirebbe maggiore impressione di quella, che il calcolo dimostrasse; ciò accade ne' fiumi non molto larghi. Indizio sarà poi che la BD sia la *massima* e *libera*, se esaminando e riconoscendo i filamenti dell' acqua vicino al filone, saranno essi trovati in qualche numero progredire colla stessa velocità del filone stesso, cioè allor quando la curva termini per qualche spazio sensibile di qua e di là dal punto D nella tangente, oppure che nel detto spazio non declinasse da essa tangente, che insensibilmente.

VII. Come che un fiume a misura, che si allarga, meno risente delle resistenze delle sponde, così per l' opposto quanto egli si va più facendo stretto, vieppiù le prova; quindi al restringersi degli alvei, devono le sponde restar più tormentate non solamente dal peso dell' acqua, ma ancora dalle pressioni nate per la reazione delle dette resistenze: anzi se il fiume soverchiamente fosse ristretto, anche il filone stesso non potrà a meno di non restare impedito nel *libero* di lui corso. Essendo poscia varia la pressione, che fa l' acqua anche stagnante contro de' lati de' vasi, cosichè più vicino al fondo, sono maggiormente premuti, come si è veduto al numero IX del capitolo II. Nella stessa maniera succedono gli sfiancamenti dell' acqua corrente contro delle sponde, i quali ove più la velocità è sensibile, più agiscono contro delle medesime, seguendo in somma da per tutto le leggi della detta velocità; ciò non ostante il tormento maggiore delle sponde non viene prodotto dalle dette potenze, ma bensì dalla corrosione, che riconosce ben altri principj de' sopraddetti; per ispiegare i quali è necessario da sapersi, che il filone dell' acqua di sua natura dovrebbe occupar il mezzo del fiume, ma come che per ordinario le acque correnti per poco tratto conservano la rettitudine, così abbenchè paia, che dovessero le curvature obbligar l' acqua a tenersi col proprio corso maggiore verso del mezzo del fiume, ciò non ostante non poco declina questo verso la parte concava della detta curvatura. Sia il fiume ABCFED (*tav.* 7. *fig.* 7.), che abbia la curvatura BCFE nel fine del tratto dritto AB, DE. Stia il filone GH nel mezzo del fiume: Se dunque in un assegnato tempo l' acqua del

filamento GH ha forza di arrivare in I, un altro filamento parallelo al filone, situato più verso la riva AB, come sarebbe ML, non arriverebbe nel medesimo tempo se non in L, percorrendo uno spazio minore del primo. Perchè poi ogni moto di sua natura si fa per linea retta, per quanto si può, quindi tanto GH, che ML continueranno il più che loro sarà possibile, con la direzione GH, nè si accosteranno verso BC, sino a tanto che i filamenti fra AB e GI urtando nella concavità della riva non venghino da questa obbligati a rivolgersi verso K, e così il filone GI passata la sezione BE non più calcherà, come prima faceva, il mezzo del fiume, ma starà più accanto della riva concava BC, come in IN. Sbilanciato il filone, ed accostato a BC, deve questa parte risentire maggior pressione della AB, sito in cui per la supposizione, cammina nel mezzo, e quanto più vien pressata la parte BC, altrettanto resta sollevata la EF; ove per ordinario rallentandosi il moto dell' acqua, accadono le deposizioni e le secche, il che serve poi a restringere maggiormente l' alveo, ed a caricare vieppiù la parte opposta BC.

VIII. Nel fiume VZTY corrente da V in Z (*tav.* 7. *fig.* 8.) vi sia su la superficie posta una corda perfettamente flessibile QFAS, raccomandata a due punti fissi Q ed S, si cerca la curvatura di essa corda, o sia la natura della curva QFAS. Sia il filone del fiume NBAC; si conduca BP normale a questo, e sia essa l' asse della curva PMN, che rappresenti le velocità superficiali del fiume, cosicchè condotta FMH parallela al filone NBA, sia la MF quella che rappresenti la velocità competente al punto F; prendasi Ff infinitamente piccola porzione della curva ricercata, e si conduchi pure la If infinitamente prossima, e parallela alla HMF. Sia FR il raggio del circolo osculatore della ricercata curva nel punto F, e da questo condottasi la tangente FC tagli la BC nel punto C; poscia prolungata la HF in E, di modo che FE sia eguale a MF; dal punto E alla tangente FC, si lasci cadere la perpendicolare ED. I triangoli FED, FCB sono simili, sarà perciò $FE : ED :: FC : FB$, onde $ED = \frac{FE \times FB}{FC}$; ma sono simili anco i triangoli FGf, FCB, adunque sarà ED eguale ancora a $\frac{FG \times FE}{Ff}$: e perchè la forza assoluta di un fluido è come il quadrato della sua velocità, pertanto se la FE come raggio esprime la stessa velocità, la DE seno dell' angolo d' inclinazione della particella della curva Ff, rispetto alla direzione del fluido, dinoterà col suo quadrato la forza respettiva con cui il detto fluido urta la corda, onde la formola $\frac{FG^2 \times FE^2}{Ff^2}$ valerà questa stessa forza o resistenza;

ma secondo quanto ha dimostrato il signor Giovanni Bernoulli nel Trattato della *Manoeuvre des Vaisseaux* a carte 137, numero IV.; la pressione o forza dev' essere reciprocamente proporzionale al raggio della sviluppata della curva in quistione; se dunque FR è questo raggio, sarà $\frac{FG^2 \times FE^2}{Ff^2} = \frac{1}{FR}$, equazione che darà la natura della curva ricercata.

IX. Sia $AB = x$, $BF = y$, $MF = FE = a$, $BC = \frac{ydx}{dy}$; $PB = b$; $PF = b - y$, $Ff = ds$, sarà $FR = \frac{dyds}{ddx}$, adunque per lo numero antecedente $\frac{uu(dy)^2}{(ds)^2} = \frac{ddx}{dyds}$, ovvero $uu(dy)^3 = dsddx$. Sia $b - y = u^m$, sarà $(b-y)^{\frac{2}{m}} = uu$, e sostituendo sarà $(b-y)^{\frac{2}{m}}(dy)^3 = ddxds$ (A). Sia $pds = dx$, onde $dpds = ddx$, facendo ds costante, e $pp(dx)^2 + pp(dy)^2 = (dx)^2$, oppure $pp(dy)^2 = (dx)^2 - pp(dx)^2$, e $(dy)^2 = \frac{(1-pp)(dx)^2}{pp}$, e $ds = \frac{dx}{p}$, sostituendo però nell' equazione (A) questi ritrovati valori, sarà mutata nella seguente $(b-y)^{\frac{2}{m}} dy \times \frac{(1-pp)(dx)^2}{pp} = dp(ds)^2 = \frac{dp(dx)^2}{pp}$, che si riduce a $(b-y)^{\frac{2}{m}} dy = \frac{dp}{1-pp}$, ed integrando $q - \frac{m}{2+m} \times (b-y)^{\frac{2+m}{m}} = \int \frac{dp}{1-pp}$, in cui q è una quantità costante, e tale sarà l' equazione della curva ricercata.

X. *Scolio*. Sia da integrarsi il membro $\int \frac{dp}{1-pp}$, si faccia $1 - pp = \frac{1}{nn}$, onde $nn - nnpp = 1$, e $p = \frac{\sqrt{(nn-1)}}{n}$; sia in oltre $nn - 1 = r$; e per tanto $2ndn = dr$, adunque $dp = \frac{dr}{2n\sqrt{r}} - \frac{dn\sqrt{r}}{nn}$, e sostituendo in vece di dr il suo valore $2ndn$, ed in vece di $\sqrt{r}$, il suo $nn-1$, sarà $dp = \frac{dn}{\sqrt{(nn-1)}} - \frac{dn\sqrt{(nn-1)}}{nn}$, e finalmente $\frac{dp}{1-pp} = \frac{dn}{\sqrt{(nn-1)}}$ che dipende dalla quadratura dell' iperbola, da costruirsi

nel seguente modo. Nell' iperbola equilatera BDd (*tav.* 7. *fig.* 9.); sia $AC = n = \sqrt{\frac{1}{(1-pp)}}$; $DC = \sqrt{(nn-1)} = \sqrt{\frac{pp}{1-pp}}$; $AB = 1$; il triangolo $ACD = \frac{n\sqrt{(nn-1)}}{2}$, ed il suo differenziale sarà $\frac{dn\sqrt{(nn-1)}}{2} + \frac{nndn}{2\sqrt{(nn-1)}}$, ed il suo doppio $dn\sqrt{(nn-1)} + \frac{nndn}{\sqrt{(nn-1)}}$, ma $dn\sqrt{(nn-1)}$ vale DCcd, dunque DAd valerà $\frac{nndn}{\sqrt{(nn-1)}}$; e però $\int \frac{dp}{1-pp} = ADC - BDC =$ al settore iperbolico ABD, e pertanto $\int \frac{dp}{1-pp} = DAB = q - \frac{m}{2+m} \times (b-y)^{\frac{2+m}{m}}$. Si chiami $DAB = s$, sarà $s = q - \frac{m}{2+m} \times (b-y)^{\frac{2+m}{m}}$, e finalmente l'ordinata della curva $y = BF = b + \frac{(2+m)}{m} \times (s-q)^{\frac{2+m}{m}}$, il che era da ritrovarsi. Se dunque si prenderanno le Ff (*tav.* 7. *fig.* 8.) eguali da per tutto, e si determinerà BF eguale alla quantità predetta, si avrà il modo di descrivere la ricercata curva.

XI. Se si supporrà la sponda di un fiume composta di parti omogenee, di una stessa grossezza e collegazione con le vicine; la forza del fiume scaricandosi sopra di essa non altrimenti, che sopra la corda considerata al num. VIII. di questo, quella tal sponda non prima cesserà di cadere alle impressioni, di quello porti il grado di essa forza, che la verrà a costituire in una figura curva, che non mai sarà ridotta alla sua vera forma, se non allora che la diformità delle impressioni a cagione di essa curvità, sarà ridotta ad incontrare da per tutto le stesse resistenze, ed insomma solamente allora quando avrà acquistata la piegatura della corda, di cui di sopra si è parlato, ottenuta la quale, la riva non sarà più intaccata, e così si conserverà sino a tanto che altre circostanze non entrino a frastornare la detta disposizione, ch' è ciò di cui parla il Guglielmini nel libro della natura de' fiumi al corollario primo della prop. 8. del cap. VI. Dal che resta poi evidente, che ove cada a percuotere la riva il filone del fiume, ivi debba essere il vertice di questa curva, o sia della corrosione, e che a misura della larghezza del fiume, anche

più discosto debba cadere il detto vertice, quindi ne deriva, che i fiumi più grandi abbiano le loro volte o gombiate di maggior ampiezza, di quelle de' minori, ne potersi realmente chiamar corrosioni, quando il filone del fiume non viene a premere la sponda, formando ivi essa corrosione il proprio vertice. Egli è pur chiaro ed evidente, che stabilita che sia la corrosione, restando in un perfetto equilibrio le resistenze delle rive con la forza di ciaschedun filamento dell' acqua, dee seguire, che la riva non resti più tormentata nel vertice o centro di azione di quello sia in ciascuna altra parte, ma che da per tutto soffrirà la stessa pressione, nè finalmente si cangerà l' equilibrio sino a tanto che non si cangino le circostanze, o dell'acqua che urta, o delle rive che resistono.

XII. Pretende il Barattieri al capo secondo del libro II. dell' Architettura delle acque, che essendovi da una parte del fiume una corrosione, e necessariamente dalla parte opposta, la spiaggia o renaio, dovervi esser *due pendenze sopra le quali scorrono le acque, una naturale dal principio del nascimento de' fiumi, sino dove termina dentro del mare, e l' altra accidentale, che è da dove l' alveo è men profondo, cioè a dire dalla spiaggia alla parte, dove si getta la corrosione, e questa* (spiegasi egli) *potersi dire accidentale, perchè resta mutabile, secondo si vanno mutando gli effetti dei fiumi* ec. Il sentimento dunque dell' Autore si è, che la spiaggia rivolti l' acqua o tutta o parte a caricar il filone, e la riva, che da questo è posta in corrosione, la qual cosa abbenchè possa verificarsi in qualche senso, non può però seguire in riguardo della natura dell' acqua corrente, ma solamente rispetto ad alcune circostanze, che possono alterare il moto del fiume dalla sua origine sino al fine, nè tampoco può succedere secondo le leggi della statica, avvegnachè mantenendosi di livello la superficie transversa del fiume da riva a riva, nè mai l' acqua da destra a sinistra passando, non può realmente asserirsi che nella medesima sezione camminar possa l' acqua, parte verso il suo fine, e parte con direzione verso della riva opposta; onde la proposizione del Barattieri per questo capo non si accorderebbe con le leggi del moto delle acque: contuttociò si verifica il di lui sentimento, almeno in parte se non in tutto, ma per conoscerlo è di mestieri prender la cosa da' suoi principj, e ben discerner quei accidenti, per i quali succede un tal fenomeno di moto *accidentale*, come lo chiama il detto Autore. Ciò che fa resistenza al corso delle acque, oltre gli accidentali impedimenti di gombiate ed altri ostacoli e resistenze, si è il perpetuo soffregamento, che l' acqua è obbligata a fare e contro le rive, e contro il fondo. Del primo ne abbiamo parlato al numero XVII, e seguenti del capitolo VII, e del secondo ne parlano l' esperienza e la ragione, come

si è esposto a' numeri XIX, e XX. del capitolo V. Anzi non saprei come meglio spiegare il modo con cui l' onda del mare si rompe sulla spiaggia, se non col mezzo delle resistenze, che l' acqua vi riceve in passando dal maggiore al minor fondo. Più di una volta mi sono curiosamente trattenuto ad osservare la maniera, con la quale il mare infuriato spinge i suoi flutti al lido, ed ho veduto, che non sì tosto l' onda arriva, ove il mare perdè il fondo, e comincia la spiaggia sott' acqua, che ess' onda si cangia di forma, ed in vece di conservare la naturale sua rilevatezza sopra della superficie dell' acqua, essa in avanzandosi verso del lido, più progredisce con le sue parti più alte, che con le più vicine al fondo, di modo che non sostentata l' acqua per il difetto di quella, che più tarda la siegue, cade e strammazza furiosamente dall' alto sull' acqua della spiaggia, e con istrepito e fragore genera la spuma, spargendosi poi dilatatamente anche oltre il confine dell' orizzonte del mare, procedendo in somma il fenomeno dal non progredire tutto il corpo dell' onda con pari passo nel di lei moto, comecchè questi riesce maggiore in superficie, minore verso del fondo, il che non accadendo per niente ne' luoghi di maggior profondità, chiara cosa è derivar lo sbilancio predetto dalle sole resistenze provenienti dal troppo vicino fondo, vedendosi queste valevoli a trattener di maniera il corso dell' acqua benchè spinta dal vento, che rispetto alla superiore, rimane notabilmente rallentata nel proprio movimento. Può anch' essere, che l' azione del vento non penetrando gran fatto dentro dell' acqua, muova con maggior energia la parte di sopra, con minore quella di sotto.

XIII. L' acqua corrente di un fiume ha la propria tendenza verso lo sbocco, e desume il suo moto dall' inclinazione che tiene verso del suo recipiente sia poi d' esso o il mare, o un altro fiume; e sebbene l' acqua del filone cammina più veloce a qualche distanza dalle sponde, viene ciò non ostante regolato il sistema del corso dalla pendenza di tutto il fiume, da altro non nascendo il ritardo di una parte sopra dell' altra, che dalle accidentali resistenze dell' alveo nelle rive e nel fondo. Si può nientedimeno dare il caso, che l' acqua viva di una sezione si trovi di sì poca altezza, che le resistenze del fondo estendino la loro azione assai sensibilmente contro tutta l' altezza viva dell' acqua, e queste resistenze possono esser di tal energia, che levino o del tutto, o quasi intieramente il di lei moto progressivo, con cui camminar dovrebbe sempre parallela al filone del fiume, il che quando succedesse uopo avrebbe di starsene o stagnante, o quasi stagnante; ma perchè il filone non ritarda gran fatto il proprio moto, meno certamente risentendo da dette resistenze, però (almeno ne' fiumi reali e molto dilatati) non potrà conservarsi

in tale stato di cose l'acqua di livello in tutti i punti della larghezza della sezione, e potrà di qualche linea restar più basso il filone del rimanente di essa sezione, di quell'acqua cioè, che discorre più verso delle rive, e per tanto questa potrà anco esser rivoltata da un tale abilanciamento verso di esso filone, il quale se per avventura si trova vicino alla riva opposta, verrà la medesima maggiormente caricata coll'accrescersi la di lei corrosione all'aumentarsi di tal forza laterale, che abbenchè non paia camminar direttamente ad investir il filone, nientedimeno nell'obliquità del corso che deve assumere, viene a sospingerlo verso dell' opposta riva; con che resta spiegato il capitolo, di cui si è detto, del libro secondo della parte prima dell'Architettura di acque di esso Barattieri.

XIV. Ogni fiume in qualsivoglia parte del proprio alveo, fuori de' monti, resta soggetto alle rotte, vale a dire, ad estravasare le sue acque fuori del di lui letto per un' apertura che si fa nelle sponde, ma non ogni rotta succede nella medesima maniera, conciossiacosachè, ovvero che i fiumi corrono incassati sino ad una certa altezza de' loro argini; ovvero che questi tengono tutta la loro acqua all'altezza dell'orizzonte delle campagne, oppure che hanno il fondo anche più alto del medesimo orizzonte, in tutti e tre i quali casi riescono diverse sì le cause delle rotte, che gli effetti delle medesime. Sia HCFG (*tav.* 7. *fig.* 10.) la sezione di un fiume contenuto fra gli argini HC, GF. L'altezza di una massima piena sia BD, ed AE sia la superficie dell'acqua di esso fiume posto in escrescenza. Si produchi AE indefinitamente verso M, e da questo punto cada la perpendicolare PM. Sia poi la campagna o in livello col fondo CF, come SO, o superiore a questo come RN, o del medesimo inferiore come TQ, e le cadute respettive dell' acqua sopra di essa sarebbero per tutti e tre i casi, come MO, PM ed MN. È poi da riflettersi che in quattro diverse maniere si fanno le rotte, cioè la prima per tracimazione dell' acqua, quando viene più alta del ciglio dell' argine, come se arrivasse in KL. La seconda per l'intacco, che si fa dell'argine dalle corrosioni, potendosi queste ridurre a sottigliezza tale da non poter più reggere al peso dell'acqua, onde ne rimane sovente aperto. La terza, allora che i sortummi delle acque, facendosi assai vicini al piede dell'argine, incavernandolo, lo rendono incapace di reggersi, mancandogli il fondamento; e la quarta finalmente, se qualche benchè esilissimo pertuggio sia o naturalmente, o artificiosamente introdotto nel corpo dell' argine, cioè o prodotto dal marcimento di radici di alberi, stati piantati nella grossezza del riparo, o da topi che ne traforano, come è lor costume, sotterraneamente il terreno, oppure da qualchè tristo e malizioso, che con trivelle fori a dirittura l'argine stesso. Abbenchè l'effetto della rotta sia il medesimo

in qualunque modo succeda, nientedimeno molto diverso riesce il modo, con cui desse si aprono, come si anderà esponendo.

XV. L'acqua nella superficie benchè corrente di un fiume, ritiene poca forza, cosicchè per vincerla, basta di opporvi de' piccioli arginelli di terra della grossezza di due piedi incirca, e talvolta il semplice solco dell' aratro, fatto lungo l'argine, che ad esser tracimato resta esposto, sollevando la terra all' altezza di poche once, basta per trattenere l'acqua, che non trabocchi, nè ciò solamente può praticarsi ne' fiumi di piccola portata, ma è in costume nello stesso Po, qualor minaccia di voler sorpassare coll' escrescenza l' argine: un tale sfioramento di acque, abbenchè paia di poca considerazione, contuttociò, quando accade, slamina l'argine, e dà modo all'acqua di penetrar nel più interno dello stesso, e di facilitare in poco spazio di tempo il di lui rovesciamento. Veramente sul principio del prodursi un tal effetto, misurandosi la forza dalla sola altezza viva IK (*tav. 7. fig. 10.*) riesce assai insensibile, ma penetrando l'acqua il cotico, e sollevandolo in parte, lo riduce ad esser facilmente levato, onde corroso il ciglio dell' argine IH, l'acqua va sempre più acquistando forza, per IN s' incanala, ed a poco a poco resta abbassata la superficie IH. A misura poscia di un tal abbassamento, crescendo l' altezza viva dell' acqua descendente per esso argine, si riduce questo a termine di distruggere e sovvertire ogni difesa che far poteva contro il fiume. A norma che la campagna è più alta, o più bassa rispetto al fondo del fiume cresce di momento la forza dell' acqua in discendendo per lo declive dell' argine INQ, accelerandosi a misura, che dal punto K si va scostando, quindi rendesi valevole a corrodere e scavare in TQ, quando ciò far non potesse in SO, ovvero in RN, e secondo alla corrosione superiore dell' argine, crescendo sempre di momento, va anche crescendo sempre di energia per iscavarsi al piede dell' argine una qualche profondità, dal che rendendosi debole vieppiù il fondamento di questo, e l'acqua premendo incessantemente, in breve tempo resta rovesciato il riparo, ed aperta la rotta. Tali accidenti arrivano ai fiumi per certe straordinarie circostanze, che alle volte si uniscono ad ingrossarli eccessivamente, mentre per altro l'altezza dell' arginatura restando determinata superiore di qualche piede alle massime escrescenze, pare che mai dovessero nel modo predetto restar gli argini tracimati, contuttociò accadendo talvolta un predominio grande e continuato di venti, e di quelli in ispecie, che tengono più dell' ordinario gonfio il mare, e che infilano direttamente lo sbocco del fiume, restando il corso di questo impedito nel proprio scarico, meraviglia non è, se i ripari vengono sormontati: così ancora succedono talvolta le piogge sì dirotte, e continuate, che gonfiando tutti ad un

tempo gl' influenti, resta il recipiente talmente ricolmato di acque, che si rende improporzionato a contenerle, onde anco per tal motivo si fanno inevitabili le rotte, delle quali si è parlato.

XVI. Altre rotte succedono ai fiumi per la debolezza dell' argine, quando cioè dalla corrosione resti intaccato di modo, da ridursi incapace a sostenere il carico dell' acqua: comincia per ordinario la detta corrosione dal fondo, essendo che quivi l' acqua pressata dal maggior peso, scarna assai facilmente il piede del riparo, levato il quale non può più reggere la parte superiore, onde a misura dell' intacco del fondo, va distruggendosi tutto il restante dell' argine. Egli è ben vero, che nel tempo in cui dura la piena, abbenchè resti il piede interiore dell' argine escavato e corroso, sì dalla forza dell' acqua che sostiene, sì per l' adesione, che la medesima fa agli argini, stanno questi pur anco in piedi, abbenchè privi di fondamento in molta parte, ma non sì tosto danno giù le acque, che mancando del detto sostentamento, cadono i ripari a grandi porzioni. Tanto ci accadde di vedere sul finire dell' anno 1719, dopo che abbassatosi il Po dalla piena che aveva poco prima sofferta, in viaggiando per esso da Pavia al mare per occasione della visita generale, di cui spesse volte si è fatta menzione, a norma dello scemare dell' escrescenza, cadevano lungh' esso fiume all' improviso molte e molte pertiche degli argini, specialmente in quelle parti, ove erano i *froldi*. Ciò non ostante se il fiume è di fondo più basso delle aggiacenti campagne, non possono seguir sì agevolmente in esso le rotte, abbenchè, come si è esposto, restino intaccati gli argini, se le sole banche di dietro vagliono a contener l' acqua dall' estravasazione, come si è potuto osservare alla volta detta della Colombara nell' Adige a Lusia del 1721, quando dal corso violentissimo, che ivi aveva l' acqua a cagione della vicina aperta rotta nella volta inferiore di S. Francesco, restò talmente intaccato l' argine, che altro non aveva, che la banca verso la campagna, e pure ebbesi campo di fortificare detta banca in maniera, che non puote esser asportata dall' acqua, benchè avesse un moto maggiore di ogni credere. Ma quando i fiumi hanno il fondo di livello, o anche superiore alla campagna, in tal caso deve temersi la rotta, anche quando l' acqua del fiume va scemando. Che se in vece di calare tornasse a crescere, come non rare volte avviene, allora la rotta si rende, per così dire, inevitabile, mentre tracimando l' acqua l' altezza della rimasta banca, con tutta facilità la squarcia, anche se il fiume avesse il fondo più basso della campagna.

XVII. La terza e quarta specie di rotte succedono per il trapelamento, che attraverso dell' argine, o sotto del medesamo, può far l' acqua: nasce il primo caso per ordinario da due cagioni, cioè o

da fori, che nella solidità dell'argine, vi fanno talora i topi, oppure dal marcirsi di qualche radice di albero, onde si lascia il luogo alla penetrazione dell'acqua, ed al formarsi delle rotte. Anco con trivelle ben lunghe di ferro maliziosamente dagli uomini per qualche suo scellerato fine, si fanno succedere le rotte, bastando all'acqua per farle, ogni benchè picciolo buco, onde insinuarsi. L'altro caso viene prodotto dalla mala qualità del terreno, su di cui è piantato l'argine del fiume, potendo esser o di cuoro, o di altra materia facilmente permeabile all'acqua, sotto della quale specie cadono tutte le sorgive, che nelle campagne a canto de' fiumi si osservano in que' paesi, che sono fatti a forza di alluvioni, ed ove altrevolte vi erano lagune, laghi e paludi, ne' quali, abbenchè gli atterramenti li rendino in istato di esser retratti, nientedimeno non penetra mai sì dilatatamente il lezzo e la belletta, che restino empite tutte le sotterranee communicazioni, di maniera che i ripari non mai acquistar possono la necessaria perfezione. Quando dunque le campagne per le quali discorre un fiume siano state prima della sopraddetta qualità, saranno queste certamente soggette alle sorgive, ed al pericolo delle rotte e delle inondazioni: di tal natura si è quasi tutto il Ferrarese, il Polesine di Rovigo, ed il basso Padovano, questi due ultimi territorj rispetto all'Adige, l'altro rispetto al Po. Ciò che in tal proposito si rende parimenti rimarcabile si è, che il Polesine di Rovigo predetto, dal Castagnaro allo sbocco dell'Adigetto vicino a Cavarzere tiene le campagne ancor più basse del basso Padovano, che le sta collocato dall'altra riva, ed il contrario segue fra essa bocca dell'Adigetto, ed il canal di Loreo, derivando ciò nelle parti superiori per essersi prima arginati quelli del Polesine, che i Padovani, e nelle parti inferiori per essersi sempre voluta la laguna di Venezia (che altrevolte arrivava all'Adige nelle vicinanze di Cavarzere) assicurata, perchè non avesse a ricevere le acque torbide di questo fiume, ond' egli lasciato liberamente scorrere dalla parte destra, ha potuto rialzare notabilmente i terreni aggiacienti, resi adesso dall'attenzione de' possessori in buona parte coltivati ed ubertosi: generalmente però parlando, ove le campagne sono più basse, restano più soggette alle sorgive, e per conseguenza alle rotte, ed alle inondazioni.

XVIII. Sia CHID (*tav.* 7. *fig.* 11.) parte di una sezione di un fiume, il di cui argine ridotto in profilo sia HABS; l'orizzonte della campagna GM, il fondo dell'alveo HI. Suppongasi l'argine forato o da topinare, o da radici di alberi marcite, oppure da qualunque altra cagione; intendasi l'altezza ordinaria del fiume FE, se vi sarà la comunicazione sotterranea EYKL, potrà l'acqua insinuarsi per la strada EKL sino nella campagna, cosichè prodotta la superficie

FE in Q, lasciando cadere la perpendicolare QL, sarà la forza con cui l'acqua in L (prescindendo dalle resistenze, che incontra per la strada tortuosa EKL) sarà per uscire, come se la medesima quantità di acqua cadesse dall' altezza QL, ed il movimento di ess' acqua per iscappare sarà, secondo le note leggi della Statica come LQ moltiplicata nell'ampiezza del foro che somministra l'acqua, ovvero come il quadrato della velocità nella base dell'acqua ch' esce. Supponendo poi il fiume cresciuto in DC, allora figurandosi prodotta la DC, si lasci cadere la perpendicolare al piano di campagna, e qualunque de' due fori EL, HM, spingerà l'acqua con una forza eguale alla NM moltiplicata nel suo respettivo orificio. Così parimenti se vi fosse il foro rZ attraverso dell'argine, uscirebbe l'acqua con la forza dovuta all'altezza PO ec. E se la comunicazione EKL tortuosa s'incurvasse in K, di modo che il punto K fosse più basso del livello della campagna, nientedimeno la forza non sarà già quella che compete alla perpendicolare RK, ma solamente quella ch'è dovuta alla LQ; mentre nel tubo recurvo EKL, le parti YK, KL pesando egualmente una contro l'altra, si vengono vicendevolmente a sostenere, ne rimane altro sforzo, che quello che proviene dall' altezza LQ. In molte altre maniere può darsi la comunicazione fra l'alveo del fiume e la campagna; in tutte però succederà sempre uno de' casi qui notati, e si ridurrà sempre l'effetto alla meccanica qui sopra descritta, in ordine alla forza con cui esce l'acqua dall' alveo verso la campagna.

XIX. *Coroll. I.* Ne proviene da quanto si è detto, che le sorgive possono esservi e non esservi, a misura dell' altezza maggiore o minore del fiume, quando cioè le comunicazioni restassero al di sopra della superficie bassa dell'acqua: che se rimanessero sotto di questa, in tal caso saranno perenni, ma avranno più o meno forza, secondo che il fiume sarà più o meno alto, desumendosi sempre il grado di questa dalle altezze delle perpendicolari LQ, MN ec.

XX. *Coroll. II.* Resta pur manifesta la facilità che vi è, ov'esistono le sorgive, di aprirsi le rotte, mentre quando le comunicazioni EKL, KM portassero acqua lungo tempo, ed avessero molta velocità, come accade allorchè il fiume è sul crescere; in tal caso niente vi è di più facile, che il dilatarsi queste cieche strade e rami di comunicazione, onde ridotte che siano a molta ampiezza di diametro, cade l'argine che sopra vi incombe, e la rotta è fatta; tanto successe nell' aprirsi della rotta nell'Adige detta di S. Francesco a Lusia l'anno 1721 e tanto del 1737 all' Anguillara, e così quasi in ogni altra di detto fiume, mentre trascuratosi di provedere ad una fontana, ch'era non molto discosta dal piede dell'argine a Lusia, assorbì questa improvisamente il riparo, ed aprì quella gran rotta, per cui

si divertiva quasi tutto il fiume a danno dell' ubertoso Retratto di S. Giustina, ed in quella dell' Anguillara, abbenchè la fontana fosse a molte pertiche discosta dall' argine, nientedimeno seguì la rotta coll' inondazione di tutto il basso Padovano.

XXI. Circa al ripararsi dal pericolo delle rotte, si considereranno in primo luogo quelle che provengono da tracimazione di argine. O che dunque il sormontamento dell' acqua è puramente accidentale per qualche straordinaria piena arrivata all' improviso, oppure, che da qualche tempo si è venuto in cognizione, che il fiume con l' altezza delle proprie escrescenze arriva più vicino al ciglio degl' argini, di quello faceva altre volte. Se accade il primo, molto difficile è il riparar la disgrazia, se niente è trascurata. Se il secondo, converrà riconoscere diligentemente se nuove acque fossero state introdotte nell' alveo, o se coltivati terreni di monte, che prima non si coltivavano, sicchè le acque abbino campo da precipitare senza ritegno verso dell' alveo, o finalmente, se il fondo del fiume per nuove deposizioni sia cresciuto, lo che sarà da rilevarsi mediante diligenti livellazioni e scandagli, fissati a' segni stabili fuori del fiume; in tutti e tre i detti casi conviene senz' altro rialzar tantosto che si potrà, tutte le linee degl' argini, di modo che riescono questi più alti della massima escrescenza piedi due in tre. Un tal rialzamento sì per render minore la spesa, sì per guadagnar tempo si potrà effettuare nel principio mediante una semplice coronella, o come si chiama sul Po, con un *soprasoglio*, che non è altro, se non un piccolo arginello largo tre piedi in circa e alto due, piantato sopra del piano superiore dell' argine dalla parte del fiume, il quale abbenchè di sì poca mole, non è però che non possa convenientemente resistere, avendosi già detto della poca forza che ha l' acqua vicino alla superficie: in progresso di tempo, ma il più celeremente che sia possibile, si dovrà poi ingrossare il detto *soprasoglio*, e ridurre alla larghezza del rimanente dell' argine.

XXII. *Scolio* I. In tutti i fiumi dello Stato Veneto, per tacere degli altri, si è avuto bisogno di simili rialzamenti, essendo di tempo in tempo sopravvenute escrescenze tali, che per contenerle furono riconosciuti gli argini del tutto incapaci; sia poi stata la cagione o lo svegramento de' monti seguito da poco più di mezzo secolo in qua, o il riempimento del fondo per qualunque altra causa di deposizione di torbide. Due insigni documenti di tali alzamenti se ne hanno nel Po; alla Polesella, ed alla Cavanella. La fabbrica del gran Vaso de' sostegni nel primo di questi luoghi, costrutta verso il termine del XV. secolo, non lascia angolo a dubitare, che l' altezza di quelle muraglie non fosse tale da contenere ben due piedi almeno, oltre le massime escrescenze, l' acqua del Po; contuttociò adesso l' altezza di

queste, come consta da' rilievi della visita 1721 sotto li 18 Marzo; e primo Aprile, arriva a superare le coltellate di marmo che cuoprono il detto sostegno un piede ed once dieci di Bologna, cosicchè se a questi si aggiungeranno almeno due piedi di franco, ch' essa fabbrica doveva avere sopra le piene, resta manifesto esser quivi seguito in poco più di due secoli, dacchè esso sostegno fu piantato, un rialzamento o di piena, o di fondo di quasi 4 piedi di Bologna. Così alla Cavanella si conosce pur cresciuto il fondo, essendochè si ha da' documenti del magistrato alle acque di Venezia, che quando furono fabbricate quelle porte del 1623, fosse l' edifizio tenuto sì alto da lasciar la massima piena di allora piedi 3 di Venezia sotto i marmi delle coltellate e coperte di marmo; e tanto si rileva dall' indubitabile documento registrato in certo libro d' Itinerarj ne' seguenti termini. *Ritornato* (uno degli esecutori di detto Magistrato) *alle porte della Cavanella piantato su l' arzere dal Proto Contino il livello, si livellò diligentemente e con l' occhio proprio degli Illustrissimi signori Esecutori, si vide che sempre con l' acqua di Po anco molto bassa li sarà piedi 4 di acqua sopra li sogieri di esse porte, ec. con ogni maggior escrescenza piedi tre e più di fabbrica*. Ma nella visita suddetta li 14 di Aprile fu rilevato, che le piene presenti superano due piedi di Bologna le coltellate di marmo delle porte, dunque esse piene, superano le antiche di oltre 5 piedi, di maniera che in poco più di un secolo è seguito a detta parte un tale alzamento. La prolungazione della linea di quel fiume reale sarà facilmente stata la principal cagione di una sì riflessibile alterazione e disordine.

XXIII. *Scolio II.* Del rialzamento del letto de' fiumi ne abbiamo un chiaro argomento anche dal celebre Vincenzio Viviani in quell' aureo suo trattato indrizzato a Cosimo III. Gran Duca di Toscana, intorno *al difendersi da' riempimenti e dalle corrosioni de' fiumi*; parlando dell' Arno, per cui veramente fece l' accennato trattato; dice adunque a carte 25. *Ma tralasciata sì lunga digressione, benchè non in tutto fuor del mio assunto, e ripreso questo colà, dov' io l' interuppi: non è adunque al giudizio mio, e di que' che lo provan con loro pregiudizio, da mettersi punto in dubbio un perpetuo riempimento del letto di Arno, il quale, non segue già, come evidentemente si scorge per uniforme altezza in universale, nè per tutta la larghezza del medesimo letto, non potendo ciò mai avvenire ne' torrenti, che pregni di materia grossa, sono forzati e deporla per via, or da una parte, or dall' altra, qua in maggiore e là in minor copia, ed a crearsi e mantenersi in qualche luogo un canale serpeggiante e continuato più profondo che altrove per lo scarico delle acque basse e perenni; il qual canale non si riempie, o si rialza a gran segno,*

quanto fa il resto del letto, di cui, ben concedo ancora, che l' alzamento e il riempimento non segua, che a poco a poco, ed il più del tempo per insensibile, ma però e' segue, e m' obbliga l' esperienza a non ammetter per ragioni quelle di chi tiene in contrario. Questo occupamento del vaso, e di continente, dà causa alle piene di procurarsi il luogo perduto, dentro le ripe più deboli, d' onde ne seguon le corrosioni, e lunate, e di scorrervi ancora più alte, d' onde n' avvengono l' inondazioni. Da' quali sentimenti appare non solo, come di fatto siasi rialzato il letto di Arno, ma ancora il modo, con cui generalmente vadi esso rialzamento seguendo, a misura del quale, riconosciuto, com' è stato detto, diligentemente con la livellazione, e con lo scandaglio, si deve rialzar l' arginatura, cosicchè siavi in essa per lo meno due in tre piedi di franco sopra la massima piena. Una tal causa non sarà stata certamente l' ultima di aver prodotto il gravissimo danno risentitosi li 2 del passato Dicembre dalla città di Firenze nell' improviso e grande allagamento, che ha fatto Arno con immenso danno della popolazione e dentro, e fuori di quella nobilissima Capitale.

XXIV. Le rotte o che accadono ne' fiumi incassati fra terra almeno col loro pelo ordinario, mentre se sono anche nell' escrescenze più bassi delle campagne, non possono seguir che corrosioni, ovvero succedono in que' fiumi, che il pelo basso hanno più alto delle campagne, o finalmente in quelli che il fondo stesso del fiume hanno superiore alle medesime campagne. Il chiudere quelle de' fiumi incassati, non è difficile molto, rispetto al serrare quelle de' fiumi, che o il pelo o il fondo tengono più alti delle campagne, che inondano. Per sanare dunque quelle rotte della prima maniera, converrà osservare le seguenti regole. Primo, di non intraprendere la chiusura avanti che l' acqua non sia incassata nell' alveo, vale a dire, prima che la rotta più non corra. Secondo: e perchè non succede rotta senza gorgo e nel sito ove stava l' argine rovesciato, e nella campagna a canto di questo, e qualche volta, dandosi il caso, ch' esso gorgo si avanzi di molte pertiche verso della detta campagna; però sarà bene da esaminare, se sia di maggior vantaggio il tirar il nuovo argine di figura circolare, schivando il gorgo, oppure tirarlo in linea retta attraverso del medesimo gorgo: si fa di figura circolare allorachè questi è troppo profondo, e si traversa quando non è tale, in linea retta; per lo più però nelle maggiori rotte de' grandi fiumi è di mestieri gettarsi alla figura curva, come si è fatto nel chiudersi della gran rotta Contarini nel Po l' anno 1726. Terzo: non si ha a cercare che il nuovo argine a misura che si porta la terra resti stabilito, ma basta anco talvolta ammontare la terre nel sito, ove anderà eretto, riducendola con le maggiori scarpe possibili, e ciò

perchè se il fiume nell' atto di serrar la rotta si ponesse in escrescenza non rovesci i lavorieri, il che non succederà, purchè l' acqua non sormonti in altezza i fatti ripari. Quarto: si comincincierà l' argine o l' ammassamento del terreno dall' uno e dall' altro termine della rotta per unire poscia nel mezzo il lavoro. Quinto: nel condurre la terra per la formazione dell' argine si adopreranno animali per condurre le birocce, e ciò ad oggetto di maggiormente calcare ed assodare la terra, e in difetto delle birocce converrà moltiplicare la gente. Alla predetta rotta Contarini, mancando il modo di avere tanti animali e birocce, fu supplito col impiego di 1500 persone, essendo stata quell' opera di estesa sopra le 1100 pertiche; nè il Po, abbenchè crescesse nel tempo del lavoro, puote recarvi pregiudizio alcuno. Sesto: tirando poscia l' argine nelle sue vere linee e profili, si avrà la mira di lasciarvi la scarpa di due piedi per piede di altezza verso la campagna, e di piede per piede verso il fiume. Settimo: ogni nuovo argine, che sia fatto per chiudere qualche rotta, avrà ad esser munito di una conveniente banca all' altezza in circa delli due terzi di tutto l' argine, e se la campagna sia assai bassa, si farà in oltre altra sottobanca, la metà più bassa della prima, onde resti l' argine perfettamente assicurato e difeso. Sia in grazia di esempio FGABCD (*tav.* 7. *fig.* 12.) il corpo dell' argine; la di lui scarpa verso del fiume BC sia di piede per piede, ma quella verso della campagna AG sia di due piedi per piede; HGFI sia la banca; HL la sua scarpa inclinata, come quella dell' argine; MLKNO la sottobanca, parimenti inclinata nella sua scarpa MO, come le altre, e tutto il corpo OMLHGABC sarà tutto il profilo dell' argine, che avrà a resistere alla forza dell' acqua. Ottavo: è d' avvertire, che la superficie AB sia un poco inclinata verso del fiume, perchè le acque piovane non si possino fermare con danno del terreno e del riparo. Al contrario i piani della banca e sottobanca vanno tenuti con qualche pendío verso la campagna per il medesimo motivo. Nono: se la terra con cui sarà costrutto l' argine non fosse della più perfetta qualità, ma avesse del sabbioniccio, in tal caso saranno da coprirsi le scarpe con arelle doppie ben ficcate co' suoi cavicchj o terraficoli, acciocchè restino difese dal vento, e dagli animali, che sopra vi potessero passare. Decimo: e finalmente al piede di esso argine in C sarà da ergervi un paradore a palificata con viminatura se il fiume è grande, e soffre i pali, ovvero ancora se il corso lo tolera, formarlo di doppie arelle raccomandate a proporzionati pali, e nell' una e nell' altra maniera acciocchè l' acqua arrivi stanca al piede dell' argine, e deporre vi possa la torbida che seco porta. Alla rotta Contarina, di cui si è detto, e le scarpe in molta parte, ed il dinanzi fu coperto con le dette arelle con buona riuscita.

XXV. *Scolio*. Le rotte del Po, come che ha egli la sua superficie bassa, inferiore a quella delle aggiacenti campagne, si prendono sempre nel modo antedetto, variandosi solo nella grossezza maggiore o minore de' ripari, essendo che quanto più il sito della rotta è distante dal mare, altrettanto tiene bisogno di maggior grossezza de' detti ripari, volendosi intendere però di quella distanza, che può arrivare alla maggiore intumescenza possibile del fiume, o sia al ventre della piena, di cui si è detto al numero XXXIII. e seguenti del capitolo IX, giungere nel Po verso Borgoforte sul Mantovano, passato il qual sito, non crescendo essa piena a tant' altezza, non ricercherà poi, che ripari proporzionati. Egli è ben vero, che in queste parti più lontane, avendo il Po assai più declivio, che nelle parti inferiori, e per conseguenza una maggior velocità, converrà regolarsi anche secondo un tal accidente per istabilir adeguate difese; ma è ancora vero, che trovandosi in dette situazioni le campagne altrettanto più alte, che più verso il mare, non potranno gli argini risentire dell' impeto maggiore dell' acqua a causa della maggiore inclinazione, che per molto poco della loro altezza, è assai vicino al loro ciglio, dove il momento della forza, da quanto si è esposto al numero V. del capitolo X, va sempre scemando sino a ridursi in nulla, onde la detta maggior velocità dell' acqua non potrà tanto operare, che obblighi ad ingrossar gli argini più del dovere. In fatti nel Piacentino e Cremonese nulla hanno a che fare le arginature in paragone di quelle delle parti inferiori del Mantovano, Ferrarese, e Veneziano, nè queste in paragone di quelle oltre della Cavanella, ciò per li detti motivi della forza variante del fiume a misura de' diversi siti, ne' quali viene considerata.

XXVI. Abbenchè però le rotte sopraddette sembrino e le più facili a prendersi, e ciò che più importa, prescindendo dall' inondazione sino che dura il fiume alto, senza che rechino altre più funeste conseguenze, nientedimeno possono qualche volta esser fatali, e dar luogo alla disalveazione di tutto il fiume con immenso danno delle provincie; accade ciò, quando esse rotte formano cavamento tale, sicchè col mezzo di altri canali, e della maggior brevità del cammino per passare al mare, in vece di sparger l' acqua dilatatamente per le campagne l' unisconο in un solo canale, formando un nuovo fiume; tali rotte vengono dette comunemente in *cavamento*, e spaventano i popoli nel dubbio di qualche positivo disalveamento, come accade sul terminar del secolo decimosecondo a Figarolo nel Po; quando apertasi poco inferiormente a questa terra da un certo detto Siccardo maliziosamente la riva sinistra del regio fiume, non puote mai restar chiusa per quanta attenzione e fatica vi si ponesse da' Cispadani, cosicchè dentro lo spazio di non molto tempo, formatosi

un giusto alveo, ed unitosi ad altri canali trovati prima di arrivar al mare, puote formare dalla Stellata a questo il moderno Po di Lombardia, o di Venezia che si dica; ed abbenchè allora non si perdesse il Po maestro che andava per Ferrara al mare, per i due alvei di Volano e Primaro, nientedimeno per varj accidenti seguiti negli ultimi secoli, si è poi questo tronco maestro perduto affatto, rivoltatasi l'acqua tutta per esso Po di Venezia; ed ecco quali effetti funesti possa produrre una rotta o trascurata, o in sito che renda impossibile la di lei presa anche ne' fiumi che corrono col loro pelo ordinario incassati fra terra, non che in quelli che alle campagne lo tengono superiore, per tacere di quelli che sino al fondo tengono più alto di esse campagne.

XXVII. Molto maggiore è l'impegno di prender le rotte di que' fiumi che per istare col loro pelo ordinario più alto delle campagne, sempre corrono, anche dopo che si sono abbassati; camminano questi per l'aperta rotta con le loro acque tanto veloci per la bassezza degli aggiacenti terreni, che quasi tutte le rivolgono in essi, spargendole poscia largamente per le campagne, inondando il paese, otturando i scoli, e rovinando le fabbriche che incontrano.

Per concepire in qualche modo la gran forza dell' acqua in discendere nelle campagne, intendasi AZOFEP (*tav.* 7. *fig.* 13.) la sezione del fiume; l'argine squarciato dalla rotta sia EPQS; l'orizzonte dell'acqua alta, allorchè sussisteva l'argine sia ABC; l'altezza viva dell' acqua con cui sarà caduta nel primo momento dello squarciarsi, sopra la campagna, sia la BE; l'altezza dell' acqua nella campagna la HY, essendo il piano di questa EH; tolto dunque l'argine EP che serviva all' acqua di appoggio, dovrà inclinarsi verso della rotta, acquistando prima l'inclinazione AYI, e poi sgorgata che sia per qualche tempo, la ZVYI, dovendosi per necessità abbassare il fiume nella libera uscita, che ritrova per l'apertura di essa rotta; cadendo dunque dal principio l'acqua da B in E, non potrà di meno di non escavarsi il gorgo FTH sotto del livello della campagna, e poi ridotto il pelo nell' inclinata ZI, caderà pur anche l'acqua per la DE, e sarà il momento della prima caduta al momento della seconda supposta la medesima larghezza della rotta come BE a DE; quando i punti E ed Y siano nella stessa orizzontale.

XXVIII. Perchè il fiume non solo prende l'inclinazione AI, e poi la ZI nella sezione dirimpetto alla rotta, ma deve formarsi la cadente delle parti superiori sopra il punto E, vero fondo della rotta medesima; così per molto tratto nelle occasioni delle aperture degli argini si vede con gran corso muoversi l'acqua verso di questa parte, dalla qual violenza di moto ne segue poi un altro gravissimo disordine, ed è quello della rovina delle arginature, non essendo possibile

che resister possino a non essere scarnate e corrose in moltissimi siti, ed in quelli principalmente, ove il filone del fiume striscia al piede delle medesime. Che però non mai vediamo accaduta una rotta senza che succeda per lunghissimo tratto il dirupamento interno de' ripari. Intendasi dunque nella sezione del fiume in escrescenza AZOFEP, gli argini AZ, PQSE, de' quali PQES venghi rovesciato sino in ES, l' acqua però trovando maggior facilità ad uscire per questa apertura, che a progredire per l'alveo naturale del fiume, vi si scaricherà per la medesima parte, prima secondo tutta l'altezza BE, poi successivamente per la DE, e finalmente per la VE con il momento che sarà proporzionale all' apertura predetta, cioè se la larghezza che occupa l' acqua nella rotta è sempre la stessa, in ragione delle predette altezze, essendo che sono come le masse nel quadrato della velocità, ed il quadrato di questa, come l' altezza dell' acqua; se poi varia fosse la larghezza occupata dall' acqua della rotta ed in piena, e dopo di questa, sarà esso momento in ragione composta delle altezze predette, e della respettiva larghezza dell' acqua: dovendosi avvertire, che le predette altezze sono le ragguagliate, essendochè gli specchi delle rotte non sono già rettangoli, ma bensì formati essi pure irregolarmente, come le sezioni dei fiumi.

XXIX. L' acqua appena uscita dall' angustia della rotta, trovando la campagna dilatata, deve per questa tutta spandersi, però caverà bene al piede dell' argine il gorgo FTH (*tav.* 7. *fig.* 13.), qualche volta molto profondo, ma la di lui estesa non sarà che di poche pertiche, perchè l' effetto non può superare la sua causa. Da altro motivo ancora vengono prodotti i predetti gorghi, cioè allor quando per sotterranei meati introdotta l'acqua in campagna, si leva finalmente in collo l'argine, e quanto i detti meati sono più profondi, tanto più profondo riesce anche il gorgo, disposta ch' è la terra dalla penetrazione dell' acqua ad esser facilmente asportata. Dietro a' fiumi arginati si veggono molti e molti di simili gorghi, lasciandosi d'ordinario fuori dell' argine, talvolta però, come si è esposto al numero XXIV. di questo, siamo obbligati a prenderli dentro del riparo verso del fiume; sono dunque essi laddove si scorgono sempre indizio di rotte altrevolte seguite.

XXX. Ma non sì tosto l'acqua della rotta è uscita dall'alveo, ed ha oltrepassato il gorgo ES, che se trova la campagna aperta e non chiusa da arginature, si eleva a pochissima altezza sopra della medesima, ma se resta impedita da qualche argine trasversale, cosicchè dopo allagato un tratto di campagna, non abbia esito, allora si alza sino a pareggiare il livello del fiume, se però quel tal argine o naturalmente, o artificialmente non si venghi ad aprire, mentre allora si riduce l'acqua alla sola altezza, o poco più, come se argine alcuno non

vi fosse, di modo che se in grazia di esempio dopo cessata la piena, la caduta dell' acqua dal fiume nella campagna è la VE, inclinandosi il fiume per la ZVY, sarà l' altezza nella campagna la HY. Il corso per altro è molto violento, non ostante che l' acqua abbia poca altezza, almeno per qualche buon tratto, ed a misura che l' altezza, da cui cade, è maggiore, o minore. Nè prima cessa da allargarsi essa rotta, di quello che non sia resa proporzionata al corpo, che deve scaricare, quando bene qualche forte tivarro o altro ancora più solido impedimento nell' argine non proibisca l' ulterior dilatazione della rotta, nel qual caso sempre più violento si mantiene il corso.

XXXI. Aperte che sono le rotte deve per necessità il fiume starsene assai più basso del solito, quando esse rotte siano di quelle, che sempre corrono, come accade ne' fiumi, il pelo de' quali si conserva in ogni tempo più alto delle campagne; quando però si abbia a fare il calcolo delle masse dell' acqua, che passerà, o per il fiume poco superiormente alla rotta, o per la rotta medesima, o per l' alveo inferiormente alla rotta, allora volendosi servire dell' altezza viva dell' acqua per calcolare la velocità, non produrrebbe di gran lunga la vera stima, essendochè troppo rapido è il moto, che l' acqua in quelle vicinanze concepisce per la rotta. Il più sicuro squittinio sarebbe quello d' indagare i gradi del moto, come fu esposto al numero V. e seguenti del capitolo V., ma il collocarsi con barche in rotte o vicino a rotte, porta seco e della difficoltà, e del pericolo, si crede dunque che non si andasse molto lungi dal vero, supponendo le velocità non in ragione delle altezze vive delle acque o del fiume o della rotta elevata a qualche dignità, ma bensì secondo all' altezza viva e ragguagliata dell' acqua, che avrebbe il fiume, come se alcuna rotta non fosse aperta, il che si potrà ben rilevare, e dalla deposizione de' pratici, ed anche col ricercare, in parti però molto lontane dalla rotta, lo stato dell' acqua, e riportarlo con le necessarie circostanze al sito in quistione; quando però si faccia questa ricerca in tempo di acque ordinarie, e magre, sarà sufficiente l' indagare da paesani a qual altezza stava l' acqua nel detto stato, prima che la rotta fosse aperta, mentre al certo, rispetto alle parti superiori e molto lontane dove la chiamata della rotta non si risente, l' acqua cammina con quell' altezza, che camminerebbe all' incirca se niuna rotta vi fosse, onde lo scarico potrà calcolarsi, come prodotto dalla forza totale, che avrebbe l' acqua, se mantenuta fosse all' ordinaria sua altezza: ch' è quanto si può raccogliere in una cosa tanto lubrica ed oscura, onde andare ne' calcoli il meno errati, che sia possibile.

XXXII. La larghezza dell' alveo superiormente, ed inferiormente

alla rotta, sia CD $=$ LM (*tav.* 7. *fig.* 14.) L'altezza dell'acqua superiormente ad essa rotta, che si suppone dover correre sia BE, la qual altezza se non fosse la rotta, s'intenda che fosse BA $=$ NO. L'altezza viva che tiene la rotta nel suo specchio sia HK, e quella che ha l'acqua nell'alveo inferiormente alla rotta NP: medianti le palificate, o altra operazione sia ridotta la larghezza o apertura della rotta FG ad essere FS, durando nello stato di permanenza l'acqua, come prima, anche dopo il ristringimento predetto; debbasi trovare a qual altezza BR, HQ, NT salirà l'acqua, supponendosi questi aumenti a maggior facilità tutti eguali, abbenchè rigorosamenta parlando la RE dovesse essere un pò maggiore di KQ, e di TP, ma potendosi considerare questa differenza come insensibile, si potranno prendere come eguali i predetti accrescimenti; dicasi AB $=$ IH $=$ ON $= a$, CD $=$ LM $= b$, BE $= c$, HK $= d$, PN $= f$, FG $= m$, FS $= n$, RE $=$ QK $=$ TP $= x$; sarà BR $= c + x$, HQ $= d + x$, NT $= f + x$, onde per i principj statici (supponendosi bensì il corpo dell'acqua essere il prodotto della sua altezza viva nella larghezza della sezione, ma la velocità desumendosi dall'altezza BA, che avrebbe se la rotta non fosse aperta, almeno per rapporto delle parti superiori, e del sito di essa rotta) sarà l'equazione $b \times (c + x) \sqrt{a} = n \times (d + x) \sqrt{a} + b \times (f + x) \sqrt{(f + x)}$ prendendosi la sola NT nell'alveo inferiore per l'altezza che dà la velocità, essendochè l'acqua non si muove, se non coll'impulso di questa, a differenza di quella che si muove, e nella rotta, e nell'alveo superiore in vicinanza di questa, onde sarà ancora $b \times (c + x) \sqrt{a} - n \times (d + x) \sqrt{a} = b(f + bx) \sqrt{(f + x)}$, ovvero $(bc + bx - nd - nx) \sqrt{a} = (bf + bx) \sqrt{(f + x)}$, e facendo $bc - nd = rb$, $bx - nx = tx$, sarà $a \times (rb + tx)^2 = (f + x)^3 \times bb$, e finalmente l'equazione del terzo grado

$$x^3 + 3fxx + 3ffx + f^3 = 0 - \frac{att}{bb} - \frac{2arbt}{bb} - \frac{arrb^2}{bb},$$

sia $3f - \frac{att}{bb} = l$, $3ff - \frac{2arbt}{bb} = h$, $f^3 - \frac{arrb^2}{bb} = k$, e l'equazione sarà ridotta a $x^3 + lxx + hx + k = 0$, e facendo $z - \frac{1}{3} l = x$ per levare il secondo termine, sarà

$$z^3 - \tfrac{1}{3} llz + \tfrac{4}{27} l^3 = 0 \; + h - \tfrac{1}{3} hl \; + k,$$

e di nuovo prendendo $\frac{1}{3} ll - h = p$, e $\frac{4}{27} l^3 - \frac{1}{3} hl + k = q$ si cangierà in $z^3 - pz + q = 0$, da cui è facile tirar il valore della radice z^3, e finalmente da questa quello di x, che sarà $x = z - \frac{1}{3} l =$

$$\sqrt[3]{\left[\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}\right)}\right]} + \sqrt[3]{\left[\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}\right)}\right]} - \frac{1}{3} l.$$

XXXIII. *Scolio*. Per dare un esempio; sia in once $AB = a = 80$ (e pur in once tutte le altre quantità) $CD = b = 2880$, $BE = c = 60$, $HK = d = 50$, $PN = f = 36$, $FG = m = 1000$; sarà fatte le debite riduzioni e calcoli $l = 34$, $p = 953$, $q = 36259$; onde l'equazione sarà mutata in $z^3 - 953 z + 36259 = 0$, ed x sarà per la formola sopra posta eguale ad once $12 \frac{2}{3}$, e tanto sarà l'accrescimento per il restringersi della rotta, quindi l'alveo inferiore comincierà ad avere un piede di acqua di più a comodo della navigazione, se il fiume sarà navigabile ed a vantaggio di levarsi gli abbonimenti, che saranno seguiti per la rotta: a misura per tanto del restringimento, anderà sempre crescendo l'acqua nel fiume, e si potrà indagare la quantità di questo aumento col metodo sopra descritto.

XXXIV. Sia la rotta ACDE (*tav.* 7. *fig.* 15.) accaduta all'argine destro del fiume FGAD, cosicchè l'acqua per la massima parte si scarichi per essa apertura AD, senza mai cessare, essendo per la supposizione il pelo del fiume sempre più alto in qualunque stato di acqua della superficie della campagna. Armate che siano le teste della rotta, se tale sia il loro bisogno, di buone palificate, perchè di vantaggio la bocca non si allarghi, la prima operazione sarà quella di piantare una lunga palificata, che cominciando in A cioè da 20 pertiche in circa superiormente a C, si estenda attraverso della rotta, come AB, potendo fare con la direzione dell'argine, a cui si raccomanda un angolo di 170 gradi in circa, ed in tal modo verrà dolcemente a respinger l'acqua verso l'alveo inferiore del fiume H, e si proibisca per quanto si può l'uscita dell'acqua per la rotta. Chiamasi questa palificata così disposta, *paradore*, preso il nome dall'effetto, conciossiachè rivolge e spinge l'acqua altrove dalla direzione acquistata per l'apertura dell'argine. Il *paradore* vuol esser fabbricato con pali ben lunghi, forti e spessi, cioè testa con testa, perchè possa, e reggere al carico violento dell'acqua, ed impedire che questa in minor quantità, che sia possibile non si diverta nella rotta; va egli ben legato con traversali filagne, ed anche assicurato, ove il bisogno lo ricerchi con pali di appoggio, in quella guisa che resta espresso al numero XXXVII. del capitolo precedente; fatto che sia e ben assicurato il *paradore* nel modo predetto, si osserverà l'acqua contenersi nel fiume più alta di prima, facendo questo riparo in sostanza un vero restringimento della rotta, come si è esposto ne' due numeri precedenti, anzi dall'estesa di esso *paradore*, e dal contenere più o meno l'acqua, si potrà col metodo del numero antecedente calcolare quant'acqua di più resterà nel fiume, fatta che sia quella difesa di una data lunghezza, ma perchè fra palo e palo, per quanto l'arte procuri di ben adattarli, pur vi passa dell'acqua, perciò ad oggetto che il calcolo possibilmente si accosti al vero, si

potrà sempre diffalcare un terzo; cosicchè se in grazia di esempio sarà stabilita la lunghezza del *paradore* di pertiche 50, si potrà conteggiare, come se fosse di un terzo meno incirca.

XXXV. *Scolio*. Non è però, che molto tempo prima d'intraprendersi formalmente la chiusura della rotta debbasi piantar il *paradore*, come di fare parerebbe idoneo a motivo di rattenere il più che fosse possibile l'acqua nel fiume, e ciò perchè il violente corso escaverebbe a canto di questa palificata delle profondità riducendo deboli i pali stessi, e sovente anco per poca escrescenza, che sopraggiungesse, ponendo in pericolo essa palificata di essere rovesciata; quindi è che l'impianto del *paradore*, deve bensì anteporsi a tutte le altre operazioni, quando siasi nel caso dell'otturazione della rotta medesima, ma poco dopo all'erezione di questo, devono susseguitare gli altri lavorieri, destinati nel più breve tempo a chiuder, ed assicurare l'apertura. Si è detto che i pali de' *paradori* devono essere posti senza sensibile intervallo uno a canto dell'altro, il che si deve intendere de' *paradori* fatti per le rotte di maggior impegno, e dove il corso dell'acqua è molto grande, cosicchè tolta questa circostanza, si potranno anco ergere con pali alquanto fra di essi discosti, e sino ad avere la distanza fra palo e palo, quanto porta la grossezza di uno de' medesimi, ed anche qualche cosa di più, ma dovranno poi essere tessuti con fraschumi di vimini ben assicurati con degorenti e lattole, servendo tal inviminatura per impedire sempre più il corso dell'acqua fuori dell'alveo, ne sarà mal a proposito l'inviminare in qualche modo anco *que' paradori*, ne' quali non rimangono intervalli, se non piccioli fra palo e palo per supplire al difetto del combaciamento, ma in tal caso l'inviminatura dovrà essere posta a ridosso della palificata, non potendosi tessere fra i pali, per la distanza che manca, tra l'uno e l'altro.

XXXVI. Alla costruzione del paradore si dovrà poi far seguire l'impianto della palificata maestra, come la DF (*tav.* 8. *fig.* 1.), ed è da avvertire, che tal volta conviene formar il paradore QR, separato affatto dalle palificate che hanno a servire per l'otturazione della rotta, se il corso è precipitoso, ma talvolta il paradore A*b* può servire alle operazioni che si fanno per l'effettiva chiusura della medesima rotta. La palificata maestra dunque spiccandosi dalla parte sinistra della rotta anderà dirittamente verso la destra, e a un dipresso nel sito in cui caderebbe il piombo del ciglio dell'argine dalla parte del fiume, e questa si avanzerà fino che arrivi a coprir il margine destro della rotta, senza che si proseguisca sino ad attaccarsi alla riva, essendochè la contropalificata maestra supplirà a questo difetto. I pali per la costruzione di essa palificata maestra devono essere ben fitti, vicini l'un all'altro, come quelli del paradore ben legati con

filagne, ed assicurati insomma nella più valida maniera, dovendo anco servir di appoggio al paradore, quando così lo ricerchino le circostanze, e ciò mediante le catene o pali trasversali *ab*, *ab* ec., ed in tal maniera rimarrà ancora di vantaggio impedita l'uscita dell'acqua dalla rotta, crescendo nel fiume tanto superiormente, che inferiormente di essa, ed appoggiandosi a queste palificate maggior quantità di acqua, sarà anco maggiore la resistenza che faranno, e per tanto non si dovrà differire il sollecito impianto delle altre palificate, perchè si possa quanto più presto cominciare il nuovo argine.

XXXVII. Alla palificata maestra deve succedere la contropalificata, e quando si possa, deve esser questa piantata nel medesimo tempo che la prima, cosicchè cominciandole tutte e due alle respettive teste de' loro argini si vadino ad incontrare, a motivo che con più forza resti inibito il corso all'acqua. La distanza della contropalificata dalla palificata maestra dovrà essere quanto comporta la larghezza del piano superiore dell'argine, di modo che se la detta palificata maestra, deve stare a piombo del ciglio dell'argine verso del fiume, la contropalificata dovrà collocarsi a piombo dell'altro ciglio verso la campagna, dove cioè comincia la scarpa nella parte superiore dell'arginatura. Chi però la facesse anche qualche poco più ritirata non commetterebbe errore alcuno; insomma quando abbia dalla palificata maestra la distanza di piedi 15 in 16 starà ben collocata. In questa figura della rotta, essendo AB (*tav.* 8. *fig* 2.) il paradore, FD la palificata maestra, sarà CP la contropalificata pur maestra, quale avrà essa pure a servire di appoggio alla prima palificata maestra, mediante le catene e traverse de' pali a guisa di *orboni* FC, GP con gli altri di mezzo a questi paralleli come viene espresso dalla figura; lo spazio poi FCPG si chiama la *cassa delle Volpare* perchè quivi principalmente esse si annegano, e fondano per servire di base al corpo dell'argine, che dee essere piantato in tal sito, estendendosi le scarpe fuori di quelle palificate tanto verso il fiume, che verso la campagna. Il sito PGD si può lasciar talvolta senza contropalificata, essendochè correndo il fiume da A in B, ed il corso grande della rotta trovandosi ordinariamente poco discosto dalla di lui parte destra, cioè poco lontano da F, ne segue, che per tutta la GD vi debba essere così poco corso, che non meriti la predetta difesa, bastando l'avanzarsi all'ombra della palificata maestra coll'argine anco di semplice terra, quando, come si è detto, il corso sia moderato, ed il fondo convenientemente resistente; che se il corso sarà grande si dovrà far arrivar la detta contropalificata sino all'argine opposto in D. Per ulteriormente poi assicurare la base del paradore, e la testa e base delle due palificate maestre nello spazio AZC, si potrà piantare de' pali, che rieschino perpendicolari alle predette palificate,

raddoppiando le linee de' medesimi a misura del bisogno, e ben legandoli con catene e filagne.

XXXVIII. Ma perchè le palificate maestre possino avere la necessaria sussistenza, e ciò, non solamente prima che restino sepellite nell'argine, ma anche dopo questo si va ergendo, è necessario piantare alcuni gruppi di pali P. S. T. Q. (*tav.* 8. *fig.* 3.) che potranno esser composti di tre per ciascheduno, a questi si avranno poi a raccomandare *punte* ed *orboni*, che servino di rinforzo alla contropalificata MN, e per conseguenza anco nel contrasto di queste forze, alla palificata maestra ed al paradore; la disposizione de' quali appoggi e difese si comprende abbastanza dalla figura; in oltre perchè piantate le dette palificate, ed incominciato dall'una e dall'altra parte l'argine, che partendosi dagli estremi della rotta, deve andar ad unirsi verso delle parti medie di essa, succede, che a norma del ristringimento, l'acqua più si pone in movimento nella parte che resta aperta, però dove deve incamminarsi il detto maggior corso, che dal più almeno si fa a due terzi in circa di tutta la larghezza della rotta, cominciando dalla parte sinistra, venendo verso la destra, quivi è da formarsi ciò, che chiamasi *castello* della rotta, serve per dargli la *stretta*, come si dirà a suo luogo. Consiste questo *castello* in alcuni gruppi di pali di tre per gruppo, ben legati, infilagnati ed incatenati, i quali mediante i *stili*, ed *orboni* appoggiano di tal modo le palificate, che le rendono assai più assicurate di prima, e danno modo di dare la *stretta*, che vale a dire l'ultima mano alla rotta, cosicchè trattenute le volpare da tali impedimenti, rimangono là dove sono state annegate. I gruppi predetti di pali per il *castello* possono essere a due ordini, come porta la figura, ed anco a tre, se il corpo dell'acqua sia maggiore. *Castello* dunque si può chiamare tutto quello spazio ch' è circoscritto dalle lettere FEST. Il luogo veramente da darsi la *stretta* è sovente lo stesso che quello ove ergersi dee il *castello*, cioè laddove il corso è minore, verso la parte sinistra; ma quando quivi fosse piantato, oltrechè il fondo subito si farebbe maggiore, non resterebbero poi assicurate le palificate, come porta il bisogno, dovendo il *castello* fare e l'uno e l'altro degli ufizj predetti; oltredichè trovandosi il maggior corso verso PS, non sarebbe sì facile l'avanzar l'argine dalla destra alla sinistra attraverso di questa parte, e per il molto fondo della rotta, e per il molto corso, sicchè il luogo del *castello* sarà sempre da stabilirsi nell'antedetto sito, soprappassandosi qualche facilità, che parerebbe potersi incontrare facendolo in altro luogo, mentre questa sarebbe tolta da molte essenziali difficoltà.

XXXIX. Seguito l'impianto di tutte le palificate, delle quali si è detto, converrà immediatamente pensare alla positiva otturazione

della rotta mediante l'erezione dell'argine; ma prima è di mestieri l'aver proveduto molte migliaia di volpare di buona qualità formate, le quali si dovranno gettare in gran numero per fondamento del nuovo argine nel sito principalmente dove cade il maggior corso, e massimamente ove si avrà a dare la *stretta* alla rotta: al sito dunque della palificata maestra AB (*tav.* 8. *fig.* 2.) a ridosso della medesima dall'una e l'altra parte, dovrà essere riempito con le predette volpare, e fra questa palificata e la contropalificata, spazio che anco viene chiamato *cassa delle volpare*, se ne dovrà gettare quella quantità, che sarà stimata conveniente, dopo di che con larga base ed ottima terra si dovrà dall'un e l'altro canto della rotta avanzar l'argine, scegliendo per la di lui fabbrica la miglior terra, e sopra tutto ben attaccandolo all'argine vecchio. Oltre alla bontà che deve aver la terra, è pure indispensabile, ch'ella sia ben pestata e calcata, altrimenti il lavoriere riuscirebbe troppo debole per resistere allo sforzo dell'acqua. Avanzato l'argine da ambe le parti in un'altezza conveniente sino al sito del *castello*, correrà l'acqua con maggior moto per il rimasto varco, onde quel giorno che sarà stabilito per darvi la *stretta* devono esser approntati in gran copia e legnami e terra e volpare e uomini, ma soprattutto volpare e volparoni, ed anco quando tale esser potesse il bisogno, alcuni sacchi ripieni di terra, oppure gabbioni fatti di vimini, acciocchè alle occorrenze annegati tali materiali, resti il più presto che sia possibile levato il corso all'acqua, e ridotta la rotta, come si dice, in *coronella*, che dovrà farsi tant'alta cosicchè per il crescimento, che dopo chiusa la rotta con la *stretta* farà il fiume, non possa l'acqua strammazzarvi per di sopra: levato il corso, con pari sollecitudine si dovrà rialzar l'argine alle dovute misure.

XL. L'argine nuovo dovrà e nell'altezza, e nella grossezza eccedere le misure degli argini ordinarj, e ciò non solamente perchè la propensione delle acque, che avevano preso il corso per la rotta, pur anco, almeno in parte benchè chiusa, sussiste, ma molto più perchè l'argine nuovo e per il terreno che lo compone difficile ad addensarsi, e per la lubricità del fondo, su di cui posa, calerà in progresso di tempo non mediocremente; circa all'accrescimento da darsi ad esso argine, non si può niente di certo stabilire, a motivo che deve questo desumersi dalla natura del fiume, su di cui si lavora, mentre se è grande e profondo, maggiore deve anche essere il detto accrescimento, e minore se di minor portata, per un di presso si potrà nella grossezza tenerlo più largo una quarta parte del vecchio, e di altezza tre o quattro piedi maggiore di esso, costruendolo poscia con tutte quelle regole di scarpe e declivi che ricercheranno e la condizione del terreno, che si pone in opera, e la qualità de'

fondi sopra i quali si fabbrica. Se per sorte o tutto o parte il nuovo argine fosse sabbioniccio, e difficilmente perciò si potesse ottenere sopra di esso il germoglio dell' erbe, e la formazione del cottico, non sarà fuori di proposito il vestir le di lui scarpe o con lotte di terra cretosa, se tale si troverà in quelle vicinanze, oppure con arelle doppie ben disposte, e raccomandate con lattole e terraficoli nel terreno di esse scarpe: così fu praticato nella gran Coronella di Corbola Ferrarese sul Po, costruttasi per serrar la rotta che si aprì del 1705, e che non restò perfettamente chiusa se non del 1717, e tanto pur feci io praticare nell' altra gran Coronella alla Contarina nell' occasione di aver chiusa quella grande apertura, non però furono poste da per tutto le arelle, ma nel sito in cui l' argine per mancanza di buon terreno fu eretto quasi con la sola sabbia; supplendo la molta grossezza datavi alla bontà della terra, che in detto sito mancava.

XLI. Innalzato che sia l' argine, conviene ancora renderlo sicuro dalla corrosione col rivolgere dolcemente l' acqua lontana dal piede di esso, il che si ottiene in varie guise in que' fiumi, che ammettono di piantar pali ne' loro fondi, essendovene tal uno, come il Po, che li scalza ed abbatte, nel qual caso è di mestieri supplirvi con le grandi scarpe da darsi all' argine. In que' fiumi dunque, ne' quali è lecito il difendersi, con paradori e pennelli di palificate, si faranno questi o col piantare a piede dell' argine dentro la cassa del fiume qualche bassa palificata estesa secondo il bisogno, la quale inviminata che sia, rintuzzi il corso, oppure col formarsi superiormente al sito della rotta, ed anco alle occorrenze, in qualche parte dell' argine nuovo, qualche pennello ben assicurato, acciocchè incontrando dolcemente il corso dell' acqua, lo rivolga lontano dal piede dell' argine; se il fiume non è molto rapido anche di semplice legno di campagna può esser bastante, ma s' egli è di molta forza, e la direzione dell' acqua venghi con angolo quasi retto ad infilare l' argine, converrà servirsi di buone palificate, ben assicurate con catene e filagne, raccomandandole ed ai pali, ed all' argine stesso. Serviranno tali ripari, quando siano ben disposti, non solamente a tener lontano dal nuovo argine la corrosione del fiume, ma nel medesimo tempo a formare a' piedi di esso la deposizione, ch' è lo stesso che dargli la maggiore di ogni altra difesa.

XLII. Nell' ultimo numero del capitolo precedente si disse, che circa alla diversità de' ripari da praticarsi in varj siti del fiume, e secondo la varietà delle circostanze, se n' avrebbe poi esaminata la qualità, ricerca qui il luogo di farlo. Consistono dunque i ripari o in semplici *paradori* paralleli all' argine, o in *pennelli*; riguardano i primi l' immediata difesa dell' arginatura; i secondi possono esser impiegati per guardare un lungo tratto di essa col rivolgere il corso

del fiume, sicchè più non vada a ferire il detto piede; quasi sempre i paradori si piantano o nella corrosione che comincia ad intaccare l'argine, o anche in qualche drizzagno, se vi sia il pericolo che l'impeto del fiume voglia più l'una che l'altra riva intaccare; per ordinario si formano di palificate di una sola linea ed alti all'acqua media, venendo ben raccomandati con altri pali allo stesso argine, tenuti i pali a qualche distanza fra di loro s'inviminano come i pennelli, ma quanto quelli vanno soggetti ad essere scalzati da' vortici, che attorno de' pali va formando il corso dell'acqua, onde rare sono le volte, che si osservino pali de' paradori marciti dalla vecchiezza, ma quasi sempre sono dopo non molto tempo levati, e trasportati dalla corrente; de' pennelli formati con palificate ne abbiamo avuto discorso nel capitolo precedente dal numero VI. sino al numero XLIV, che però qui altro non ne diremo; ne' rimanenti numeri di quel capitolo fu detto delle resistenze de' pesi ammassati co' quali si formano parimente i pennelli, ma le proposizioni furono assai generali, quivi ne individueremo l' uso a pubblico profitto.

XLIII. Perchè, come in tanti luoghi di questo Trattato si è veduto, due sono i danni che ricevono i ripari formati con palificate o siano di paradori, o di pennelli, o di qualsivoglia altra forma, e sono lo scalzamento, che il corso dell' acqua induce ne' pali confitti nel fondo del fiume, ed i vortici, ne' quali si pone l' acqua quando incontra le perpendicolari resistenze; importa il primo la perdita del riparo; il secondo l' escavazione del fondo a' piedi degli argini: conviene sfuggire se fia possibile e l'uno e l'altro di questi pregiudizj, sostituendo in vece di pali altri materiali non soggetti nè ad esser levati dall'acqua, nè a ridurre il di lei moto nelle predette perniciose vertigini; il che tutto si verrà ad ottenere, se secondo a quanto si è detto ne' numeri posteriori del capitolo precedente, in vece di palificate ci serviremo o di cantoni di smalto, come ci ha ammaestrati il Viviani nella dissertazione per difendersi dall'Arno, oppure con terra cretosa e consistente ridotta in gabbioni disposti in modo da poter resistere alla violenza dell'acqua, unendo loro anche talvolta degli altri materiali. Due generi pertanto di tali ripari si propongono, il primo col Viviani predetto con gli prementovati cantoni di smalto, ed il secondo con i gabbioni in defficienza delle pietre e calce per formare i primi, ed anco perchè molte volte trovandosi il fondo del fiume di sì poca consistenza e di tal lubricità, che ne assorbirebbe, prima di assodarsi, una prodigiosa quantità, dove i gabbioni nè hanno bisogno di tante cautele, nè di tanta spesa come i cantoni: si è detto che qualche volta il fondo può ricusare i prismi fatti con pietra, il che può accadere dove il fiume, corre in alveo paludoso ed instabile; nel qual incontro saranno da sostituire i

gabbioni predetti. Io, per quanto a me è noto, il primo in varj siti del Po e dell'Adige, ne ho fatti con ottima riuscita fabbricare, e con altrettanto profitto li ho posti in pratica: può essere che un giorno, tralasciate del tutto le palificate, penseranno gl'ingegneri a sostituirvi quest'altra, che può dirsi perpetua difesa, la quale, oltre al dar sicurezza di buon esito, non ricerca si può dire verun' altra spesa per conservarla, dove per l'opposto le palificate vogliono e grave dispendio per costruirle, e non mediocre nel mantenerle, anche per que' pochi anni che sussistono.

XLIV. I *moli* dunque si avranno a formare a piramide trilatera troncata verso della sua cuspide, ma la sezione al vertice avrà ad esser obliqua alla base, comecchè dovrà terminare sul fondo in dolce scarpa. Intendasi BACG (*tav.* 8. *fig.* 4.) una tale piramide, la di cui cuspide sia G, e resti troncata con la sezione FED in maniera però che questa non riesca parallela al piano della base BAC, ma che se fosse prodotto il piano DEF si unirebbe al piano prodotto ABC dalla parte di A, e ciò perchè riesca il tronco con maggiore scarpa che sia possibile verso il corso dell'acqua, che si suppone essere verso G. Terminerà poi il molo con la superficie nella linea BE (*tav.* 8. *fig.* 4.), ovvero nella AF (*tav.* 8. *fig.* 5. 6.), formandolo come si dice, a schiena di cavallo. La direzione rispetto al corso ed all'argine, può essere come più piace: la migliore delle altre da me si crede quella che è con il corso, e con l'argine forma angolo retto, come resta espresso nella figura 5. e 6, nelle quali QR è l'argine che va attaccato alla base. Non è però che egualmente bene e con profitto non si possa, secondo alle circostanze dell'andamento del fiume, diriger l'asse di questi moli, o sia la loro capitale anche un poco a seconda del fiume, come si pratica d'ordinario ne' pennelli a palificate; ma queste regole non si possono stabilire nelli quasi infiniti casi che succeder possono, lasciandosi all'intelligenza dell'Ingegnere il prescegliere piuttosto una, che un'altra direzione.

LXV. Se questi ripari si avranno a piantare in fiumi che non abbian oltre li otto in dieci piedi di profondità nelle acque ordinarie, di soli gabbioni si potranno formare, senza che vi si ponga nel corpo de' moli, altro materiale; ma se il fiume avrà maggior fondo, in tal caso, se non altro a motivo del minor dispendio, si potrà far l'ossatura de' moli con barche affondate ripiene di terra, e di poi sepolte fra i gabbioni predetti, riducendoli possibilmente alla sopraddetta forma; e perchè i gabbioni non bene talvolta si vengono, attesa la loro forma, a combaciare, perciò si dovranno col metodo che si dirà, accompagnare con terra, fenazzo, paglia e brulli, di mano in mano che anderà crescendo l'opera, e quando siasi arrivati assai

vicino alla superficie dell' acqua media, come che quivi poca è la forza del fiume, almeno nelle parti più vicine alla riva, e più discoste in conseguenza dal vertice del molo; si potrà anco lavorare non con gabbioni, ma con semplici volparoni, e volpare ben legate, e ripiene di buona e cretosa terra, e ridurre in tal modo il riparo all' altezza conveniente, ch'è quella per ordinario, dell' argine maestro, avvertendo però che verso il vertice si terrà la dett' altezza alquanto più bassa, tirandola in declive, di modo che vada a terminare al livello in circa dell' acqua ordinaria.

XLVI. Il gabbione si potrà far alto sei piedi poco più poco meno, di figura cilindrica, largo in diametro piedi tre, tutto tessuto di vimini, fatta che sia l' ossatura con nove lattole in giro, dipoi gli si adatta il fondo nello stesso modo tessuto, indi si riempie di terra della migliore e più tenace, vicino al luogo dove avrà ad esser affondato, e finalmente si chiude col suo coperchio simile al fondo, e sarà preparato per essere gettato all'acqua, laddove i fondi sono grandi, come fu eseguito alla Polesella fra il sostegno é la chiavica Barbazza. Ma se i fondi sono moderati, si porranno i gabbioni vuoti in opera collocati in piano inclinato secondo la loro lunghezza, di maniera che il loro fondo appoggi sopra quello del fiume a canto le rive, e la bocca resti di sopra ond' esser per questa empiti di terra, cominciando dalla riva e progredendo verso il mezzo del fiume a 4, 6, ed anche più gabbioni di fronte nel modo antedetto collocati, e successivamente empiti di terra, e poi nella medesima sepolti di sopra tirando il molo a schiena di cavallo: così fu operato in Adige alla Cavanella, Rotta nuova e Bertolino, ed anche in Po in qualche sito. I primi moli che facessi eseguire furono quelli in Po per sicurezza della rotta Contarina, dacchè restò ella chiusa, e furono piantati in 18 piedi di acqua alla punta, in 12 e 13 più vicino all' argine. Altri poi ne furono da me fatti formare in varj altri luoghi del medesimo fiume per varie esigenze, ed istessamente nell' Adige, in questo però in fondi minori di quelli del Po. Singolare fu quello piantatosi quasi dirimpetto alla Cavanella di Fossone, a motivo di spinger l' acqua verso del Mandracchio delle porte, e di corrodere una gran spiaggia, gettatasi in sito tale, che impediva quasi intieramente il transito alla grossa e minuta navigazione. Tutti i quali ripari ed altri ancora sussistono, ed hanno prodotto gli effetti per i quali sono stati piantati.

XLVII. L' orditura interna de' moli ne' gran fondi de' fiumi si può fare con barconi affondati ripieni di terra o di altri materiali, ma l'affondarli, abbenchè paia cosa non difficile, in pratica però riesce di molto impegno; se ne darà qui il metodo tirato da quanto fu osservato nell' impianto di un gran molo in uno de' maggiori fiumi

dell' Italia, che per aversi a formare di una straordinaria estesa fu d'uopo servirsi di due Marciliane, e di uno de' più grandi Burchi che navighino i fiumi, e dovevano essere collocati tutti e tre questi bastimenti in linea retta nel modo che si dirà; ma prima devesi dare qualche regola per l'affondamento predetto. Sia però Z φ (*tav.* 8. *fig.* 7.) il fiume che corra da Z verso φ, e sia in grazia di esempio da affondarsi la barca IK al sito IK; parerebbe veramente, che facendosi il corso secondo una sola direzione, bastasse assicurare la barca all' argine in O ed al fondo M, mediante le gomene KMIO, ben raccomandate e nella barca KI, e all' ancora M appoggiata ed attaccata al detto fondo; nientedimeno conviene assicurarla in oltre anche inferiormente in L, con altra ancora, e all' argine con altra gomena IN, e ciò perchè facendosi il movimento dell' acqua con assai d'irregolarità, non resterebbe mai ferma la barca nell' atto del discendere, tirandosi essa inegualmente dalle gomene nell' andare al fondo; il che più agevolmente sarà compreso, se si considererà il profilo dell' argine e fiume VaQS, mentre calata che sia al fondo, è manifesto che la gomena TS dev' esser in bando, quando sia in questo sito, e molto più tesa di prima, l' altra raccomandata all' argine VX, e ciò per la ragione de' punti fissi S e V, e de' mobili nel discendere X, T, onde e dall' impeto che può concepire, almeno se il fiume è d' insigne fondo, e da questo inevitabile sconcerto, potrebbe facilmente rovesciarsi la barca, che però sarà bene di assicurarla con le altre due gomene NI, KL, acciocchè resti possibilmente nel sito, in cui sarà stata collocata quando galleggiava; in tutti i modi è indispensabile il rallentamento delle corde raccomandate all' argine, in ispecie quando il fondo sia molto grande, e l' argine molto alto. Che se e l' uno e l'altro non eccedono i sei, ovvero otto piedi, le differenze delle lunghezze de' *cavi* non saranno per causare sensibile alterazione nel profondarsi, nè altro rimedio vi è per ovviare qualche più grave sconcerto, se non allungare il più che sia possibile i punti fissi N, O, L, M, perchè il raggio di questa specie di pendolo, rappresentato dalla barca nell' andar al fondo, abbia sempre maggior proporzione all' arco da essa barca descritto, e perciò minore sia sempre la differenza de' raggi predetti. Se il fiume non è di larghezza tale, che possa egualmente bene, che con le ancore assicurarsi la barca anche dalla riva opposta, si potrà farlo; e sarà da avvertire una circostanza, che potrà farsi declinare da quelle notabili differenze di lunghezza, che contraggono le gomene nell' andar al fondo delle barche; e sarà se essa gomena invece di raccomandarsi al piano superiore dell' argine, al che fare molte volte ci invita qualche tronco di albero ivi esistente, si assicurerà la gomena al piede del medesimo, col figervi un ben grosso palo o più

di uno, se tale sia il bisogno come in *a*, ed allora molto meno ineguali riusciranno le lunghezze de' cavi *a*Y, *a*X di quello saranno VY, VX, e per conseguenza con meno d'irregolarità potrà andare al fondo la detta barca.

XLVIII. La terra, rovinazzi ed anco pietre vive o cotte, quando vi sieno, saranno tutti materiali atti da caricare la barca da affondarsi, ma si può farlo con questi soli, bastando con essi caricarla sol tanto che resti immersa sino all' opera *morta*, o poco più, mentre aggravandola maggiormente si potrebbe incontrare un disordine, e sarebbe che resa troppo grave per essere la terra o gli altri materiali di molto maggiore specifica gravità dell' acqua, nell' andar al fondo acquistando troppo momento, potrebbe rompersi ed aprirsi: caricata dunque al segno predetto, sarà da formarsi in essa de' *rombi* come li chiamano le genti di mare, a pelo di acqua, perchè entrandovi questa a poco a poco la sommerga finalmente: così fu da me praticato con buona riuscita in Po nell' affondamento di due Marciliane e di un Burchio, che furono disposti come resta espresso per le lettere A . B . C (*tav.* 8. *fig.* 7.), delle quali A rappresenta il Burchio; B, C le Marciliane. Si ebbe anco attenzione di collocare A alquanto lontano dalla riva, e ciò per avere maggior facilità da avanzarsi verso il mezzo del fiume, non essendo poi difficile il chiudere, atteso il poco fondo che ivi avevasi, anche con semplice terra il varco fra la poppa A, e l'argine, come prima di ogni altra cosa restò effettuato. L' occasione portò, il che è un caso assai singolare, di aversi a collocare tre bastimenti in linea, mentre per altro per un ordinario riparo può essere sufficiente o uno o due al più. Egli è anco da avvertirsi, che con le Marciliane per la molta altezza de' loro bordi, attesi i gran fondi che si avevano, riuscirono molto adattate, dall' altra parte la loro forma curva, e non punto piana verso il fondo diede delle difficoltà per essersi sentate alquanto pendenti, onde sempre meglio sarebbe l' affondare o burchi piatti, oppure di quelle barche, che si chiamano in Venezia *Piatte da libi*; e piuttosto, se la molta altezza dell'acqua lo ricercasse, porne due una sopra dell'altra, ovvero, il che ancora riuscirebbe meglio, collocarne due al paro nel fondo, e poi una sopra di esse, ripiene prima che fossero le due del fondo di buon terreno, e di altri materiali. Tali barche al certo e con maggior facilità si affonderebbero, e nel sentarsi sopra del fondo più si adatterebbero al medesimo di quello fossero per fare, o le Marciliane, o altre barche di fondo non piano ma curvo, che qualche volta se niente più del bisogno restano caricate prima che siano aperte con i *rombi* de' quali si è detto, si rompono, come successe ad una, che fu affondata in poca distanza dalle sopramentovate, essendo per altro molto vecchia, e sdruscita.

XLIX. I detti bastimenti nell' antedetto modo affondati si possono chiamare ossatura del molo, la quale però, come è stato notato, non si rende necessaria se non ne' gran fondi, come sono in ispecie quelli del Po in queste nostre parti. Affondate che siano dunque le barche, e stabilita l' ossatura all' incirca come in A, B, C (*tav.* 8. *fig.* 7.) si dovrà prima di ogni altra cosa unire la poppa della barca A coll' argine in DE, il che, quando non vi sia insigne corso, si farà anco con la semplice terra sparsa, ma se qualche corso vi fosse, che impedir potesse alla detta terra lo stabilirsi, e prender piede, allora si potrà con l' impianto di qualche palo chiudere quel varco, e di poi con terra e fascine, strame, paglia, e terra unire la detta poppa all' argine, indi nelle barche A, B, C, che come si è detto sono restate non affatto ripiene di terra o rovinazzi per le ragioni dette, si getterà della terra sino al riempimento intiero, ma se si dubitasse che il soverchio peso di tal materiale, non aprisse la barca, allora a misura che si anderà avanzando il riempimento, si dovrà porli a ridosso i gabbioni, e questi principalmente dalla parte superiore fra G ed E, e nella punta o vertice del molo HFG, ed assestarli occorrendo con brulli, o strame in modo, che si venghino in ottima forma a collegare assieme; inferiormente si potrà bensì servirsi de' gabbioni, ma in minor quantità, supplendovi con terra e strame nella maniera che si dirà nel numero seguente.

L. Non è sì facile, come per avventura pare a prima vista l' annegare, come si dice, i gabbioni, vale a dire il gettarli all' acqua in modo, che il loro ammasso riesca stabile, forte, e tirato con giuste proporzioni. In un gran molo formatosi in Po si adoperò il seguente metodo. Si collegarono, mediante un forte paglinolo formato di buone travi, e ben tessute tavole, due delle ordinarie burchielle, di quelle che si servono i cavafanghi pel trasporto degli estratti pantani, e così unite formavano come un passo da fiume, poi sopra di detto pagliuolo si ponevano due gabbioni per volta ben riempiti prima di terra e ben otturati; condotte in appresso le burchielle cosicchè l' estremità del pagliuolo venisse a cadere appunto sopra del luogo, ove si avevano a calare al fondo i gabbioni, si ruzzolavano gettandoli all' acqua, coll' avvertenza che essi gabbioni, stessero sempre coll' asse e lato paralleli al bordo delle barche affondate. In altro modo e questo ben più facile si fecero affondare de' gabbioni, cioè col porne due uno per parte di una grossa barca, ben pieni ed otturati, e vicendevolmente raccomandati con una corda, condotta la barca sul luogo, e sciolto il vincolo, scaricavasi da un lato il primo gabbione, e la forza che da questo veniva fatta era tale, che sbilanciandosi si scaricava dall' altra parte l' altro. Bensì con molto ingallonamento della barca, ma però senza pericolo alcuno. La larghezza

della base che fu data ad esso molo fu di 40 piedi, ed i gabbioni a ridosso delle barche furono posti sino quasi alla superficie dell' acqua ordinaria dalla parte superiore EG; nell' inferiore si adoperarono i gabbioni dal vertice del molo sino quasi alla di lui metà in B, e ben molti ne furono gettati nella punta HG, cosicchè fra tutti furono più di mille; nel rimanente verso terra e sopra l' acqua furono usati mantelletti tessuti di vimini, caricati di terra ed affondati, ed un numero grandissimo di fascine, a tal segno che la mole è riuscita come convenivasi; contuttociò per niente dissimulare, comecchè le barche ed i gabbioni hanno perfettamente resistito, così i mantelletti e le fascine non l'hanno fatto; ed è stato uopo di ripararlo, nell' occasione anco che fu prolungato, ma con soli gabbioni, ed è poi riuscita l' opera della maggior consistenza, senza che più temer possa i pregiudizj dell' acqua, come era seguito prima di detta prolungazione.

LI. Si dirà di alcuni effetti seguiti dopo l' impianto di un tal riparo, perchè venghi compreso ciò, che da simili opere si possa promettere l' ingegnere. Appena piantato il molo, l' acqua restò affatto molente e superiormente, ed inferiormente ad esso per tanto spazio, che essendosi in disposizione di piantarne un altro superiormente, fu giudicato del tutto superfluo; poco dopo sorsero atterramenti tali, che dove prima vi erano i dieci e dodici piedi di acqua, tutto si ridusse in ispiaggia di pochissimo fondo, e di una vastissima estesa; e non andò guari che restò esso molo dalla parte dell' argine sepolto nelle sabbie, che appena a' poco pratici lasciava conoscere, che quello fosse un riparo formato in tanto fondo di acqua; tutto il danno, se pur di danno merita il nome, che ha risentito, si è qualche corrosione superficiale verso della di lui punta, da quella parte cioè, che resta esposta ai venti australi, essendosene intaccata qualche pertica, senza però l' asporto di alcuno de' gabbioni. Quanto al corso dell' acqua, dacchè egli fu costruto, si è manifestamente piegato verso della riva opposta, senza poter abbandonar tal direzione atteso il gran spiaggione, che si è formato ed a tutela del riparo, e per sospingere il corso lontano.

LII. Di molto minor impegno sono stati i moli piantatisi per sicurezza della Rotta Contarina, ed ancóra minore quelli fattisi all' Adige, Rotta nuova, Bertolino, Cavanella di Fossone, ed altri luoghi, mentre in questi nè meno vi è stato il bisogno di affondar barche, ma si sono formati con soli gabbioni, empiti dopo posti in opera, ed è stato sì pronto l'effetto di rivolger l'acqua, e fermar le sabbie, che appena terminati se n'è veduto il profitto. Alla Cavanella essendo obbligata la navigazione a scorrere per un mezzo miglio inferiormente al Mandracchio, in ora entra alla testa di esso con fondi buoni,

portato ch' è il corso alla sinistra parte, dove allora tenevasi tutto alla destra. Una volta che tal sorte di riparo abbia preso piede nel fiume, non può esser dal medesimo mai asportato, mentre la grande scarpa che gli si dà, impedendo del tutto la formazione de' vortici, e riducendo e superiormente ed inferiormente molente l'acqua, il corso di questa, abbenchè possa con forza ferire la punta del molo, non può però distruggerla, levate che sono con i vortici le cause, che potrebbero indurvi la rovina. Il legamento de' materiali componenti questi moli è tale, che qualunque forza del fiume non vale a debilitarlo, rendendolo come di un solo corpo, e per conseguenza di una enorme gravità. Potrà dar qualche difesa alla punta, per resistere alla corrosione, il coprirla di doppie arelle ben conficcate nelle scarpe con terraficoli di salice, che germogliando reggono poi al corso, ed impediscono l' intacco che succedere potesse. Per altro il risarcirne le punte, sarà sempre opera facile di pochissima spesa, nè anderà molto, che formatosi letto di sabbie anche per testa, cesserà il bisogno di qualunque ristoro.

LIII. Prima di terminare questo capitolo, ragion vuole, che si indichino ancora le difese, che competono a' Torrenti dopo aver esposte quelle, che riguardano i fiumi reali principalmente, laddove nelle aperte campagne col loro corso progrediscono verso il mare. Veramente altra ragione correr deve ne' ripari de' torrenti, altra ne' fiumi perenni, se la violenza di quelli nel discendere per i propri alvei nulla, per così dire, ha che fare con il moto di questi. Nel Trevigiano altro più valido riparo non hanno saputo gli antichi opporre alla Piave da Narvesa in giù sino a che dopo aver corso quattro in cinque miglia, deposta la ghiaia s' incanala ed inalvea, camminando con meno furia, perchè meno inclinata, di quello si trova più verso del Monte, de' murazzi formati con crode senza cemento alcuno, piantati quattro in cinque piedi sotto il fondo dell' alveo, alti quanto lo ricerca l' escrescenza maggiore di quel fiume, e ben terrapienati alle spalle; sono essi non seguenti, ma collocati in tutti que' siti ne' quali batte l' acqua, e si estendono quanto lo ricerca l' accollamento di essa alla riva, e ciò tanto dall' una, che dall' altra parte, sussistono da quattro secoli, sconcertati solo nelle loro teste, ma non in guisa che non possino facilmente esser riparati; difesa migliore di questa non può suggerirsi o nella Piave, o in qualunque altro fiume, che rapido corra come quella.

LIV. Altro genere di difesa si pratica in detto fiume, e sono i *Gorzi*, che altro non sono se non grandi gabbioni di figura conica tronca che si piantano con la maggior loro base nel fondo, tenendosi alti quanto ricerca la massima piena; si dispongono in retta linea per o più in due file una accosto dell' altra, legati ed assicurati con travi

onde venghi loro accresciuta la resistenza, si riempiono non già di terra, ma della più grossa ghiaia che si trovi nelle vicinanze ove piantansi i detti ripari. Resistono i *gorzi*, come è chiaro da vedere, per il loro enorme peso alla violenza dell' acqua, e con la scarpa che hanno per la figura conica, impediscono alla medesima il porsi in vortici, onde fermato il piede reggono all' urto benchè impetuoso che soffrir devono, senza punto rovesciarsi e perire. La meccanica del loro resistere, è la stessa di quella che fanno i gran pesi, conformati in prismi, o gabbioni, ma tanto maggiore è la loro resistenza per i sassi che contengono, quanto maggiore è l' impeto che sostener devono. Un buon *gorzo* vuol avere sei piedi incirca di diametro nella base, e nella sua sommità terminare nella metà o poco più, a norma della maggiore, o minore altezza che si ricerca, potendo questa arrivare sino li dieci e dodici piedi, purchè perfetti siano i materiali che lo compongono; tanto quelli inservienti per l' ossatura verticale, che gli altri che devono nella medesima esser orizzontalmente tessuti, ordinariamente si dispongono in forma di paradori lungo le rive intaccate, ed alcune volte per traversare qualche ramo ed obbligarlo a volgersi altrove, qualche volta anco in figura di pennelli o pignoni, secondo le esigenze del corso dell' acqua: insomma fanno essi la difesa più valida dopo quella de' murazzi. Non dissimile riparo ho veduto praticare in qualche fiume del Bolognese dentro le montagne, come pure nel Serchio sul Lucchese, ma in figura piuttosto di gabbione, che di *gorzo* con la sola differenza, che vengono empiti di sassi, di quelli cioè che seco porta il fiume, ed in ciò veramente convengono con i *gorzi*, ma nella forma che si accosta alla cilindrica, con i gabbioni.

LV. Con massima utilità sono stati posti in uso nel torrente Torre nel Friuli, certi pignoni formati di grossi macigni, suggeriti e fatti eseguire dal Guglielmini. Consistono questi in certe piramidi scalene tronche, che con le loro basi ben attaccandosi alle rive, vanno a terminare con le loro teste nel fondo dell' alveo non più lunghi di cinque in sei pertiche, e taluno anche meno, diretti alquanto a seconda della corrente del fiume, sono fatti di sasso di cava della maggior grossezza, spianato bensì grossamente, ma in maniera però che quanto basta assestano gli uni con gli altri, formando i lati competentemente liscii, difesa questa, che molto fu contrastata nella prima sua esecuzione da chi non intendeva gran fatto la vera maniera nel difendersi in simili torrenti, ma che poi è stata considerata per la più adattata e forte per sicurezza di quelle rive, e della Reale Fortezza di Palma, che dal detto torrente veniva non mediocremente minacciata; da tutto ciò ben si può comprendere che per opporsi alle acque più precipitose de' torrenti è di mestieri il

servirsi de' pesi i più gravi, e che a nulla in questi servono le palificate, come queste servir possono ne' fiumi di corso più regolato.

CAPITOLO DUODECIMO.

De' sostegni, chiaviche, strammazzi, botti, e ponticanali, attinenti alle regolazioni delle acque.

I. *Definizione I.* Sostegno è quella fabbrica, che traversando il fiume, o qualunque altro canale, serve a sostener la di lui acqua a certa altezza, o a comodo di navigazione, o per minorar il corso del fiume o del canale a preservazione o delle rive, oppure di qualche fabbrica inferiore, o finalmente per il motivo di animare qualche edificio.

Definizione II. Si dividono questi sostegni in stabili e mobili, sono i primi quelli, che si formano con roste, o siano pescaie, cavalletti, briconate ec., i secondi tutti quelli che servono ad uso di navigazione, e per il movimento degli edificj.

Definizione III. I sostegni mobili altri sono a porte, che si aprono contro il corso del fiume, altri a panconi o travate, che si levano e ripongano in numero maggiore o minore secondo l' occasione.

II. Quei fiumi, che per aver troppo pendio smaltiscono con troppa celerità le loro acque, ne lasciano crescere, se non pochissimo, di corpo, ricercano per esser navigati i sostegni, che minorando loro la caduta, vengano ad accrescere in tutte le loro sezioni l' altezza viva dell' acqua. Parimenti que' fiumi, le fonti de' quali non tramandando che poc' acqua, se si vogliono ridurre ad uso di navigazione uopo è di munirli di sostegni, perchè trattenuta l' acqua da questi, e resa quasi stagnante, si rendano capaci di soffrire il barcheggio; ma perchè i fiumi possano restar imbrigliati con i sostegni, si ricerca, che la loro portata, cioè il corpo delle loro acque sia di moderata mole, altrimenti il sostegno non verrebbe tollerato: insomma i sostegni sono ricercati da' fiumi piuttosto piccoli, che mediocri, e da quelli che eccessiva caduta avessero; non già da' torrenti puramente tali, i quali per restar sovente, e per molto tempo privi affatto di acqua, lascierebbero frustraneo il sostegno, e la navigazione, in grazia di cui si pianta. Per altro, qualunque sia la mole dell' acqua da sostentarsi con le dette fabbriche, v' abbisogna sempre, che resti aperto un qualche sfogo al fiume, perchè l' acqua sopravvegnente non cresca sopra del sostegno, e lo sormonti; ma di ciò ne daremo a suo luogo le regole e le leggi.

III. Sia la sezione DACF (*tav. 3. fig. 8.*) di un fiume, l' altezza

viva della cui acqua sia la DA; si voglia talmente essa sezione ristretta, cosicchè acquisti l'altezza AH, che alla prima abbia la ragione di m ad n. Questa AH dunque sarà per l'ipotesi la quarta proporzionale di m, n, b (dicendo DA, b), e perciò facciasi come AD ad AH, così la dimezzata di AH, alla quarta proporzionale che sia L; dipoi come L ad AC, così la dimezzata di AD alla quarta, che sia M; se a questa si farà eguale la larghezza della sezione AB, l'acqua verrà ad acquistare l'altezza desiderata AH, che alla prima AD, sarà come m ad n. Perchè dunque L : AC :: $\sqrt{AD}$: AB, sarà ancora $AB = \frac{AC\sqrt{AD}}{L}$, e sostituendo in vece di L il suo valore $\frac{AH \times \sqrt{AH}}{CF}$, sarà $AB = \frac{AC \times CF\sqrt{CF}}{AH\sqrt{AH}}$, ovvero $AB \times AH\sqrt{AH} = AC \times CF\sqrt{CF}$, adunque scaricheranno esse due sezioni moli eguali, se tanto l'uno che l'altro membro dell'equazione rafferma la quantità dell'acqua che può uscire nel medesimo tempo e dall'una e dall'altra apertura; lo che era ec.

IV. *Scolio*. Riducendo per l'uso, l'espressione ai termini analitici, dicendo $AC = a$, $AB = x$, $AH = c$, sarà $c = \frac{bn}{m}$ (quando la ragione di AD all'AH, sia quella di m al n) onde la formola essendo $ab\sqrt{b} = cx\sqrt{c}$, se verrà sostituito in vece di c il valore suo, diverrà $ab\sqrt{b} = x\frac{bn}{m}\sqrt{\frac{bn}{m}}$, oppure $am\sqrt{m} = nx\sqrt{n}$, ovvero $x = \frac{am\sqrt{m}}{n\sqrt{n}}$. Sia in grazia di esempio da alzarsi l'acqua mediante il ristringimento della sezione, cosicchè la AH divenghi quadrupla di CF; sarà però $m = 1$, $n = 4$. Sia $a = 80$, sarà $x = \frac{80}{4\sqrt{4}} = 10$, onde il ristringimento dovrà ridursi alla sola ottava parte di quello era prima, perchè si ottenghi quadrupla altezza: in somma la larghezza della sezione sarà sempre in ragione composta diretta della prima larghezza della sezione, e della subtriplicata del numero esponente l'altezza, a cui si vuole che arrivi l'acqua.

V. Si ricava dalla suddetta facile proposizione l'idea generale de' sostegni usati ne' fiumi e canali per renderli navigabili, allorchè scarseggiando questi di acque senza di essi non soffrirebbero il barcheggio, attesa e la mancanza della necessaria altezza dell'acqua, e spesse volte la soverchia velocità che ritengono, per cui resterebbe molto incommodata la navigazione. Altro dunque non facendo i sostegni che ristagnar l'acqua o in molta o in poca parte, si riduce la quistione al ristringimento del fiume, in modo che nelle parti superiori

e cresca di altezza, e si minori di corso; ma perchè l' acqua sopravegnente deve o in poca o in molta quantità aver il suo esito, ne deriva da ciò la necessità che hanno i sostegni de' diversivi e sfogatori, altrimenti in non molto tempo resterebbero sormontate le rive; questi diversivi possono esser costrutti in ogni sito, purchè non molto lontano da esso sostegno. I portelli che si lasciano nelle porte del sostegno, servono essi pure di temporaneo diversivo, ma que' canali che lateralmente si formano a' sostegni, sono i diversivi perenni e reali, detti propriamente risoratori o sfogatori, la soglia de' quali può esser o di livello col fondo naturale del fiume, o anche più alta, e formata in pendío a guisa di uno strammazzo. Generalmente parlando, i sostegni se saranno formati ne' fiumi torbidi, hanno bisogno di restar qualche volta aperti per impedire i riempimenti; ma se con acque chiare, possono mantenersi sempre chiusi a comodo della navigazione; qualche volta però anche ne' torbidi, se il diversivo è di molta capacità, possono tenersi sempre chiusi, supplendo il corso di questo allo smaltimento della torbida, ne abbiamo l' esempio ne' sostegni della Brenta dalla Mira a Padova.

VI. Per determinar l' altezza a cui secondo alle circostanze deve farsi il sostegno, perchè non sia sormontato dalle piene con pericolo di restarne danneggiato, basterà tenerlo alto in modo che essa piena possa sfogare per il diversivo, senza che sormonti; il che si otterrà col calcolare una sezione accresciuta di quanto può farla aumentare la piena, servendosi della formola del num. IV. di questo, e ben notando a quali altezze pervenir potrà l' acqua nel diversivo per fissare poscia sopra di questa le coltellate del sostegno che rieschino almeno due piedi più alte delle dette misure. In altro modo ancora potrebbesi supplire a tal esigenza, tenendo la fabbrica a quella sola altezza, che si ricercherebbe, se esso sostegno non avesse a servire, che per le acque ordinarie, e ciò coll'introdurre lo sfogatore a strammazzo superiormente al livello dell' acque comuni, ma col dilatarlo a quelle misure, che il calcolo fosse per indicare. Sia per esempio la sezione del diversivo o sfogatore calcolata nel modo esposto al num. IV. la BCDE (*tav.* 8. *fig.* 9.) che contenendo le acque ordinarie, ed obbligandole a correre per esso facciano il gonfiamento, la di cui altezza sia la CB, e possa crescere per la piena sino in FG, quando tant' alte fossero le sponde di esso diversivo; ma perchè con tal altezza converrebbe crescere anco le sponde e rivali di esso diversivo; però non si voglia che tanto aumenti, ma solamente da A in H spazio di poche once. Sarà per i comuni principj dell' idrometria l' equazione $AK \times AH \sqrt{AH} = BE \times BF \sqrt{BF}$, e considerando come incognita AK sarà questa eguale a $\frac{BE \times BF \sqrt{BF}}{AH \sqrt{AH}}$, valore della ricercata larghezza dello strammazzo del diversivo.

VII. *Scolio*. Sia la piena che potesse venire sopra l'acqua ordinaria alta piedi 5, ovvero once 60, onde BF = 60; la larghezza del diversivo BE sia di once 72, e l'altezza che si desidera sopra il labbro dello strammazzo AH sia once 9, dovrà AK esser di once 1200, cioè 15 volte e mezzo in circa più largo dello sfogatore, il solo strammazzo, o sieno li due fianchi che lo vengono a comporre, il che impegnarebbe in una molta spesa nella fabbrica, e sarà sempre meglio tenerlo alquanto ristretto, e soffrire più tosto una qualche maggior altezza della piena. Nella stessa supposizione lasciando che la piena salisse alta sopra dell'acque ordinarie once 16, facendo AH = 16 once, la dilatazione dovrebbe farsi a once 506, 6 fiate, cioè di maggior larghezza del diversivo verrebbero ad avere i due fianchi dello strammazzo, e generalmente la dilatazione di essi fianchi, sarà in ragione composta diretta della larghezza del diversivo, e della subtriplicata dell'altezza, a cui in esso salirebbe l'acqua, che si volesse nel diversivo dello strammazzo, meno la larghezza dello strammazzo stesso.

VIII. I sostegni inservienti ad uso di navigazione si formano con due mani di porte, a motivo di poter livellare le acque tanto superiori, che inferiori, e dar il passaggio alle barche; il che succeder non potrebbe, se una sola mano vi fosse, com'è facile da raccogliersi per poco che vi si rifletta. Sia ABCD (*tav.* 8. *fig.* 10.) quello che chiamasi vaso delle porte, fabbrica che ordinariamente si fa di pietra; CF, BF le porte superiori, che si chiudono in angolo, perchè più possano resistere al peso dell'acqua superiore; DE, AE sono le porte inferiori, che anch'esse si chiudono in angolo, mentre aperte che siano le superiori, devono sostener il peso dell'acque come le prime; qualche volta però possono anco chindersi queste in linea retta, ma in tal caso la porta è una sola, piantata in D, ovvero in A, e tanto larga che arrivi col suo batente nell'opposto gargamme, che anderà lasciato nelle muraglie, onde chiudersi perfettamente il varco all'acque: così fu fatto nella parte inferiore del gran vaso del Dolo sopra la Brenta; DCBA vien detta propriamente la conca formata da' muri laterali DC, AB, che dovranno, come il rimanente della fabbrica esser piantati alla maggiore possibile profondità, come in RQ, che viene a formare profilo della pianta sopra le teste di frequentissimi pali ZR, QY, se il terreno mostra di avere del cnoroso. La soglia di CFB dev' esser formata un piede incirca più alta della platea di fuori e superiore CVBL, ma di livello in circa coll'interiore del vaso, e la soglia di DA si farà pure un piede in circa più alta della platea medesima del vaso, ed a tal livello si farà pure la inferiore HDAI, e ciò perchè le porte trovino, onde appoggiarsi nel fondo chiuse che siano, dovendo a tal oggetto

esse soglie formarsi angolari come CFB. Vi si formano parimenti le ale di muro BL, CV, AI, D*d* da farsi o in questa, o in altra più congrua forma; chiusa che sia la porta superiore CFB, l'acqua OP sarà come nel profilo alta *a*O, cioè più alta della inferiore NSV quanto è la ON; ma aperta questa porta e chiusa l'inferiore, la OP superficie dell'acqua, passerà in T, ed allora le barche saranno introdotte per passare inferiormente in VS, vuotato che sia il vaso col mezzo de' portelli, come col mezzo di questi verrà riempito; se poi una barca debba esser tradotta dall'inferiore acqua alla superiore, allora passando da VS in VN, chiusa la inferiore porta DA, si dovrà empire il vaso, e ridotta l'acqua all' altezza NO aprire la porta superiore CFB, il che si farà senza difficoltà alcuna, pareggiate che siano le acque dentro e fuori del vaso. Ma perchè queste porte o sostegni rostano e serrano perfettamente il fiume, se questi ha incessante sovravegnente, si dovrà lateralmente, perchè non inondi quanto più si può lontano da' muri della fabbrica per evitare i pregiudizj alla medesima, introdurre il diversivo GMHK di quell' ampiezza e profondità che il calcolo dimostrerà, secondo a quanto si è mostrato al num. IV, e seguenti di questo capitolo.

IX. Le porte de' sostegni devono esser formate di ottimo legname, quercia, castagno, o larice, ben ordite con travi come in ABCD che rappresenta la parte di dietro riguardante la conca nella superiore, ed il fiume nell' inferiore dalla parte di sotto di essa conca, ma *abcd* (*tav.* 8. *fig.* 11. e 12.) rappresenta la parte della porta, che ha da sostenere la corrente del fiume, o per meglio dire, il peso; vale a dire ABCD ha da restare dalla parte verso l' acqua inferiore e fuori e dentro della conca, ed *abcd* ha da esser volta all' acqua superiore, e perchè chiusa che sia una delle porte del sostegno, conviene prima di aprirle e dar il passaggio alle barche, che la conca si empisca di acqua, però in esse porte vengono introdotti i portelli G, H, *g*, *h*, ed i suoi otturatoj, I, K, raccomandati alla verga di ferro o di legno *e*I, *f*K, che mediante i manubrj E, F; *e*, *f*, ed il rincontro de' denti della ruota dentata, facilmente si alzano ed abbassano, chiudendosi, ed aprendosi secondo il bisogno. Se le porte sono divise in due parti basterà un portello per ciaschedune: se poi la porta non è divisa, come dinotasi nella figura, se ne introdurranno due, acciocchè si abbia e nell' uno e nell' altro modo la facilità necessaria per empire, e vuotare il vaso o conca, e lasciare più spedita la navigazione. Quando la conca è grande, e molta l'altezza dell' acqua sostenuta, allora oltre i predetti portelli, si può introdurne un terzo nella grossezza delle muraglie, perchè con maggiore prontezza si possa empiere il vaso; ma è da avvertirsi, che sia ben assicurato, mentre il gran corso che concepisce

l'acqua lo può di leggieri danneggiare con pericolo di far rovinare il sostegno. Tal foro, quando vi sia, non si dovrà aprire, quando la conca sia ancora con poch' acqua, bensì solamente allora, che si trova oltre della metà ripiena, levandosi con ciò di molto la forza dell' acqua uscente, e togliendosi il pericolo che non resti l' edifizio in alcuna sua parte sconcertato. Alle porte del Dolo si trova un foro dalla parte destra superiore all' entrare, e chiamasi il *vampadore*, che viene aperto con le leggi antedette, così ricercandolo l' ampiezza ed altezza di quella notabile fabbrica; ed a motivo, che il gran corso dell'acqua non danneggiasse la platea del sostegno, è stato usato dalla cognizione dell' architetto che lo piantò, poco prima del 1534 un ottimo ripiego, e fu, di far bensì entrar l'acqua per un solo foro, ma di allargarlo poi nell' interno de' muraglioni in uno spazioso condotto, e farlo uscire nella conca o vaso diviso in cinque fori costrutti di marmo, di larghezza un piede e mezzo per ciascheduno, onde l' acqua entra nella platea nè meno con la quarta parte della velocità, con cui si caccia per la bocca del *vampadore*. Tale artifizio fu da me osservato sul cader dell' anno decorso 1740, quando di pubblico comando feci porre in asciutto quel gran vaso per rimetterlo da' gravi sconcerti che aveva risentiti ed in ogni angolo dell' ingresso superiore, e nella platea che fu trovata per la metà sconvolta nel seliciato suo di cotto. Difficile, per vero dire, è stato il levargli l'acqua, attesa la gran copia de' sabbioni che assediavano e superiormente ed inferiormente il vaso senza che mai cessassero le trapelazioni sino a tanto che non furono perfettamente levati dal corso dell' acqua che fra un bosco di palificate pur anco succedeva, e lasciato il fondo col solo terreno buono di creta; per altro nulla più ha contribuito all' asciuttamento predetto, ed alla sicurezza de' lavorieri, di una pianconatura o travata che vi feci porre a pochi piedi superiormente alle porte, dopo ch' ebbi rilevato esservi nelle laterali muraglie, benchè molto sdrusciti, i gargammi per riceverla. La pozzolana con cui sono stati impastati i cementi, ed i molti marmi postivi di nuovo in gran mole per i goloni da annicchiare i fusi delle porte, promettono la più soda resistenza di detta reale fabbrica nel tempo avvenire.

X. La formola che si registra al numero XX. del capitolo secondo fornisce sufficientemente quanto occorre, circa il tempo e quantità dell' acqua che dalla parte superiore OP (*tav.* 8. *fig.* 10.) passa nella conca, e da questa nell' inferiore canale, nella supposizione però, che per l' empirsi della conca predetta non cali OP, ne cresca VS, ma che la capacità di essa conca sia infinitamente piccola in riguardo del rimanente del fiume. La formola dunque del numero predetto è $R = \frac{6304 \times CCT \sqrt{A}}{60'' \times 5}$, in cui R è la quantità uscita da un foro

di un vaso, la di cui acqua sia sempre mantenuta alla medesima altezza; CC l' area di esso foro; T il tempo; A l' altezza dell' acqua sopra del centro del foro; 60'' un minuto primo, il tutto espresso in once cubiche del piede di Bologna: e perchè si vuole come incognito il tempo che si consumerà al riempirsi della conca, però sarà $T = \frac{5 \times 60'' \times R}{6304 \times CC \sqrt{A}}$, ed essendocchè nell'esempio del vaso, l' altezza dell' acqua va sempre scemando, sarà però in vece della velocità corrispondente a quest' altezza A, da sostituirsi la velocità ragguagliata, o *media* competente allo scarico di una data quantità.

XI. Sia pertanto l'acqua superiore alla porta chiusa (*tav.* 9. *fig.* 1.) AE; CD il portello; KL la di lui larghezza; HI la larghezza ragguagliata della conca del sostegno; FB la di lui lunghezza; $SQBF \times HI$ la quantità dell'acqua passata in un certo tempo nella conca predetta, il qual tempo è da ritrovarsi, data la detta quantità; FB è la superficie dell' acqua comunicante con l' inferiore del sostegno sempre più alta del portello CD. Sia $AB = a$, $AQ = x$, dunque $QB = a - x$, $HI = d$, $FB = c$, $CD = n$, $KL = m$. Intendasi ART una parabola ch' esprima le velocità dell' acqua all'entrare nella conca, cioè BT dinoti quella *media*, che compete al primo ingresso dell'acqua, allorchè resta chiusa la porta GM, ed aperto il portello CD, e QR quella velocità pur *media*, che avrebbe l' acqua giunta col suo pelo all' altezza SQ; ma perchè sono in un continuo variare tutte queste decrescenti velocità, pertanto sarà da prenderne di tutte una media, cioè $\frac{BT + QR}{2}$ per quella che assai da vicino può rispondere ai fenomeni del movimento di quest' acqua, onde detta velocità, per la natura della parabola, sarà $\frac{\sqrt{AB} + \sqrt{AQ}}{2} = \frac{\sqrt{a} + \sqrt{x}}{2}$, quindi nella formola espressa nel numero antecedente $T = \frac{5 \times 60'' \times R}{6304 \times CC \sqrt{A}}$, in vece di $\sqrt{A}$, sarà da sostituire $\frac{\sqrt{a} + \sqrt{x}}{2}$, come in vece di R, il valore del solido $SQ \times SF \times HI = dc \times (a - x)$, onde $T = \frac{2 \times 60'' \times 5 \times dc \times (a - x)}{6304 \times mn \times \sqrt{(a} + \sqrt{x})}$, formola generale per cui si verrà in cognizione del ricercato tempo.

XII. *Scolio*. Si faccia $x = 16$, $a = 49$, dunque $QB = 33$, $d = 480$, $c = 1200$, $n = 12$, $m = 18$, che però la formola sarà mutata in $T = \frac{10 \times 60'' \times 1200 \times 480 \times 33}{6304 \times 18 \times 12 \times 11}$, di cui il logaritmo del numeratore,

sarà 10. 07004, e quello del numeratore 7. 17545, e perciò il logaritmo del tempo ricercato 2. 89459, e perchè resta espresso in secondi, si divida per 60, sottraendo cioè il logaritmo di questo numero dal predetto, e rimarrà il logaritmo del tempo in minuti 1. 11644, che dà 13 minuti primi in circa.

Ma volendosi sapere il tempo intiero, che si consumerà nell'empiere tutto il vaso del sostegno, cioè allora quando l'acqua sarà arrivata in A, allora divenendo $x = 0$, si cangia l'espressione in

$$T = \frac{10 \times 60'' \times dc\sqrt{a}}{6304 \times mn} = \frac{10 \times 60'' \times 1200 \times 480 \times 7}{6304 \times 18 \times 12}$$, ed il logaritmo del numeratore sarà 9. 38366, e quello del denominatore 6. 13406, onde il logaritmo del tempo ricercato 3. 24960, e sottraendogli il logaritmo di 60 come sopra, rimane esso logaritmo del tempo 1. 47145, che vale 30 minuti primi, ed in tale spazio di tempo resterà empita tutta la conca del sostegno.

XIII. *Coroll. I.* Resta manifesto, che se un altro simile portello resterà aperto nella medesima porta, l'empimento predetto seguirà nella metà del tempo, cioè in un quarto d'ora; dovendosi per altro avvertire circa a' portelli e loro grandezze, di aversi a stabilire in modo, che non rieschino soverchiamente grandi per non render debole la porta, e pregiudicare al vaso col maggior peso dell'acqua, e che parimente non rieschino soverchiamente piccoli per non aversi a consumare troppo tempo nel passaggio delle porte.

Coroll. II. È ancora manifesto esservi il modo di determinare la grandezza di essi portelli, perchè sia tale, cosicchè in un dato tempo somministro l'acqua necessaria, dovendosi però prendere tali misure dall'acqua ordinaria, e non già dalla piena, e dall'estrema magrezza.

Coroll. III. È chiaro parimente, che le regole inserventi per empiere la conca, in riguardo cioè al tempo ed apertura de' portelli, le medesime servire ancora per iscaricarla, correndo nell'uno e nell'altro caso le stesse leggi. Sogliono per altro gli esperti portinaj aprire i portelli in due volte, e ciò per non dare tanto carico alla fabbrica, allorchè la conca trovasi vuota, atteso il grande corso di acqua, che in tale stato concepisce, aprendo poi tutto il lume di essi portelli, quando è per la metà incirca ripiena, rimanendo tolto allora ogni pericolo, il che dee osservarsi, quando in ispecie è il tempo delle escrescenze, e che la caduta dell'acqua si fa di maggior momento.

XIV. Il modo effettivo di piantar i sostegni sarà il seguente. Riconosciutosi nel luogo divisato ove sia il miglior fondo, mediante la trivella gallica, con cui estraesi di suolo in suolo la terra sino alla

profondità necessaria, si ergeranno due cavedoni o intestature attraverso del fiume R, S (*tav.* 9. *fig.* 2.); lasciando però l' adito a fluire l' acqua per qualche esito laterale nell' inferiore; dipoi sarà da escavarsi una gran buca, ben profondandola sotto dell' orizzonte della campagna li 16, 18 e sino a 20 piedi a misura della buona o rea qualità del terreno, e la larghezza e lunghezza di questa, non solamente dovrà essere quanto porta l' estesa della fabbrica, ma quel di più ch' è necessario in riguardo della profondità, e di quelle banche che nella scarpa si avranno a lasciare, e ciò per due motivi, e perchè la terra di sopra pesando troppo, non cada nella buca stessa, e perchè gli operaj possano gettar essa terra con il badile o paletto di banca in banca (se più di una uopo fia di formarne) senza molta difficoltà. Una buca che fosse profonda 18 piedi, vorrebbe due banche, oltre il piano del fondo, e così a proporzione; qualche volta la tenacità del terreno può esser tale da soffrir senza banche l' intiera scarpa di tutta l' altezza del cavamento, ed allora per asportar fuori la terra, converrebbe usar i ponti e le carolle.

Preparata che sia la buca, o che il terreno del fondo è bianco e cretoso, o cuoroso e nericcio, oppure composto di sabbione e rena. Se bianco e cretoso sarà da considerarsi, se tale sia da per tutto, ovvero in qualche sola parte, come ancora se di rena e sabbione fosse, ovvero di cuoro sia da per tutto oppure in qualche sito solamente del preparato cavamento, ed a norma delle varietà, che saranno trovate, si avrà ad operare diversamente nell' impianto de' fondamenti: generalmente il terreno negro e pieno di radici di erbe e canne è il più cattivo. La creta ed il terreno bianco e sodo è il migliore, e tale è pure la rena ed il sabbione, quando però non vi sia gran caduta dell' acqua nella fabbrica, che si deve intraprendere, mentre in tal incontro potrebbe dubitarsi, che il sabbione venisse asportato, e rimanessero troppo deboli i fondamenti, ma dove non si trova se non poca caduta, il sabbione si conta fra gli ottimi fondi, potendosi sopra di esso fabbricare anche col gettarvi de' semplici zattaroni doppj di ben tessuti legni, senz'altro palificamento: qualunque però sia la qualità del fondo con palificate e tavolato ogni fabbrica si assoda, quando però l' oculato Architetto sappia al bisogno ben adattare il ripiego, senza gettare inutilmente la spesa: ma prima d' internarsi di vantaggio nella fabbrica de' sostegni è necessario produrre alcune proposizioni per rapporto alla resistenza de' fondi.

XV. Un peso ADCB (*tav.* 9. *fig.* 6.) egualmente grave in tutte le sue parti, di figura parallelepipeda, il di cui centro di gravità sia E, se sarà posato orizzontalmente sopra di un piano DC egualmente cedente, onde tutti i filamenti che devono resistere alla pressione FD, IH ec. GC, abbenchè in qualche maniera compressibili, e

cedenti, lo facciano sino ad un certo grado, a cui arrivata la discesa del peso, restino le resistenze di essi filamenti, bilanciate con la pressione, cioè allorchè resti intieramente estinta la forza viva del grave, ed altro non sia in azione che la morta, il che di succedere si supponga, allora che giunto sia il peso in dc, restando i filamenti abbreviati della quantità Hh, Hh, ec. a causa della compressione, e rimasto il peso con la sola forza morta; ciò non ostante il detto peso otterrà ancora la stessa positura orizzontale, ed in tal modo potrà conservarsi: il che si dimostra agevolmente avvegnachè tutte le parti egualmente gravi, incontrando per la supposizione eguali resistenze, non vi è ragione perchè una parte discender debba più di un'altra, tanto le esteriori d, c, che le interiori h, h; discenderà dunque il centro di gravità E per una retta linea perpendicolare all'orizzonte, e disceso che sia sino all'estinzione della forza viva, ed a trovare l'equilibrio con le resistenze, ivi fermamente potrà sussistere senza incontrare verun'altra alterazione. Per tanto quando il fondo sia in tutte le sue parti di una egual resistenza, ed in quel sito specialmente, in cui si vuole piantare qualche edificio, anche senza palificate, si potrà ergervi la fabbrica col porvi un buon tavolato doppio, composto di ben uniti assoni; il peso della quale al più potrà discendere qualche oncia sotto del piano stabilito, ma quivi arrivata non procederà più oltre. È però da avvertire di doversi caricare dal più al meno egualmente le parti omologhe e corrispondenti, altrimenti nè il centro di gravità E potrebbe discendere per la perpendicolare suddetta, nè egualmente restar compressi i filamenti hI, hI ec.; e l'edifizio sentato che fosse, rimanendo con la sola forza morta, caderebbe fuori del piombo, con disordine, e brutta apparenza.

XVI. Perchè poi i fondi composti di materie cedevoli non sono ordinariamente tali, se non per un certo determinato spazio, cosicchè se a qualche piede vicino alla superficie della campagna il terreno è di cuora, o di altra materia meno resistente, più sotto finalmente trovasi la creta ed il caranto, che dà una perfetta ed eguale resistenza. Chi potesse fondar le fabbriche sempre sopra di un tal fondo, non abbisognerebbero esse nè di palificate, nè di tavolati o zatteroni, ma basterebbe escavar tanto sino che si trovasse esso buon terreno, il che ne' luoghi palustri non è quasi mai permesso per le sorgive, che il profondare oltre di certe misure impediscono, onde restano annegate le buche, quando si vogliono cavate oltre delli 14 in 16 piedi, quindi è di mestieri declinare da queste escavazioni, sostituendovi altri mezzi, che siano valevoli ad appoggiarsi al terreno forte senz' altra escavazione, e con ciò ridurle alla dovuta consistenza. Tali mezzi altri non sono, che i pali piantati a piombo, e di

tal lunghezza, che con le loro punte per un terzo incirca della loro lunghezza, restino fitti nel terreno sodo, perchè poscia sopra le loro teste, si possa conficcare il tavolato di assoni. Sia in grazia di esempio escavato il terreno sino in AB (*tav.* 9. *fig.* 7.); facendo la buca con due banche X, Z, secondo a quanto si è espresso al num. XIV. di questo, nè più oltre senza pericolo si possa progredire, non avendosi pur anco il terreno consistente per tutto lo spazio ABIKDC, e cominci solamente il terreno forte alla profondità EIK. Si profondino dunque i pali AF, BG, DK, e tutti gli altri intermedj di modo che per un terzo incirca restino fitti in detto terreno forte, coll'avvertenza che i pali che saranno fitti nel perimetro della fabbrica siano il doppio più lunghi, di quelli dell'interno della medesima, cioè se questi saranno 5 piedi, siano quelli 10; sopra le teste di essi pali, che dovranno esser tutti contigui, e come si dice testa con testa ridotti che siano ad un solo livello, si stabilisca il tavolato di assoni ABDC, e sopra di questo si comincierà il muro della fabbrica.

Le regole da osservarsi in questa importante materia sono le seguenti. I. Se la fabbrica non è di grande estesa, come se fosse una chiavica, ed il terreno AEIKD di mediocre consistenza, e ben forte l'altro EFGHKI, allora si potrà appoggiare il tavolato a due fila di pali, piantati sotto delle estremità AC, BD, e questi anco con qualche distanza fra di loro; ma se il terreno non è di tal natura, converrà piantare i detti pali assai più vicini, ed anco contigui, e testa con testa. II. Se la fabbrica è più dilatata, ed il terreno di mediocre consistenza, sarà di mestieri piantare un terzo ordine di pali parallelo a' primi; e, se esso terreno fosse ancora meno sussistente, se ne dovrà piantare una quarta ed una quinta linea; e finalmente se il terreno fosse del tutto inabile a sostenere il peso della fabbrica, converrà empiere tutto il vano di pali ben lunghi, facendo che arrivino più giù che sia possibile, e che si tocchino testa con testa, legandoli ben bene con sue catene e filagne, di modo che possino ben ressistere al grave peso, che gli verrà sovrapposto senza pericolo di sconcertarsi.

XVII. Sopra del tavolato si dovranno stendere i suoli di pietre cotte a quante mani, che occorreranno, sino a tanto che si arrivi all'altezza ove l'acqua camminar dee, foderando poi questa superficie di corsaroli di marmo, il tutto ben inarpesato e connesso: ma perchè accade spesse volte, che o per la soverchia spesa, o per là mancanza de' marmi, non si possano con i medesimi guernire le fabbriche, si potrà supplire con il laterizio nel modo che segue, secondo a quanto avanzò in una erudita relazione il rinomato Montanari in data 10 Febbraio 1686, per certa navigazione nel Friuli, su di cui allora

versava quel celebre Professore. *Cavato*, dic' egli, *prima il fondo alla profondità di due piedi sotto il piano, ove deve essere il seliciato* (che dovendosi lavorare in luoghi palustri sarà il sito, ove anderà il tavolato, di cui sopra si è detto) *vi si farà una buona platea di ottima calcina ben lavorata, e mischiata con giarella minuta, ben vagliata, e netta della terra, oltre il solito sabbione, e questa all' altezza di once 24, la quale ben battuta, e lasciata per più giorni far la sua presa, vi si butterà dipoi per quattro o cinque giorni, ogni dì tant' acqua, che la ricuopri tutta, acciò ne succhii il suo bisogno a perfezionare la sua presa, dopo di che trovandosi abbassata, com' è solito nell' asciugarsi, circa once 4, vi si farà sopra il salizzo di pietra ben cotta e scelta e spianate insieme, acciò nel lavoro si accostino bene, valendosi similmente d' ottima calcina, e ne verrà fatto un salizzo fortissimo, che lasciato ben riposare, diventerà tutta una forte platea d' un pezzo, che sempre più indurandosi resisterà maravigliosamente alla caduta dell' acqua, e ad ogni sorgente inferiore, distendendo un tal salizzo non solo per tutta la capacità delle porte, ma nell' uscita delle medesime alquanti piedi più avanti, in modo però che nel fine vada a colligarsi con un muretto inferiore, che gli serva di fondamento:* al che altro non aggiungeremo, se non che se essa platea sarà formata con calce a pozzolana, ancora più forte riuscirà l' impasto predetto. Sarà poi necessario che i muri della fabbrica riescano di un piede e mezzo incirca dentro del piombo delle esterne palificate, non essendo se non troppo azzardoso il piantarli all' estremità delle medesime, potendo accadere per tal motivo degli sconcerti ben gravi a tutto l' edificio.

XVIII. Non sarà superfluo l' avvertire, che a titolo di maggior fortezza saranno da guernire i cantonali della fabbrica di buoni marmi, onde ne segua una forte legatura, e quando mancassero i marmi, servirsi di ottime pietre cotte fregate, e di buona calce, e se fosse meschiata con pozzolana sarebbe ancor meglio, e ciò perchè con maggior forza si resista al corso dell' acqua, ed all' urto, che sovente in passando essa vi imprime, che perciò non sarebbe fuori di proposito l' introdurre nella platea certe bossole a canto del risalto dell' angolo più vicino all' ingresso delle porte, nelle quali fossero piantati alcuni pali squadrati ad oggetto di cuoprire i detti risalti dagli urti delle barche, se da questi le fabbriche ricever possono de' gravi sconcerti; se però il detto angolo sarà con marmi, poco o nulla ne potrà risentire la muraglia. Quando vi sia sfogatore, converrà pur munire la di lui bocca esterna, o con buona muraglia, oppure con buona palificata, mentre stante che per questo si dà la comunicazione libera fra l' acqua superiore e l' inferiore, il corso viene grandemente ad accelerarsi, sicchè molto facilmente ricever corrosioni assai

pregiudiciali nè possono le rive, e restar intaccata la bocca di esso diversivo, onde il ben munire e quelle e questa, sarà affatto necessario. Si può ottener l'intento di divertir l'acqua, ed anco di render la bocca del diversivo meno esposta alla violenza dell'acqua col fabbricar opportunamente in esso diversivo qualche edificio, che sostenendola ne moderi il corso, ed accresca gli abitatori vicini il comodo o sia per la molitura de' grani, o di altro, ed a padroni del sostegno l'utile.

XIX. La forma de' sostegni si riduce o alla designata nella (*tav.* 9. *fig.* 2.), o a quella connotata nella (*tav.* 9 *fig.* 4. 5.) La più reale e forte è quella che ha meno angoli, cioè quella del num. 4, e di tal forma sono i celebri sostegni di Governolo sul Mantovano, e del Dolo nel Padovano; i più comuni sono gli ottangoli, che tali riescono compresi i lati delle porte, come mostra la figura 5, altri si formano come dinota la figura seconda, ed allora principalmente, quando le barche, che devono passarvi, siano picciole, e servono per i piccioli fiumi. I maggiori, quelli cioè destinati sopra fiumi grandi, non solamente devono esser fatti con grossi muraglioni di 5 e 6 piedi di larghezza, ma devono anco esser assicurati co' suoi speroni o barbacani, come resta espresso in detta figura, in cui PNQO è la platea; AB, CD sono le soglie; FZ, ZH le porte superiori divise in due; CD l'inferiore; le prime che si chiudono in angolo, contrastando fra di esse; quelle della parte inferiore batte nel risalto di muro della fabbrica; γγ sono i gargammi o goloni corrispondenti alle bossole per ricevere gli assi delle porte, FPE, BQE sono le ale d'avanti; CNK, DOM le ali di dietro; TT i caselli per maneggiarvi l'argano da aprire esse porte; XX i barbacani o speroni che assicurano le muraglie. Il profilo di una parte lo dimostra nella (*tav.* 9. *fig.* 3.) in cui *gcih* è la platea, *hkli* gli assoni sotto di essa, piantati sopra i pali testa con testa *hmonl* esistenti sotto de' fondamenti; *dabp* il muraglione, *fpe* il barbacane.

XX. *Scolio*. Uno de' mezzi più efficaci per obbligar i fiumi a soffrir la navigazione, quando tali di sua natura non siano a motivo della loro grande pendenza, sono i sostegni, e con questi anche i piccioli, per così dire rigagnoli si possono ridurre al barcheggio, e non solo nelle pianure, ma ancora negli stessi monti, onde chi ne fu l'inventore ha al certo un gran merito con l'umana società. Ho cercato molto per rintracciare di questi il nome, e sapere il tempo di un sì spezioso ritrovamento, senza averlo potuto conseguire, se pure certa notizia, che mi deriva da private carte non potesse dar qualche lume per riconoscere il detto benemerito inventore. Ho trovato dunque che Dionisio, e Pietro Domenico fratelli da Viterbo del fu maestro Francesco di detta città ingegnere della Signoria di

Venezia acquistano del 1481 li 3 di Settembre da' signori Contarini certo sito nella Bastia di Strà, luogo ben noto verso di Padova, per formare in esso un soratore del Piovego, ch' è quel canale che viene da Padova al detto luogo di Strà, ed in certa supplica de' medesimi da Viterbo di detto anno, resta espresso ch' essi, che si chiamano *maestri di orologgio*, faranno, che le barche e burchi potranno passare per la chiusa di Strà senza pericolo, operando in modo che le acque usciranno con facilità, e senza esser obbligate a scaricare, e senza esser tirate. Aggiungono poi le condizioni, fra le quali la principale si è quella di aver essi a formar l' *ingegno* come lo chiamano, e mantenerlo; il che essendo loro stato accordato assieme con quel provento che pur avevano dimandato, costa da Ducale a' Rettori di Padova, in cui si esprime compito il sostegno di Strà; perlocchè ricercarono i detti maestri di far una buova per maggior perfezione dell' opera. A costoro dunque, almeno nello stato Veneto, si può dare il vanto di tal invenzione, non trovando chi prima di essi l' abbia ideata nè posta in pratica.

Con l' uso de' sostegni abbiamo veduti congiunti i mari, e tradotti, per così dire, per le stesse montagne i navigli. Nel famoso canal Reale che dà la comunicazione in Francia a i due mari, si contano 64 sostegni, fra' quali alcuni doppi, uno quadruplo, e quello di Fonceranes vicino a Beziers ha otto mani di porte consecutive: idea veramente mirabile e nuova, e ben riuscibile fra monti, sostenendosi da questo solo sino ad undeci tese di altezza di acqua, che sono piedi 66 di Parigi, ed in circa da 62 de' nostri, e da ogni porta piedi 8. E lunga essa gran fabbrica, (divisa come si è detto in diversi vasi) 156 tese, o siano piedi 696, cioè pertiche 111 delle nostre, per nulla dire delle due conserve stabilite per impinguarlo, di Castelnaudari, e di Nauroze, alimentata questa dal riserbatoio di S. Feriol; il che si è voluto indicare perchè si conosca sin dove sia giunto l' umano ingegno nel maneggio delle acque, e sin dove siasi estesa la potenza di Lodovico XIV. per promuovere il commercio del di lui Regno; il merito di un' opera sì grande si attribuisce a Pavolo de Riquet, ch' eseguir la fece sopra i progetti dell' Andreossy matematico, fu cominciata del 1666, e terminata del 1680.

La navigazione di Bologna, che si pratica per il naviglio tirato, mediante la chiusa di Casalecchio sino a Malalbergo, e per le valli verso di Ferrara, arrivata ch' è da questa città al Bentivoglio, deve ascendere sino al piano di Bologna piedi 50 di quella misura, che vagliono 55 in circa de' Veneti, ed essendovi nel tratto di otto miglia altrettante mani di sostegni, vengono essi a sostenere per ciascuna mano da 7 piedi.

XXI. Accade qualche volta di aversi a sostenere l' acqua di un

canale con i *pianconi*, o sia con una travata, in vece di porte, e ciò o perchè poco sia il ricercato sostentamento, o che rare volte ricerchisi l'apertura del sostegno, o finalmente per evitare la spesa, quando bene tali pianconature non si faccino per regolare i fiumi, acciocchè nelle magre abbiano l'acqua bisognevole, e nelle piene smaltischino la superflua, nel qual incontro tali edificj si piantano in bocca de' diversivi de' fiumi, e si chiudono ed aprono secondo l'esigenze, facendo l'uficio di strammazzi nelle piene, e di sostegni nelle magre. I *pianconi* altro non sono che travi riquadrate poste le une sopra le altre ne' suoi incastri, cosicchè combaciandosi e fra di esse, e col marmo ove appoggiano, venghino a trattenere il corso dell'acqua, riducendola stagnante per quanto si estende la di loro altezza. Quando occorre servirsi di tal edificio, non è di mestieri piantare due mani di travi, come nelle porte, delle quali si è parlato, ma una sola mano è sufficiente, quando bene il fiume non fosse di tale forza da temersi, che una sola non potesse resistere, ed allora è utile, anzi necessario il replicare una tal difesa. Antico n'è l'uso, ed al certo sino dal decimo quarto secolo, cioè anche prima de' sostegni a Porte, facendone di ciò ampia testimonianza quella fabbrica sul Padovano, che chiamasi comunemente *Colmellone di Limena*, e che esiste nella Brentella nella villa di detto nome, piantata al tempo di Francesco da Carrara il vecchio. Ella è divisa in due occhi per potersi più agevolmente chiudere alle occorrenze con la travata. Per regolare una navigazione di un canale, che manchi di acque, non vi è forse mezzo più valevole di tali fabbriche, intendendo però di que' canali, che o hanno diversivi, oppure che divisi in molti rami, ricerchino la regolazione di alcune bocche, non già dell'alveo principale, in cui anzi a difficoltare, che a facilitare la navigazione servirebbero, e di gran lunga i sostegni a Porte sono migliori, e più spediti di quelli a pianconi per l'imbarazzo dell'assestar le travi, e levarle, il che sempre riesce e difficile, e di molta fatica.

XXII. Supponendo un'acqua corrente da fermarsi con pianconi, cercasi qual forza sarà da impiegarsi per cacciarli a' suoi luoghi, e si dice che questa, prescindendo dalla propria gravità considerata nell'acqua, dovrà essere in ragione delle altezze, che rimarranno sopra di quel tal piancone, che si anderà ponendo in opera; imperocchè essendo data la superficie del piancone, che si appoggia all' incastro o gargamme, e per conseguenza la resistenza che può risentire il medesimo per la propria scabrizie, altro non rimane da considerarsi, che l'urto dell'acqua per aversi il momento della totale pressione; ora quest' urto dell' acqua sta come il quadrato della velocità, e questo quadrato come l' altezze dell'acqua stessa; adunque esso momento

starà come le respettive altezze, essendo costante, e la superficie del piancone, e la resistenza a causa della propria scabrosità nell'andar abbasso, e per conseguenza la forza ricercata per cacciarlo al suo luogo, dovrà esser maggiore del detto momento.

XXIII. *Coroll. I.* Resta manifesto, che quanto i pianconi saranno più gravi in ispecie dell'acqua, tanto più facilmente anderanno abbasso ad assestarsi a' suoi luoghi, mentre la loro gravità superando quella dell'acqua, siuterà a vincere le resistenze, e la loro levigazione a superare quelle resistenze che provenir potessero dall'irregolarità della superficie ch'entrar deve ne' gargammi.

Coroll. II. E quanto più la bocca della fabbrica sarà ristretta, tanto più i pianconi resisteranno al peso dell'acqua, posti che siano in opera; e per lo contrario, essendo troppo dilatata la bocca, e troppo lunghi i pianconi, più difficile sarà il maneggiarli, e facilmente potranno cedere al carico predetto dell'acqua; quindi il gran sostegno della Polesella, che sin dal 1705 era stato ridotto a pianconi, in vece delle porte che prima vi erano, essendo largo piedi 22 Veneziani, è stato da me l'anno 1734 fatto riformare in due vani, coll'ergervi un pilastrone di tutto marmo a mezzo, avendo però lasciato un occhio maggiore dell'altro per dar commodo a qualche barca che vi transitasse, ed in tal modo si è ridotto facile il maneggio de' pianconi, ed assicurato dall'acque del Po quell'importante sito.

Coroll. III. Quanto più alta sarà l'acqua superiore dell'inferiore, altrettanto sarà difficile il collocar i pianconi ne' suoi luoghi; come allorchè poco sia la differenza dell'acqua, sarà molto facile il porveli, anzi non prima si pongono d'ordinario, che non molto differenti siano i livelli fra l'acqua superiore e l'inferiore, ed in tal modo la fatica riesce minore, e più sicuro il sostentamento dell'acqua.

Coroll. IV. Rilevasi ancora che i pianconi più che a trasmettere le barche, come i sostegni a porte, siano destinati a sostenere il corso de' canali, mentre non facendosene per lo più, che una mano, troppo di difficoltà avrebbe il barcheggio in passare il rapido corso che ne provenirebbe dopo che quel dato numero delle travi fosse levato, e molta fatica e perdimento di tempo vi sarebbe nel rimetterle; oltredichè vuotandosi non poco l'alveo nel tempo che durasse aperta la pianconata, ciò non mediocremente altererebbe l'altezza dell'acqua, che potrebbe anco talvolta ridursi sì scarsa da non poter sostener la navigazione.

XXIV. Mi sovviene di aver letto in qualche manoscritto del Sabbadini ingegnere che in Venezia ha avuto molto nome nel secolo XVI. in cui egli fiorì, come quello che molto ha contribuito alla regolazione dell'acque de' fiumi e lagune di Venezia; mi sovviene, dico,

di certa sua proposizione di formar le pianconate co' travi posti non orizzontalmente, com'è l'ordinario costume, ma a piombo uno dietro l'altro. In fatti sembra a prima vista, che maggior facilità vi potesse essere nel collocarli, essendocchè non incontrano l'acqua, se non per quanto porta la loro grossezza; dove ne' pianconi orizzontali deesi calar abbasso tutto disteso, coll'incontrare tutta l'acqua secondo a tutta la lunghezza del piancone. Per servirsi di un tal metodo, si dovrebbe collocarne uno orizzontale nella parte alta della fabbrica fuori dell'acqua, che facesse appoggio agli altri; nientedimeno come che per i primi, che fossero assestati poca difficoltà si verrebbe a risentire, così per gli altri, allorchè si fosse per chiudere affatto il varco all'acqua, vi sarebbe molto da faticare, mentre gonfiando dessa a motivo de' primi pianconi che fossero posti in opera, molto si accrescerebbe la velocità ne' siti ancor liberi, e tal corso peravventura si crescerebbe, che difficile molto riuscirebbe il porre in registro le ultime travi. Non è però che in qualche caso anche questo genere di pianconatura non potesse avere il suo uso, quanto l'altra, nel caso specialmente che l'acqua fosse poco da sostenersi, oppure che si andasse aggiungendo pianconi a misura de' crescimenti dell'acqua e di sopra e di sotto dalla fabbrica, mentre allora non molto potendo esser il corso, darebbe ciò luogo alla posizione de' pianconi ne' proprj luoghi con una competente facilità.

XXV. *Definizione*. Chiavica altro non è, che una fabbrica per lo più di muro in testa degli scoli, cioè ove questi pongon foce nel recipiente, e talvolta anco in altri siti intermedj a cagione di sostenere, chiusa che sia, con le sue paratore, per qualche tempo le acque dello scolo, quando quella del recipiente sia più alta di quella dello scolo. Si apre poscia ogni qualvolta il pelo del detto recipiente stia più basso del pelo dello scolo; in somma ella è una fabbrica che si chiude ed apre, secondo l'esigenza dello scolo, e delle campagne, e serve principalmente a liberarle dalle acque provenienti o dalle pioggie, o dalle sorgenti, o da qualunque altr'acqua, che nuocer potesse alle medesime.

XXVI. Per quanto spetta all'impianto non differisce, in parità di circostanze, tal fabbrica da quella de' sostegni, de' quali si è detto ne' numeri antecedenti, così anco la figura dal più al meno è la stessa, a riserva dell'esser i sostegni più grandi, e le chiaviche più piccole come che quelli devono dar il passaggio alle barche, queste alle sole acque delle campagne. Sono anche differenti perchè le chiaviche, se niente sono di mole riguardevole, si fanno coperte con volti, dove i sostegni si lasciano scoperti, se pure qualche necessità non costringe a farlo, come succede alle porte Contarine di Padova, che passando sotto della pubblica muraglia della città si è dovuto

farvi de' volti. Nel genere delle fabbriche, delle quali si è detto, sono da eccettuare certi chiaviconi di straordinaria grandezza, i quali avendo più vani, benchè di moderata apertura; contuttociò la mole di tali edifizj anche maggiore di quella di qualche sostegno; così sono molti chiaviconi lungo il Po e segnatamente quelli colà sul Mantovano, che verso la foce dell' Oglio scolano il Cremonese, oltre delle ad essi più vicine ed aggiacenti campagne. Notabile fra questi chiaviconi è quello detto dei Quattr' occhi, formato con una squisita architettura, e di una grandezza rimarcabile; si porranno alcune misure di tal fabbrica perchè si possa concepire la di lei mole, e queste rilevatesi nella visita generale del 1719, di cui altrove si è fatta menzione. L'altezza degli archi degli occhi fu trovata dalla soglia piedi 11. 2. 6 di misura di Bologna, la lunghezza intiera della fabbrica piedi 77 e mezzo, la lunghezza delle trombe o volti sotto de' quali discorre l' acqua piedi 45, largo ciascun occhio piedi 5, la larghezza del prospetto di tutti e quattro gli archi piedi 30 contigua ad essi archi, ma presa nell' ultimo lembo superiore piedi 33, e nell' ultimo inferiore piedi 36 e mezzo.

XXVII. Le soglie delle chiaviche che sono le basi delle cadenti degli scoli, si pongono per ordinario di livello coll' acqua bassa del recipiente, ed anche qualche cosa di sotto, se pure il fiume non è di quelli che vadino elevando il fondo; nel qual caso le campagne perderebbero lo scolo dopo qualche tempo, e sarebbe uopo ricercare altri siti, ove scolarle, come ne diremo a suo luogo. Chi tenesse più alta la detta soglia dell' acqua magra del recipiente, perderebbe il vantaggio di avere dentro lo scolo una maggiore altezza di acqua viva; contuttociò, quando le campagne fossero assai alte, ed i scoli con sensibile inclinazione verso delle chiaviche, si potrebbe tener le soglie di queste anche più alte del pelo basso del fiume recipiente. Si armano le chiaviche con le sue paratore, perchè restando chiuse ne' tempi dell' escrescenze del recipiente, le campagne che scolano non abbiano altr' acqua che la propria, mentre altrimenti avrebbero di rigurgito ancor di quelle del fiume; ordinariamente alzasi la paratora o con semplice leva, oppure con qualche altra macchina dalla parte di sopra collocata; onde per lo più la fabbrica della chiavica si chiude con volto, che serve anco di ponte per comunicare l' argine o strada che resta da essa chiavica divisa. In due maniere per altro esse paratore si formano, o stabili, e solamente amovibili con la forza degli uomini, oppure da aprirsi da se stesse con la forza dell' acqua, che loro si accolla. Le prime si praticano ne' fiumi, le piene de' quali vengono solamente in certi tempi determinate. Le seconde in quelli, che per esser vicini al mare risentono del rigurgito di questo, e per non introdurre nel flusso marino dell' acque

superflue e dannose nelle campagne, perciò si formano le portelle, che diconsi a vento, le quali battendo verso il condotto si aprono da se stesse ogni qualvolta il livello del fiume recipiente resta più basso di quello dello scolo, e si chiudono quando il pelo dello scolo resta più basso del pelo di esso fiume; contuttociò per assicurarsi dalla penetrazione dell'acqua nell'escrescenze, si sogliono calare anco le paratore stabili, al qual oggetto nelle chiaviche si formano anco per queste i suoi particolari gargammi.

XXVIII. Non è dissimile la fabbrica delle chiuse o strammazzi da quella de' sostegni, per quello riguarda alla figura esterna, bensì molto differiscono nell'alzato, essendo di mestieri tener tanto alta la platea di essi strammazzi, cosicchè trattenghino le acque nell'alveo almeno sino ad un certo segno, se traversano tutto il fiume, e ne' diversivi tenendoli tanto alti di labbro, di modo che nelle sole escrescenze tramandino fuori dell'alveo principale una data quantità di acqua. E perchè le acque così stramazzate devono sovente cadere da qualche notabile altezza, però devesi ben fortificare ed il fondo ed i lati, che contener le devono. Sia GE (*tav.* 9. *fig.* 8.) la palificata sotto della platea, sopra della quale siano piantati i fondamenti; AB sia il piano declive verso le parti inferiori dello strammazzo; BD lo scarpone; FDEG un regolone di marmo o anche di cotto, su di cui è piantato esso strammazzo; A il labbro o ciglio; AC la scarpa della platea; HI la profondità del fiume; HNLM la superficie e figura dell'acqua, che in cadendo acquista; KC l'atterramento che fa, se il fiume è torbido, superiormente allo strammazzo. Il maggior tormento della fabbrica a causa dell'acqua che cade sarà in DEL. Che se l'acqua potesse per avventura penetrare verso FG, o in altra parte intermedia, la fabbrica potrebbe restar non difficilmente sovvertita e rovinata, com'è accaduto nello strammazzo di pietra detto della Rovigata nell'Adigeto, che restò asportato dopo pochi anni del suo impianto. Osservabile si rende, come sotto la AO orizzontale, vale a dire, sotto al ciglio o labbro dello strammazzo, non resti l'acqua perfettamente stagnante, e per conseguenza, come non si ricolmi tutto lo spazio, che giace sotto di detta orizzontale, essendo per altro costante, che verso il fiume HI, si mantiene escavato il diversivo con la vasca IKC, dove accanto e contiguo alla scarpa AC dell'antipetto non mai resta ricolmato, come pare che succeder dovesse, sino in A, ma sempre vi rimane l'altezza AC senza deposizioni, tanto rilevandosi ne' diversivi della Sabbadina, ed in quelli di Cavarzere sopra dell'Adige.

XXIX. Ciò però non sempre nella medesima maniera succede: qualche volta può dipendere dal sito e da altra inseparabile circostanza dell'acque correnti; conciossiacosachè facendosi per ordinario le

38

bocche de' diversivi in quella parte, in cui il filone appoggiasi alla riva, succede, che l'impeto dell'acqua non poco si estenda contro della sponda ed antipetto, ed impedisca per conseguenza le deposizioni; in oltre chiamata l'acqua e dalla bocca dello strammazzo e dalla propria inclinazione a causa del sito, s'istrada ella verso dello strammazzo con molta velocità ed energia, ma non trovando varco sufficiente per iscaricarsi con prontezza, converte in parte il moto suo progressivo in vorticoso: onde quelle deposizioni che sotto del livello del labbro dello strammazzo dovrebbero seguire, non seguono. Che se il diversivo fosse piantato in una golena, o in sito ove il filone stesse lontano dall'incile di esso diversivo, potrebbe la torbida ricolmare il fondo IKA se non sino al labbro A, al certo molto da vicino, non rimanendo altro, che impedir valesse la deposizione, che qualche piccolo vortice che nascer potesse da qualche impedimento, che pur trovasse lo sfogo dell'acqua.

XXX. *Scolio*. Non solamente si piantano i strammazzi ne' diversivi, ma talvolta attraverso de' fiumi stessi, se questi o non sono navigabili, oppure se tali, in qualche altro modo alla navigazione si possa supplire, ovvero ancora allorchè per dar moto agli edificj sia necessario di innalzar l'acqua. Così è stato praticato a Governolo nel Mincio, traversato ch'è questo fiume da uno strammazzo ad oggetto di sostenere sino ad un certo segno l'acqua di esso Mincio, onde i laghi di Mantova, e principalmente l'inferiore, restar potessero con certa determinata altezza di acqua; a detto strammazzo si sono poi lateralmente fabbricate le porte per darsi l'adito alla navigazione, che va e viene da quella città. Altrevolte esso sostegno era pianconabile, e serviva per impedire i rigurgiti del Po, l'acqua di cui nelle piene sale sino a Mantova con molto danno e della città e del lago, che la circonda; adesso tal fabbrica è molto pregiudicata, nè più vengono posti i pianconi, rovinati che sono i gargammi, onde è lasciato libero l'ingresso al detto rigurgito; in acque ordinarie del Po e Mincio la caduta dell'acqua di questo per detto sfogatore è di piedi $4\frac{1}{2}$ di Bologna, così essendosi trovato li 20 Gennajo 1720. Celebre e di grande impegno è la chiusa di Casalecchio sul Bolognese che obbliga il Reno a somministrar l'acqua al Naviglio di Bologna; osservabile è quella di Matellica fatta per servigio de' mulini sotto il dorso del fiume Savio; nè è inferiore quella da noi fattasi sotto del Montone a due miglia o poco più da Ravenna, essa pure destinata ad innalzar l'acqua di questo fiume per la molitura de' grani.

XXXI. Consistendo il maggior tormento delle fabbriche a strammazzo nella platea, ed ale inferiormente alla caduta dell'acqua, è necessario guernir le rive di buone e consistenti palificate, e la platea su di cui l'acqua strisciar deve, di buoni e grossi marmi e muraglie

munirla. Non è possibile il declinarsi quivi l' estrema forza, che vi esercita l'acqua, ma bensì si può in parte moderar l' intacco de' laterali nel modo che segue. S' incurvi il declive dello strammazzo cosicchè resti più basso nel suo mezzo di quello sia a canto i fianchi ed ale, e l' acqua in cadendo inclinerà col di lei maggior corso verso detto mezzo, e verso quello dell' alveo che ricever la deve, ed in tal modo assai meno saranno tormentate le ale, e le rive che ess'acqua cadente accompagnano. Sia lo strammazzo OPCI (*tav.* 9. *fig.* 9.) che abbia da ricever l' acqua secondo QE, e sia la platea formata sopra due piani vicendevolmente inclinati OQEI, PQEC, avvertendo però che la saetta GE non sia più che di mezz' oncia per piede di tutta la larghezza IC. Si potrebbe anco formare in vece delli due piani rettilinei, de' quali si è detto, una superficie curva che avesse l' asse eguale alla saetta antedetta. A maggior facilità però supporremo i detti due piani rettilinei; intendasi il corpo dell' acqua sopra dello strammazzo HBCEI, la di cui sezione a causa dell' angolo IEC si conformerà nella figura HIECB, essendo HB l' orizzontale. Le velocità della parte media di essa sezione restino espresse dalla parabola EAF, e quelle della parte laterale per BCD altra parabola, e tutte quelle della sezione per il solido 2AEFDBA, regolandosi poi le dette velocità dalle altezze rispettive AE, BC, le due aree estreme AEF, BCD saranno fra di loro, come i rettangoli sotto $AE \times EF$ e $BC \times CD$, e precisamente come $\frac{2}{3} AE \times EF$ a $\frac{2}{3} BC \times CD$, oppure come $\frac{2}{3} AE \sqrt{AE}$ a $\frac{2}{3} BC \sqrt{BC}$, onde quanto la ragione dimezzata AE è maggiore di quella di BC, tanto la velocità in AE è maggiore di BC, e perchè tutta la lunghezza dello strammazzo QE porta la stessa pendenza in QE, come quella dei lati OI, PC, così la velocità si conserverà sempre maggiore verso del mezzo, che verso le parti laterali, quindi il filo dell' acqua più vivo dovrà sempre essere in QE, anzi in certo modo l' acqua laterale di OI, PC invece di progredire parallela ad essi lati, dovrà piuttosto declinare verso la QE, dimodochè il livello HAB, attesa questa maggior velocità, dovrebbe conformarsi in una specie di curva HXB, di saetta però quasi insensibile. Se dunque tutto l' impeto propenderà verso QE è manifesto che meno resteranno tormentate le ale laterali IKL, CMN, come certamente succederebbe ogniqualvolta lo strammazzo avesse il labbro orizzontale, se la velocità in tal positura sarebbe dal più al meno la stessa in ogni punto della linea IGC, prescindendo dalla resistenza delle muraglie de' fianchi, e per tanto le rive ed i laterali verrebbero ad esser più tormentate.

XXXII. *Scolio*. È per altro da osservare, che facendosi per lo più i strammazzi ne' fiumi per il solo scolo delle acque superflue delle piene, e non già perchè lascino traboccare le mediocri, e molto meno

le acque magre, destinate ordinariamente e per mantenere la navigazione, e per tenere escavato il letto dalle deposizioni portate dalle escrescenze, ogni qualvolta però si abbino a formare essi strammazzi curvi, si dovrà ben attendere, che la saetta della curvità non abbassi soverchiamente il ciglio dello strammazzo; quindi per non andare errati in questo affare, sarà bene di stabilire il punto più basso della curvità, che verrà ad esser appunto nel mezzo della platea, cosicchè esso riesca di livello con l'acqua media del fiume, e tener essa platea piuttosto di qualche maggior larghezza, e tale che venghi a smaltire l'acqua desiderata, il che data la specie della curva che formerà esso strammazzo, oppure se tale non fosse, ma fosse composto di due rette superficie vicendevolmente inclinate, data la quadratura, o sia la sezione, non sarà difficile dalle premesse, il determinare la larghezza competente.

XXXIII. Accade non di rado, che o per iscolare le campagne, o per irrigarle, ovvero per portar l'acqua per uso di qualche edificio, debbasi intersecare qualche altr' acqua, che discorre di mezzo, e fuori del livello di quella da condursi, o se anche nello stesso livello non compatibile, che resti unita alla medesima. In due maniere si fa pertanto passar l'acqua attraverso di un' altr' acqua, cioè o sotto alla superficie di essa, o di sopra della medesima. Nel primo modo si pratica col mezzo di qualche tromba sia di legno sia di pietra. Nel secondo col servirsi di un ponte con sue sponde parimenti o di legno o di muro. Chiamansi propriamente le prime, *botti* o *trombe* sotterranee, il secondo *pontecanale*, abbenchè qualche volta impropriamente si dicano, e le une, e le altre indistintamente *ponticanali*. L'uso di tali fabbriche è di una somma importanza ed utilità, e senza di esse non si bonificherebbero talvolta immense campagne, ma resterebbero palustri ed affatto inutili. Grande n'è l'uso nel Veronese e nel Bresciano, nel primo per servizio principalmente dell' adacquamento delle risare, nel secondo per le irrigazioni delle praterie. Nel Polesine di Rovigo sono pure frequentissime tali fabbriche per iscolare i Retratti, e così ancora nel Padovano, a tal segno, che chi chiudesse alcune di esse *botti* in questi due territorj, li ridurrebbe in breve tempo alla condizione di paludi, e di vastissime, ubertose e coltivate campagne che sono, diverrebbero dilatati laghi, ed infelici valli.

XXXIV. La costruzione delle *botti* sotterranee, ricerca una somma attenzione nel fabbricarle, perchè quanto basta rieschino forti per resistere al peso che gli viene sopprapposto, ed anche agli sforzi dell' acqua interna, che per esse sotto dell' orizzonte della rimanente vi discorre, come sono quelle che curve si formano a differenza delle rette che si fanno allor quando l'acqua, che se gli deve introdurre tiene

poca differenza di livello, con quella che ha da intersecare, e tali *botti* tanto più dovranno farsi curve, quanto maggiore sarà il corpo dell'acqua di sopra; in qualunque modo però si facciano le *botti* rette o curve, è d'avvertirsi, che fabbriche di tal sorte devono esser ben fondate, e non in diversa maniera da quanto si è detto per i sostegni, anzi con maggior cautela per la molta profondità, che aver devono le *botti*, e generalmente parlando, ricerca tal fabbrica buona platea, buoni fianchi ed ale, buoni volti sopra di se, valevoli a sostenere l'acqua che sopra vi avrà a passare, ed ottimi fondamenti; e quando la *botte* sia curva, si avrà il detto volto a formare di consistenza tale, cosicchè possa reggere anco ai *conati* che l'acqua racchiusa e discorrente in essa potesse esercitare contro di esso volto.

XXXV. Ricerca dunque il luogo d'indagare nelle *botti* curve i *conati*, o sfiancamenti che esercita l'acqua contro de' volti, che di sopra le chiudono, onde vi si possino adattare pesi tali, che rendino sicura la fabbrica. Non si cercheranno quivi gli sforzi esercitati dall'acqua, o lateralmente, o dalle parti inferiori di queste fabbriche, mentre si suppongono piantate e fiancheggiate in modo da resistere perfettamente al peso dell'acqua, restringendosi alla sola perquisizione del *conato*, che esercita l'acqua contro della parte superiore della *botte* per risalire all'orizzontale da cui discende per passare di sotto al canale o fiume che l'interseca. Sia AKE (*tav.* 9. *fig.* 10.) il dorso della botte curva, di cui una porzione mostrasi per XT, e sarà AKE quella curva che forma la di lei superficie superiore sotto del fondo del canale da traversarsi, sia nota la natura di questa curva che può essere di qualunque spezie: AE sia l'orizzontale, a cui l'acqua da passarsi arrivi; KI sia la massima profondità del dorso predetto, o l'asse della curva accennata, essendo K il di lei vertice. Da qualunque punto B si conduchino le due ordinate BC, BL parallele respettivamente alle due AE, KI, ed altre due infinitamente prossime *bc*, *bl*. Condotta poi dal punto B la tangente BQ, si produca CB in F, e si faccia da per tutto $BF = BC$; indi ad angolo retto con BQ, si conduca BG dal punto B, e di poi la GF parallela alla BQ, e prodotta BC verso D, si determini $CD = GB$; se per tutti i punti così trovati si tiri la curva A*D**d*P, si chiamerà questa la curva de' *conati* dell'acqua con i quali nell'altezza determinata dall'orizzontale AE fa forza contro del dorso della *botte*. Sia ancora condotta AR parallela all'asse IK, e prodotta BL verso S, si faccia con le coordinate SR, RA la parabola conica SA col parametro eguale all'unità, che rappresenterà la curva delle velocità, che avrebbe l'acqua, se dalla botte uscisse per qualunque punto B, essendo manifesto, che prescindendo dalle resistenze, aperto un foro B, salirebbe l'acqua appunto sino all'orizzontale in C, ovvero, ch'è lo

stesso, un grave cadendo dalla quiete C, arrivato che fosse in B acquisterebbe appunto tanta velocità da farlo risalire sino in C; onde le velocità dell'acqua saranno in ogni punto B come le radici quadrate di BC o di AR. L'impeto poi o forza, con cui sale quest'acqua sarà per la statica, come il quadrato della velocità, quindi facendo quest'impeto assoluto come la BF, dovrà questa farsi eguale alla CB altezza dell'acqua, per la natura della parabola AS, e perciò BG rappresenterà la forza respettiva, con cui spingesi il punto B della *botte*, intendendo risolta cioè essa forza BF nelle due collaterali BG, GF, delle quali GF essendo parallela alla tangente, nulla spinge il volto della fabbrica. La curva ADd, sarà dunque la ricercata de' *conati* di tutta la *botte*, cosicchè l'area di questa curva sarà eguale all'aggregato di tutte le forze, con le quali vien premuto il dorso della medesima, come erasi proposto.

XXXVI. Per determinare la natura di codesta curva sia KI $=a$, KL $=x$, LB $=y$, AI $=b$, H$b=dx$, BH $=dy$, BF $=f$, BG $=$ CD $=z$, B$b=ds$; e per la somiglianza de' triangoli BHb, BGF, essendo B$b\,(ds)$: BH (dy) : : BF (f) : BG $=$ DC $=\frac{fdy}{ds}$, sarà l'equazione $z=\frac{fdy}{ds}$, e sostituendo il valore di ds, e riducendo sarà $dy=\frac{zdx}{\sqrt{(ff-zz)}}$, equazione generale della curva ADd, nella quale dandosi z per x, y, e costanti, come altresì la f, si avrà l'equazione nelle sole z ed x. Perchè dunque la forza è come il quadrato della velocità, come nel numero antecedente, sarà $f=uu$, ma $u=\sqrt{\text{BC}}=\sqrt{(a-x)}$, si avrà perciò $uu=(a-x)\times f$, ed $ff=a^2-2ax+xx$; onde l'equazione generale diverrà $dy=\frac{zdx}{\sqrt{(a^2-2ax+xx-zz)}}$. Parimenti perchè la curva della *botte* è data potremmo ridurre l'espressione differenziale alle quantità finite, benchè indeterminate. Supponiamo dunque che la curva del dorso della *botte* sia parabolica, il di cui parametro p, sarà $px=yy$, e $dy=\frac{pdx}{2\sqrt{px}}$, e perciò $z=\frac{(a-x)\sqrt{p}}{\sqrt{4(x+p)}}$, equazione speciale della curva ADd nella predetta supposizione. Facendo poi $z=0$, sarà $a=x$, il che dimostra che la curva avrà il suo principio in A, e che allora KL $=$ KI; parimenti se $x=0$, sarà $z=a$ per la massima ordinata IP; e dopo P ritornerà ad inflettersi verso E con la stessa curvatura che ha verso di A, quando la botte abbia dall'una, e dall'altra parte curvità uniformi.

XXXVII. La quadratura dello spazio della curva ADPI, che vale lo sforzo totale fatto dall'acqua contro del dorso della *botte*, si avrà nel

modo che segue, come pure il suo doppio 2 API, cioè $2\int zdy$. Essendo dunque nelle supposizioni del numero antecedente $dy = \frac{pdx}{2\sqrt{px}}$, e $z = \frac{(a-x)\sqrt{p}}{\sqrt{4(x+p)}}$, quindi $2\int zdy = 2\int \frac{(a-x)\sqrt{p}}{\sqrt{4(x+p)}} \times \frac{pdx}{2\sqrt{px}} =$
$p \times \int \frac{adx - xdx}{\sqrt{4(xx+px)}} = p \times \int \frac{(-x - \frac{1}{8}p) \times dx}{\sqrt{4(xx+px)}} + \frac{\frac{1}{8}(p+a) \times dx}{\sqrt{4(xx+px)}}$.
L' integrale del primo membro è $-\frac{1}{4}\sqrt{4(x+px)}$, e però l' integrale completo sarà $p \times -\frac{1}{4}\sqrt{4(xx+px)} + \int \frac{\frac{1}{8}(p+a) \times dx}{\sqrt{4(xx+px)}} + M$.
Se però s' intenderà descritta l' iperbola AF (*tav.* 9. *fig.* 11.), o le iperbole opposte, AF, BQ con il diametro BA $= \frac{1}{4}p = \frac{1}{4}$ del parametro della curva parabolica della *botte*, e CA $= \frac{1}{8}p$, AE $= x$, EF $= y$, ed il lato trasverso CH $= p$, eguale cioè al detto parametro, sarà EF $= \sqrt{4(xx+px)}$ per la natura dell' iperbola; essendo BA : CH :: $(CE)^2 - (CA)^2 : (EF)^2$, e facendo AP $= a$, sarà l' integrale completo
$p \times \left(\frac{1}{4}\sqrt{4(aa+pa)} - \frac{1}{4}\sqrt{4(xx+px)} + \int \frac{\frac{1}{8}(p+a) \times dx}{\sqrt{4(xx+px)}}\right)$, e quando $x = 0$, sarà $p \times \left(\frac{1}{4}\sqrt{4(aa+pa)} + \int \frac{\frac{1}{8}(p+a) \times dx}{\sqrt{4(xx+px)}}\right)$. Il membro $\int \frac{\frac{1}{8}(p+a) \times dx}{\sqrt{4(xx+px)}} = \frac{1}{8}(p+a)\int \frac{dx}{\sqrt{4(xx+px)}}$. Si moltiplichi la quantità sotto la sommatoria per $\frac{p}{10}$, e si divida il coefficiente $\frac{1}{8}(p+a)$ per questa medesima quantità, e sarà $\frac{16}{8}(p+16a) \times$
$\int \frac{ppdx}{16\sqrt{4(xx+px)}} = \frac{(2p+16a)}{pp} \times \int \frac{ppdx}{16\sqrt{4(xx+px)}}$; ma l' integrale di questo membro è il settore dell' iperbola CFA, moltiplicato nella quantità $\frac{2p+16a}{pp}$, per tanto l' integrale completo diverrà
$\left[\frac{1}{4}\sqrt{4(aa+pa)} - \frac{1}{4}\sqrt{4(xx+px)} + \frac{(2p+16a)}{p}\right] \times$ sett. CFA:
Dipende dunque la misura dell' area proposta dalla quadratura del settore iberbolico predetto, onde tutto il conato dell' acqua valerà l' aggregato delle quantità di sopra notate; il che ec.

XXXVIII. Supponendo per tanto, che AEK (*tav.* 9. *fig.* 10.) spazio compreso fra la curvità della botte, fosse ripieno di acqua, la quistione sarà ridotta a vedere se l' area AEK sia maggiore, minore

o eguale all' area de' *conati* 2AIP, prescindendo anche dal legamento delle pietre, che formano il volto di essa *botte*, della terra, e degli altri materiali, che possono esser alla medesima sopra posti. Se dunque l' area antedetta de' *conati* sarà minore, potrebbe temersi lo sfiancamento della fabbrica, ma se eguale o maggiore dovrà resistere a qualunque sforzo, che in passando l' acqua potesse farvi, e col suo moto, e col suo peso, ed è facile da vedere, che segnando le BC la ragione delle BF, e le CD quella delle GB, essendo sempre queste minori di quelle, abbia sempre la curva de' *conati* a comprendere minor spazio della curva del dorso della *botte*, onde per poco che venghi caricata e di terra e di altri materiali sarà ridotta a resistere perfettamente a qualunque sforzo interno dell' acqua, ed a dare adeguatamente i vantaggi per i quali viene costrutta. Non si tralascia di avvertire, che anco le botti egualmente che le chiaviche, si possono munire con sue paratore per dare o levare secondo l' esigenza il passaggio alle acque per servizio de' retratti, e delle bonificazioni, ed anco per impedire, che nel caso delle rotte più acqua del bisogno non s' introducesse a passarvi, mentre ciò succedendo facilissima sarebbe la loro rovina.

XXXIX. Non essendosi calcolata la forza dell' acqua contro della botte, che secondo l' andamento del di lei dorso, e per ottenere l' intiero *conato* di tutto il corpo dell' acqua, ricercandosi di avere il valore di quegli sfiancamenti, che passono bensì per il dorso predetto, ma dietro alla curvità trasversale del volto di essa botte, come TX (*tav* 9. *fig.* 10.), ogni punto di cui ha sopra di se diversa altezza dell' acqua premente, è sempre maggiore di quella, che sta sopra di detto dorso, conteggio ancor questo di qualche imbarazzo, e tedio; se ne darà dunque il metodo di calcolare la curva de' *conati* per tutta l' estesa trasversale del volto TX, avuta la quale, e moltiplicato il risultato per la lunghezza che porta il doppio della massima ordinata di essa curva de' *conati*, si avrà l' intiero sfiancamento dell' acqua; e per render più universale la proposizione avendosi ne' numeri antecedenti XXXV. e seguenti di questo, proceduto sempre nella supposizione, che l' acqua che entrar deve dentro la botte non oltrepassi nell' altezza l' orizzontale, che passa per la sommità degli archi estremi, che formano l' ingresso ed uscita alla medesima, e potendo succedere ch' essa botte resti più bassa di detta orizzontale come in X; dimodochè la curva de' *conati* non abbia l' origine in A, così per rendere più universale la proposizione, s' intenda la superficie dell' acqua che termini all' altezza MO; AKE sia la curva del volto della botte, per cui deve passar l' acqua che discende da MO; MS sia la parabola che dinoti le velocità RS in qualunque punto B. Essendo FB = MR, ed MR (*tav.* 9. *fig.* 12.) come il quadrato di

SR per la parabola: presa CD = FG, che sarà una normale della tangente BG tirata dal punto F, fatte DF, df parallele ad MV, ed infinitamente prossime, sarà VDPX la curva ricercata de' *conati* nella supposizione predetta, la quale volgerà o il convesso, o il concavo alla base AE, secondo porterà la natura della curva AKE. Se OK sarà maggiore di tutte le FC volterà il concavo, se minore il convesso.

XL. Chiamisi OK $= c$, KL $= x$, LB $= y$, H$b = dy$, BH $= dx$, BF $= f$, FG = CD $= z$, B$b = ds$. Dunque $z = \frac{fdy}{ds}$, e perciò $dy = \frac{zdx}{\sqrt{(ff - zz)}}$, ma $f = c + x$, dunque $dy = \frac{zdx}{\sqrt{[(c+x)^2 - zz]}}$. Sia $2px = yy$, equazione della curva AKE, onde $\frac{pdx}{\sqrt{(2px)}} = \frac{zdx}{\sqrt{[(c+x)^2 - zz]}}$, e $p\sqrt{[(c+x)^2 - zz]} = z\sqrt{2px}$, e sostituendo in vece di $2px$, e di x i loro valori, sarà l'equazione alla curva ricercata $pp \times \left[\left(c + \frac{yy}{2p}\right)^2 - zz\right] = zzyy$; questa curva sarà sempre algebraica tutte le volte che tale sarà quella della botte AKE; la quadratura poscia dello spazio della curva de' *conati*, sarà espressa per $zdy = \frac{p \times (c+x)dx}{\sqrt{(4xx + 2px)}}$. Ma quando si avesse la curva della botte circolare, il raggio di cui fosse p, onde l'equazione $yy = 2px - xx$, allora la natura della curva de' *conati* restarebbe espressa da questa equazione $z = \frac{\sqrt{[(c + p + \sqrt{(pp - yy)})^2 (pp - yy)]}}{p}$.

XLI. Molto più facile della costruzione delle *botti* sotterranee riesce quella de' ponticanali, i quali d'ordinario si formano attraverso di qualche canale per passare dalla parte opposta un' acqua di livello più alto di quella di esso canale, e tale che tutto il corpo dell' acqua di detto pontecanale possa restar superiore alla massima escrescenza del canale che resta di sotto, onde l'acqua di questo non mai possa non avervi libero il passaggio. Per ordinario altro che qualche picciol corpo di acqua inserviente ad irrigazione non si passa co' ponticanali, contuttociò, quando tale fosse il bisogno, s' inalveano anche talvolta delle acque navigabili; ne abbiamo l' esempio nel Pontecanale, che passa l' alveo proveniente da Moeselice alla Battaglia, detto comunemente della Rivella: egli è di un' ottima struttura, largo 12 piedi, ed alto a proporzione; dà il passaggio alle barche che

vanno alle sassaie di Lispida al carico de' macigni per servigio de' Lidi di Venezia, e superiormente vi passa il canale navigabile detto di Este. Tutti gli acquedotti degli antichi sono una specie di ponticanali; la loro struttura maravigliosa ci fa comprendere egualmente la perizia ch' essi avevano nel condurre le acque, e la grandezza del loro animo. I ponticanali per la condotta di qualche picciol corpo di acqua, si fanno ordinariamente di legno di forma quadrata; per altro il formarli di volti di pietra sarà sempre il miglior partito; il peso che devono reggere non è più di quello del peso assoluto di un corpo di acqua di mole quanto è il vano di esso pontecanale, poco o nulla operando il moto, con cui ess' acqua cammina; quando però si abbiano a formare di pietra, e per acque di molto corpo e navigabili, il loro impianto dev' essere, come quello de' sostegni e botti, acciocchè possino contrastare con qualunque carico che l' acqua loro potesse dare.

CAPITOLO DECIMOTERZO.

Degli scoli delle campagne, de' retratti, e del modo di formare le bonificazioni sì per alluvione, che per semplice essiccazione.

I. Cominciando dalle cause generali delle inondazioni, che tengono oppressi i luoghi bassi da ritraersi, giacchè negli alti non vi è bisogno di cercar il modo di dar esito alle acque, facendolo da se stessa la natura. Si cercherà prima di ogni altra cosa, se a qualche misura fissa possa ridursi la quantità dell' acqua, che sopra di dette basse situazioni si va fermando; dipoi sarà indicato il modo di liberarsene. In tre maniere, e non in altre, può un luogo basso e palustre esser inondato, o dalla pioggia, o dal sorgimento delle acque, o dal corso di qualche canale uscente da un vicino fiume, che possa diffondersi per l' ampiezza di un vicino padule, supposto il terreno consistente; che se questo non è tale, ma di cuora, può restar soggetto anche ad un quarto modo d' inondazione, proveniente cioè dall' abbassarsi della superficie stessa cuorosa: col qual abbassamento si potrà render inoperoso lo scolo, e gettate tutte le spese fattesi per render asciutto quel tale tratto di campagne. Le prime tre cause dipendono da cose esterne al padule, la quarta da una interna del medesimo, ed è facile da comprendere, che ove il terreno resta soggetto a quest' ultima, di non ammettere se non molto difficilmente la bonificazione reale.

II. La quantità delle piogge, che dentro lo spazio di un anno in un dato paese cade, è determinata in certe misure; di tanto ne

fanno testimonianza le osservazioni di Francia, d' Inghilterra, e d'Italia, nascendo solamente la differenza dalla situazione de' paesi o più discosti, o più vicini a' monti, osservandosi che in questi la pioggia cade in maggior quantità, ed in minor copia ne' più lontani, come altrove abbiamo esposto. A Parigi si calcola cadere fra pioggia e nevi, dentro lo spazio di un anno, once 19 di quel piede regio. In Italia crescono queste misure, e dalle mie osservazioni praticate per molti anni in Venezia, ho raccolto, che alle 30 once arriva l'altezza dell'acqua fra pioggia e neve di un anno. Nel capitolo nono sono registrate quanto basta le differenze osservate in Francia, ed in Italia, onde senza maggiormente trattenersi nell'esame di questa materia, si daranno le formole generali inservienti a liberare dalle acque le campagne inondate dalle piogge, quando però non siano queste soggette nè alle sorgive, nè alle espansioni de' fiumi, ma che abbiano quella sola acqua che può provenire dalle piogge e dalle nevi.

III. Se vi sarà un retratto ABCE, cinto da tutti i lati con sufficienti argini, e di figura (per maggior facilità del calcolo) rettangola, se questo niuno scolo avesse, nè da altre parti ricevesse acqua, fuori di quella che proviene dalle piogge e dalle nevi, e se la forza de' raggi solari niuna porzione ne risolvesse in vapori, nè alcun' altra assorbita ne fosse dalla terra, ma tutta si rimanesse sopra il piano, che si vuole supporre orizzontale, di questo retratto, ascenderebbe tutta l' acqua raccolta dentro un dato spazio di tempo, v. g. d' un anno all' altezza CF, che un anno per altro potremmo determinarla in questo nostro clima di Venezia di once 30 col fondamento delle osservazioni, e che generalmente nomineremo n fatta $CD = BC$ per le linee esprimenti il profilo, dove le CE, HI, BA rappresentano quelle della pianta del retratto. Sia pertanto tutta l' acqua venuta in un anno espressa per il parallelepipedo $AB \times BC \times CF$, ovvero $AB \times CD \times CF$. Intendasi profondato un fosso BHIA sotto all' orizzontale della superficie del retratto, avente la profondità LM, e la larghezza $LD = BH$, con la lunghezza $HI = AB$. Supposta la figura del retratto un parallelogrammo, è manifesto che l' altezza FC dovrà abbassarsi in CO, cosicchè la CO sia eguale alla differenza fra la FC, e la quarta proporzionale a CD, LD ed LM: essendocchè la CO è eguale alla differenza predetta, sarà, prendendo la comune altezza BC, ovvero CD; $CD \times CO = CD \times FC - CD \times LM$, ed aggiungendo dall' una e l' altra parte $CD \times LM$, sarà $CD \times CO + CD \times LM = CD \times FC$, e prendendo parimenti la comune altezza AB, sarà $AB \times CD \times CO + AB \times CD \times LM = AB \times CD \times FC$, adunque la quantità dell' acqua, di cui l' altezza CO sopra del retratto, unita all' altezza dell' acqua esistente nel fosso, è eguale alla prima quantità caduta in un anno, il che ec.

IV. *Scolio I.* Sia a cagion di esempio la profondità di tutti i fossi da escavarsi per servizio del retratto LM 60 once; l'altezza dell'acqua piovuta in un anno once 30; l'estesa del retratto pertiche 2000, cioè once $144000 = CD$, e l'aggregato della larghezza di tutti i fossi da escavarsi once $1200 = LD$. Perchè poi $CO = FC - \frac{LD \times LM}{CD}$, sarà $CO = 30 - \frac{1200 \times 60}{144000} = 30 - \frac{1}{2}$, onde in questi fossi così profondati verrebbe a riporsi non più di una mezz'oncia di acqua; e per conseguenza tutta la rimanente di un anno crescerebbe sopra la superficie del retratto, cioè once 29 e mezzo, se niun esito in tutto il detto tempo avesse.

Scolio II. Abbenchè paia che l'escavazione di tanti fossi non suffraghi quasi per niente il retratto, non facendo abbassar l'acqua che di una mezz'oncia; nientedimeno ciò sarà vero avuto riguardo al ristagno intiero di tutto l'anno, quando però lo scolo si ottenghi a parte a parte, nè si attenda l'ingorgo totale, anche il riceverne i fossi la sola mezz'oncia, sarà, se non quanto basta, almeno un buon soccorso per non pregiudicare a' seminati, avvegnachè tante volte pioverà poco più di quanto importa l'altezze della mezz'oncia predetta.

Scolio III. Ma abbenchè in 2000 pertiche di estesa sembri non poca escavazione la somma de' fossi predetti; nientedimeno si potrà anche accrescere di molto, e ridurre la capacità di essi tale, che vaglia a contenere o tutta o la maggior parte dell'acqua della pioggia, che cader possa dentro di un certo tempo, anche senza il soccorso dello scolo, lo che ne' numeri seguenti si anderà più individualmente esaminando.

V. Perchè le campagne di un retratto possino dirsi ridotte all'uso dell'aratro, abbisognano di star sorte e più alte dell'acque ordinarie de' fossi, piedi due per lo meno, supposto che lo scolo possa smaltire le acque delle piogge dopo un conveniente crescimento della loro superficie; pertanto è da ritrovarsi la profondità di questa escavazione, perchè si renda capace di cotenere una data quantità di acqua, che con la pioggia cadesse sopra le campagne, e sempre con il riflesso, che vi resti di franco due piedi di riva in essi fossi, ricevuta che l'abbiano, intendendo sempre delle piogge ordinarie, non già de' piovali stravaganti, per i quali niuna regola può stabilirsi. Rappresenti pertanto il retratto ben arginato, come si è detto di sopra, ABCE (*tav.* 9. *fig.* 13.); l'acqua di un piovale ascenda all'altezza FC, se alcun fosso ABHI non vi fosse, la larghezza di tutti i fossi del retratto sia LD; dimodochè questa sia tale, che

passando l'acqua FCDG in PQMN, vi resti LP altezza della riva dalla superficie dell'acqua (di già smaltita quella sopravvenuta per la pioggia) al piano della campagna di due piedi. Si faccia come la differenza fra l'altezza di tutta la riva LM, ed LP ch'è supposta di 24 once alla FC altezza dell'acqua sopra del retratto, eguale però all'altezza dell'acqua venuta in un piovale; così BC alla ricercata PQ ovvero LD, ovvero BH. Essendochè $LM - LP = LM - 24 : FC :: BC : PQ$, sarà $LM \times PQ - 24 \times PQ = FC \times BC$; ma $LM - MP = 24$, dunque $LM - 24 = MP$, e però $MP \times PQ = FC \times BC = FC \times CD = MP \times MN$, e presa la comune altezza AB, sarà $FC \times AB \times CD = MP \times AB \times MN$, dunque tutta l'acqua del piovale che coprirebbe CD in altezza di FC potrà essere raccolta ne' fossi MN nell'altezza MP, e sarà lasciata LP riva franca nell'altezza di due piedi.

VI. *Corollario*. Dunque la superficie del retratto essendo $BC \times AB$, quella de' fossi $MN \times AB$; sarà $BC \times AB : MN \times AB :: BC : MN :: LM - 24 : FC$, cioè le larghezze del retratto, e de' fossi saranno reciprocamente come le altezze delle acque contenute, quando esse siano passate ne' detti fossi, lasciando due piedi di franco nelle loro rive.

VII. *Scolio I.* Onde se $BC = CD = 144000$ once, $LP = 24$, $FC = 1$, $LM = 60$, sarà $LD = \frac{144000 \times 1}{60 - 24} = 4000$. Sicchè LD = piedi $333 \frac{1}{3}$ per l'aggregato della larghezza de' fossi, i quali se fossero larghi 5 piedi l'uno, sarebbe il numero di esso $66 \frac{2}{3}$, o diciamo 66; dividendo dunque tutta la presa in 66 fossi, profondi 5 piedi ciascheduno, e di altrettanta larghezza, e lunghi quanto la AB del retratto, cadendo in pioggia l'acqua per l'altezza di un'oncia sopra tutta la superficie di esso retratto, abbenchè niuno scolo vi fosse, nientedimeno tutta la detta quantità sarà ricevuta ne' fossi, restandovi pur anco di riva i due ricercati piedi senz'acqua, o come si chiamano, di franco.

Scolio II. Ma se il piovale fosse di due once, cioè il doppio, allora, perchè vi restassero i due piedi di franco nella riva de' fossi converrebbe formarne doppio numero, come dal calcolo può facilmente raccogliersi.

VIII. Per piano della campagna o del retratto intendesi l'orizzontale, che passa per la superficie di esso ne' siti più eminenti, e riducibili veramente ad uso di aratro, essendo che quelli che rimangono inferiori alla posizione di tal linea, si lasciano a prato, ed i fossi che per questi passano non hanno bisogno di aver i due piedi di riva franca dall'acqua, come quelli ad uso di aratro, ma basterà che n'abbiano anche meno di un piede, e que' siti che si lascieranno

ad uso di semplice pascolo, basterà che siano fuori dell' acqua de' fossi di qualche oncia, ridotta che sia come sopra. Quando però abbiasi a calcolare la capacità de' fossi per lo scolo del retratto si dovrà diligentemente formare i suoi profili e per lunghezza, e per larghezza, onde si possano separare le terre destinate all' aratro, da quelle che si lascieranno per le praterie, e dalle altre de' pascoli, e da quelle ancora, che attesa la loro bassa situazione, fossero da lasciarsi affondate in sembianza di piccioli laghetti o paludi, onde calcolando l' estesa de' campi arativi, e ridotta questa alla quadratura, non sarà difficile dedurne da quanto si è detto, il numero e misura de' fossi occorrenti, perchè quelli che saranno destinati ad essere coltivati, restino sempre in asciutto ed alti quanto si ricerca, così saranno notati quelli che si lascieranno a' prati, pascoli, e valli, cioè quella superficie che resterà sotto l' orizzonte della campagna alta un piede, servirà a' prati, quella che vi rimarrà anche meno di due piedi a pascolo, e finalmente quella che vi fosse oltre delli due piedi, dovrà destinarsi a valle, o palude, o lago, secondo la di lei bassezza. Tali bassure dovranno calcolarsi con la capacità de' fossi, e sarà tutto ciò, che rimarrà sotto dell' orizzontale dell' alta campagna, oltre delli piedi due.

IX. Sia uno de' profili del retratto, di cui si parla GHIKLM (*tav.* 9. *fig.* 14.) che dall' una all' altra parte lo seghi. Sia AF una orizzontale, da cui al piano della campagna di esso retratto GHIKLM s' intendano condotte varie perpendicolari AG, BH, CI, DK, EL, FM, delle quali la massima sia la DK; la minima $AG = BH = FM$, la media $CI = EL$. Si consideri questo piano, come se tutto fosse alto come GH, ovvero OM, e si facciano i calcoli come ne' numeri precedenti V. VI. e VII. di questo capitolo, acciocchè restino scoperti i terreni per due piedi negli ordinarj piovali; ponendo però a conto di escavazione tutto lo spazio HKLMOH, la di cui altezza ragguagliata sia PK, onde formarsi un solido da aggiungersi all' altro $MP \times AB \times MN$ del numero quinto, cosicchè risulti secondo quella figura $FC \times AB \times CD = MP \times AB \times MN + M$, quando s' intenda questo M eguale allo spazio predetto, si avrà l' altezza del fosso ricercata, computato però da Q in giù verso di K (*tav.* 9 *fig.* 13.), onde l' altezza assoluta o per meglio dire la profondità da farsi sotto di K nel terreno sarà il residuo detratto QK, di quanto sarà per indicare il calcolo. Il che fatto basterà osservare se la $NI = OL$ rimanga più bassa di un piede della GH, ovvero OM, e lo spazio HI, LM servirà alle praterie, dove la GH, OM potrà esser posta all' uso dell' aratro; lo spazio fra IK, LK che resterà di sotto dell' orizzonte della campagna arativa per quasi due piedi potrà servire per pascolo, e quella parte verso di K, che rimarrà di sotto della

detta superficie arativa oltre dei detti due piedi sarà palude, valle, o lago a misura, che sarà più o meno discosta da GH.

X. Ma come che ne' retratti non tutti i fossi devono esser fatti in un solo luogo, ma in varie parti, perchè essi possino da per tutto ricever le acque e trasmetterle nello scolo principale, così ogni qualvolta il piano delle campagne sia ineguale, come il supposto GHIKLM; allora fatto il calcolo per l'ampiezza de' fossi, la profondità loro dovrà bensì tenersi dal più al meno nel medesimo orizzonte, ma l'altezza della escavazione sarà ben differente, mentre i cinque piedi v. g. della massima profondità, dovranno escavarsi nella sola alta campagna arativa GH, OM, dove i fossi in H, I, K, L non saranno da profondarsi sotto il piano respettivo della campagna al sito de' prementovati punti, che piedi 4, 3, 2, ed anche meno a misura che ci indicherà la bassura di essa campagna, al che dovrassi ben attendere nel calcolo della spesa, mentre abbenchè i fossi debbano andar sotto del livello della più alta campagna piedi 5 indifferentemente, ve ne sarà tal uno però, che non dovrà esser profondato che piedi due ec.

XI. Ne' retratti devonsi distinguere il fosso o condotto generale dello scolo, da fossi trasversali, i quali sono come i rami, dove quel condotto n'è il tronco, il sito di formarlo è sempre nella parte più bassa del retratto, e lo deve intersecare tutto, per raccogliere da tutte le parti le acque delle campagne; i rami trasversali devono esser formati in ogni lato, ma con qualche regola però, cosicchè vengasi a dividere tutto il retratto in varie aree quadrate, o quadrilunghe, terminate da stradoni con i suoi fossi laterali, che tutti devono metter capo nello scolo principale. Quanto al fondo da darsi a questo, sarà secondo all'esigenza della campagna, ordinariamente si profonda 5 piedi sotto alla superficie de' terreni per i quali passa, se siano niente alti, meno se bassi; ma i rami influenti si possono tenere un piede meno profondi. La larghezza del condotto principale non può determinarsi, se non avuto rapporto alla vastità del retratto, dovendo esser maggiore, ove maggiore è la superficie, e può arrivare sino alla larghezza delli 20 ed anco 24 piedi, ma mai minore di sei in otto; i fossi laterali basteranno di larghezza di 5 in 6 piedi, avvertendo che tutti i detti fossi abbiano una libera facile comunicazione con lo scolo generale.

XII. I scoli delle campagne o orizzontali, o quasi orizzontali, come sono quelli de' retratti fatti per alluvione non si possono da se stessi conservare, ma ricercano dopo qualche anno di essere escavati a mano, mentre nè il corpo di acqua, ch'essi portano, e molto meno la propria velocità, può tenerli espurgati dagli abbonimenti: non il proprio corpo di acqua, essendocchè questo è temporaneo, e non

grande, e sovente ristagnato, se il recipiente, come spesse volte accade, non riceve esso scolo, onde e manca facilmente, e seco portando del torbidume delle campagne, ha tutta la facilità di deporlo nel fondo del condotto; non la velocità che non può mai esser tanta da isgombrare dal lezzo essi condotti, se il declivio non può già esser tale da dargli gran forza, potendo essi smaltire le proprie acque, anche quando siano tenuti affatto orizzontali. Un altro disordine sopravviene agli scoli, ed è il germoglio delle erbe palustri, e sovente anco delle cannelle, se i fondi hanno qualche poco del salmastro, cose tutte che servono a dare una grande remora al corso dell'acqua di esso scolo, come si anderà esaminando ne' numeri seguenti.

XIII. In un vaso (il di cui lato LD (*tav.* 10. *fig.* 1.) con l'acqua sino in A, alla qual altezza venghi sempre conservata,) s'intenda aperto un foro BCFE nel lato verticale, alto quanto l'acqua interna, si cerca l'apertura quadrata di un altro foro, il cui lato DG nel fondo, per il quale esca nel medesimo tempo la stessa quantità di acqua, che per il verticale; problema che abbenchè si ricavi da quanto si è detto ne' numeri XIV, e XV. del capitolo secondo, nientedimeno a maggior chiarezza qui se ne vuole replicare la soluzione. Si faccia il rettangolo $NM \times AD =$ all'area parabolica HDA, ch'è la curva delle velocità dell'acqua ch'esce per l'altezza AD, stando l'acqua alta sino in AI, onde si avrà $NM = \frac{2}{3}\sqrt{AD}$, come è noto; e per tanto secondo l'ipotesi essendo $\frac{2}{3}EF \times AD\sqrt{AD} = (DG)^2\sqrt{AD}$, cioè $\frac{2}{3}EF \times AD = (DG)^2$, sarà $DG = \sqrt{\frac{2}{3}(EF \times AD)}$, e tale dovrà esser il lato del quadrato DG che si cerca, e si potrà in vece di considerare la quantità dell'acqua uscita per il lume verticale, prender quella, che gli è eguale, che uscirà per l'orizzontale.

XIV. Nel vaso ABDC (*tav.* 10. *fig.* 2.) rettangolo di figura, largo come NP, alto come $CD = AB$, e che sia aperto per tutta la detta altezza, con larghezza di ML; sia prima ripieno anche sino in AC, se così si vuole supporre; dipoi vadi scemando, dimodochè la superficie che era in AC, dopo un qualche dato tempo discenda in FE, e in un minimo di questo tempo faccia lo spazietto $Ff = Ee$. Sia la curva KHB quella delle velocità della superficie dell'acqua a misura che arriva ai punti F, f ec. onde le HF, hf esprimino esse celerità, ed AGI sia la curva de' tempi rispettivi, la di cui natura sia da ritrovarsi. Si dica $BF = x$, $AB = a$, $AF = a - x$, $GF = t$, $FH = u$, $LM = c$, $AC = b$, $NP = m$. Perchè dunque Ff spazietto viene percorso nel minimo tempo dt dalla superficie dell'acqua discendente con moto equabile, sarà $Ff = udt$, e perchè $Ff = -dx$, dunque $-dx = udt$, ed $u = \frac{-dx}{dt}$, e secondo il numero precedente

equivalendo la quantità uscita per il foro orizzontale a $\frac{2}{3}$ del verticale, ed essendo la superficie alla superficie, così la velocità alla velocità, sarà l'analogia $-\frac{dx}{dt} : u :: \frac{2}{3}cx : bm$, e l'equazione $dt = \frac{3bm}{2c} \times - x^{-\frac{1}{2}} dx$, che integrata dà $\frac{3bm}{c} \times \frac{\sqrt{(a-\sqrt{x})}}{\sqrt{ax}} = t$, per la natura della curva de' tempi della discesa dell'acqua.

XV. *Corollario*. Resta manifesto, che facendo $x = a$, la curva de' tempi avrà a cominciare in A, e facendo $x = o$, che allora la BI sarà infinita, divenendo un asintoto di essa curva, ch'è una specie d'iperbola quadratica, onde ne deriva il paradosso, di ricercarsi un tempo infinito per iscaricarsi tutto il fluido del vaso ABDC, contuttociò questo infinito non compete veramente, che all'altezza infinitesima del fluido sopra il punto B, nel qual caso essendo pur la velocità infinitesima, ricerca un tempo infinito per consumarsi. Per altro allorchè il fluido sopra del punto B viene ad ottenere un'altezza benchè minima, finita però e determinata, in tale stato l'ordinata del tempo è sempre finita, e l'area corrispondente pur finita.

XVI. Per ridurre all'uso la proposizione, è necessario uno sperimento, che consiste nell'osservare in un dato vaso, che abbia aperto un foro, come sopra, quanto per un dato tempo si abbassi la superficie dell'acqua. Per un tal abbassamento, dunque x divenghi n, ed il dato tempo sia T, la formola di sopra si cangerà in $T = \frac{3bm}{c} \times \frac{\sqrt{(a-\sqrt{n})}}{\sqrt{an}}$, e l'analogia sarà $T : t :: \frac{3bm}{c} \times \frac{\sqrt{(a-\sqrt{n})}}{\sqrt{an}} : \frac{3bm}{c} \times \frac{\sqrt{(a-\sqrt{x})}}{\sqrt{ax}}$, onde l'equazione $t = \frac{T \times \sqrt{(a - \sqrt{x} \times \sqrt{n})}}{\sqrt{(a-\sqrt{n})} \times \sqrt{x}}$, date però T, n, x si avrà il tempo consumato, perchè l'acqua si riduca al ricercato punto, cioè il tempo in cui si evacuerà o tutto o in parte il vaso proposto, e perchè esso vaso altro non rappresenta se non l'aggregato di tutti i fossi di un retratto, che contenghino l'acqua sino ad una certa altezza, ed il foro di esso vaso dinotando l'apertura della chiavica, pertanto, quando si abbia con la necessaria esattezza osservato quanto l'acqua si vada abbassando dopo una piena di detti fossi dentro un certo spazio di tempo, si avrà per la soprapposta formola il tempo, che s'impiegherà, perchè o tutti o in parte si vuotino, dal che si potrà poi dedurre se l'apertura e luce della chiavica sia sufficiente per ismaltire dentro un certo limitato tempo le acque de' fossi medesimi, perchè le campagne non patischino, supposto sempre che altre acque non entrino in detti fossi,

che le sole delle piogge, e non già le sorgive, o altre esterne o forestiere.

XVII. *Scolio I.* Finendo dunque liberamente la chiavica dopo una massima piena de' fossi, siasi osservato che dentro lo spazio di un giorno naturale resti abbassata l' acqua once 15, onde dicendo $T = 24$, sarà $n = 49$ once, quando si faccia $a = 64$ once, equivalente all'altezza di detta massima piena de' fossi del retratto, e si voglia sapere in quanto tempo l'acqua sia per arrivare alla sola altezza di 4 onee, che si può prendere per l'intera evacuazione de' fossi, onde $x = 4$, si cerca t che in tali supposizioni sarà $t = \frac{1008}{2} =$ 504 ore, vale a dire s'impiegheramno giorni 21 in punto. Tanto succederebbe se alcuna resistenza non vi fosse, che dettraesse del movimento dell' acqua, ma essendovi e di un grado insigne, ciò fa, che si debba accrescere almeno di un terzo il tempo dello smaltimento dell' acqua, onde a tal conto si ricercherebbero 29 giorni naturali, perchè ne' fossi non vi restasse, che quattr' once di acqua.

XVIII. *Scolio II.* Ma perchè può essere, che il tempo di un mese, che in circa si richiede per l' intiero scolo di quel dato retratto, sia troppo, cosicchè sopravvenendo delle nuove piogge restino, almeno i luoghi più bassi, affogati, però si dovrà supplire all' esigenza col dilatare la chiavica, e la dilatazione dovrà rispondere reciprocamente ai tempi, restando invariata, e la massa dell' acqua da scolarsi, e l' altezza della medesima, onde in grazia di esempio, facendo noi, una chiavica che sia doppia di larghezza di un' altra, scolerà questa nella metà del tempo della prima, e così per ogn' altra larghezza; ed è da notarsi, che se le chiaviche avessero sempre ne' fiumi o paludi, ne' quali pongon capo, libero esito, niente vi sarebbe di più facile, che l'adattare secondo il bisogno l' apertura di questi emissarj, ma restando soggetta l' uscita dell' acqua per essi a molte alterazioni, perciò è uopo aversi riguardo a tutte quelle circostanze, che saranno per variare il moto regolato delle cateratte. Noi porremo il modo del calcolo anche per quelle chiaviche, che non iscolano che in certi tempi ed ore del giorno, come sono quelle che entrando o in una laguna salsa, o in un seno di mare, oppure in un fiume rigurgitato da esso nelle ore della crescente e del flusso, loro venghi proibito lo scolo, e facilitato nelle ore del riflusso.

XIX. Sia AG (*tav.* 10. *fig.* 3.) la cateratta o paradora di una chiavica; HA l'orizzonte dell'acqua dello scolo, accollata a detta paradora, chiusa che sia; AI il livello dell' acqua di un fiume o laguna, che risenta il rigurgito della marea, cosicchè ogni 12. ore ne' tempi de' novilunj e plenilunj arrivi il flusso in A, e nelle sei ore del riflusso esca l' acqua dalla chiavica e si abbassi sino in G, dovendosi intendere, che quando comincia a scemar esso fiume o laguna sotto

di A, possa la paradora liberamente aprirsi, e scolar l'acqua, che sta sopra all' orizzontale della superficie del fiume recipiente; ed abbenchè per le osservazioni tanto nel flusso, che nel riflusso, succedono le alterazioni degli accrescimenti o decrescimenti inegualmente in tempi eguali, essendosi osservato che fuori della prima ora, la seconda, terza, en anco quarta, scaricano più della quinta e sesta, nientedimeno per ridurre la cosa a qualche metodo, che sia facile e regolare, si è supposto che dall' alta alla bassa marea, cioè per tutta la AG, ch' è d' ordinario due piedi e mezzo in questo nostro mare, si abbassi l' acqua per ogni ora uno spazio eguale. Inoltre perchè tanto nella prima ora, che in ogni altra cade l' acqua da A in B o da B in C a poco a poco, cioè lo scemamento dell' acqua si va facendo insensibilmente, però si prenderà per la prima ora di ciascun intervallo, solamente la metà del volume dell' acqua, che potrebbe uscire come se l' abbassamento succedesse in un istante, ed il moto fosse sempre lo stesso ed equabile. Suppongasi pertanto che nella prima ora del riflusso esca l' acqua per la sezione AB, di larghezza data, quanto cioè è quella della cateratta, e con la velocità rispondente all' altezza AB, e perchè, come si è detto, successivamente scema da A in B in tutto il tempo dell' ora predetta, se la mole che dovrebbe uscire supposto che fosse sempre stata conservata questa altezza, verà detta a, sarà quella che realmente esce $= \frac{1}{2} a$, ma dopo la prima ora per questa stessa sezione esce per tutto il tempo della altre 5 ore dell' intiero riflusso sempre una mole intiera a per ciascheduna ora, sarà però la quantità uscita per tutta la sezione AB in sei ore . . . . $= 5a + \frac{1}{2} a$
per BC nel tempo residuo . . . . $= 4b + \frac{1}{2} b$
per CD nel tempo residuo . . . . $= 3c + \frac{1}{2} c$
per DE nel tempo residuo . . . . $= 2d + \frac{1}{2} d$
per EF nel tempo residuo . . . . $= e + \frac{1}{2} e$
e per FG nel tempo residuo . . . . $= 0 + \frac{1}{2} f$

in tutto . . $\frac{11}{2} a + \frac{9}{2} b + \frac{7}{2} c + \frac{5}{2} d + \frac{3}{2} e + \frac{1}{2} f$

dicendo b, c, d, e, f le moli scaricate per le altre inferiori sezioni, o per dir meglio, per gli accrescimenti di ora in ora degli spazi AB, BC, CD ec.

XX. Esprima n il numero delle ore del riflusso, che sono d' ordinario sei, rare volte più o meno, fuorchè ne' tempi burrascosi, sarà la formola del numero precedente trasformata nella seguente, molto più generale $(n - 1 + \frac{1}{2}) \times a + (n - 2 + \frac{1}{2}) \times b + (n - 3 + \frac{1}{2}) \times c + (n - 4 + \frac{1}{2}) \times d + (n - 5 + \frac{1}{2}) \times e + (n - 6 + \frac{1}{2}) \times f$, ovvero

$\frac{1}{2}[(2n-1)\times a+(2n-3)\times b+(2n-5)\times c+(2n-7)\times d+(2n-9)\times e+(2n-11)\times f]$. Sia di poi AB $=$ BC, ec. $=m$, cioè i scemamenti eguali fatti in ciascheduna ora, sarà AC $=2m$, AD $=3m$, AE $=4m$, AF $=5n$, AG $=6n$, onde per le leggi idrostatiche facendo p eguale alla larghezza della cateratta, sarà respettivamente $a=pm\sqrt{m}$, $b=pm\sqrt{2m}$, $c=pm\sqrt{3m}$, $d=pm\sqrt{4m}$, $e=pm\sqrt{5m}$, $f=pm\sqrt{6m}$, e l'equazione $\frac{pm}{2}\times[(2n-1)\times\sqrt{m}+(2n-3)\times\sqrt{2m}+(2n-5)\times\sqrt{3m}+(2m-7)\times\sqrt{4m}+(2n-9)\times\sqrt{5m}+(2n-11)\times\sqrt{6m}]=np\times\sqrt{x}$, nominando x quell'altezza, che dovrebbe avere l'acqua del retratto, se potesse scolare liberamente senza alcuna variazione del pelo del recipiente, cioè x equivalerà all'altezza media di ess'acqua; dicendo dunque, per abbreviare, tutta la quantità moltiplicata da $\frac{pm}{2}$, q, si avrà l'equazione $x=\sqrt[3]{\frac{mmqq}{4nn}}$.

XXI. Che se non in tutte le sei ore ma solamente in alcune di esse potrà scemar l'acqua, basterà dall'equazione levare tanti termini alla destra del valore di q, quante sono le ore, che mancheranno alle sei dell'intiero riflusso, e quando fluisse sempre lo scolo, che l'altezza del fiume recipiente non arriverebbe mai all'orizzontale AI, converrà allora accrescere all'equazione quella mole di acqua perenne, che uscisse secondo alle ordinarie leggi fuori de' rigurgiti, lasciando sotto a questa la mole uscita sotto dell'orizzontale del predetto recipiente. Ogni giorno poi scemando l'altezza dello scolo, quando nuove piogge non l'accrescano, converrà variare la m a misura dell'alterazione che anderà seguendo, ripartendo tutta l'altezza residua in altrettanti spazi eguali, e dando loro le competenti misure delle once.

XXII. *Scolio*. Sia $m=5$, $n=6$, cioè tutta la AG sia once 30, ch'è l'ordinaria altezza della marea in queste nostre spiagge nel tempo de' novilunj e plenilunj. Sia da trovarsi in tali supposizioni il valore di x, ch'è l'altezza *media* di una chiavica libera, che scolasse quella quantità di acqua, che appunto potesse scolare questa ritardata; sarà dunque, fatte le dovute sostituzioni, $x=\sqrt[3]{\frac{25\times 15376}{4\times 36}}=14$ once prossimamente; di modo che la medesima chiavica scaricherà in sei ore tant' acqua, quanto una libera che avesse internamente nel condotto un' altezza di acqua di circa once 14 per tutto il detto tempo delle sei ore; e perchè nello spazio di questo tempo poco sarà lo

scemamento dell' acqua del retratto, pertanto si potrà col metodo de numeri XVI. e XVII. di questo capitolo, conteggiare in quanto tempo resterebbe evacuata o tutta o la massima parte dell' acqua che si trovasse dentro il circondario della bonificazione; il qual tempo com' è manifesto, sarà sempre lo stesso con quello che verrebbe impiegato nella supposizione che l' acqua fosse trattenuta per l' azione variante della marea, onde è stato ridotto il problema a ritrovare un' equivalente chiavica libera, ad una rigurgitata dal flusso del mare avuta la quale, resta dipoi noto il tempo che si ricercasse onde quel dato retratto intieramente, o secondo una data parte rimanesse vuoto dalle acque che lo pregiudicassero.

XXIII. Perchè dunque il tempo dello scolo viene dagli antedetti e da altri accidenti limitato, così in que' retratti ovvero bonificazioni che saranno con i sbocchi de' loro scoli tanto vicini al mare, da resentirne il di lui rigurgito, in queste si dovrà moltiplicare il numero delle chiaviche, perchè nel più breve tempo possibile, si possano liberare dalla inondazione, giacchè scolando per una sola chiavica poche sarebbero le ore dello scarico, onde conviene supplire col moltiplicare i fori, per raccogliere dal numero di questi e parzialmente quel sollievo che una sola chiavica, che fosse libera e non rigurgitata, darebbe. E perchè la marea arriva e di notte e di giorno, nell' estate principalmente più di notte che di giorno, e sarebbe assai difficile, che chi venisse destinato all' incombenza di aprire e serrare le paradore, stesse sempre pronto al suo ufizio; pertanto sarà sempre miglior consiglio il formare le portine, come le chiamano, a vento, cioè due portine ne' suoi pollici, che si chiudano in angolo verso il fiume, o il mare, o la laguna, acciocchè quando resta l' acqua di fuori del retratto più bassa di quella di dentro, si possano aprire, e chiudere allorchè si faccia più alta.

XXIV. *Definizione*. Per bonificazione, retratto o acquisto s' intende un sito basso e soggetto all' acqua, ridotto in modo tale, che più non resti esposto alle inondazioni di essa, ma possa coltivarsi ad aratro, prato, o pascolo. In due maniere però e non in altre un tal fine si ottiene, ovvero dando scolo alle acque ristagnate, oppure talmente sollevando i bassi fondi, che le acque o più non vi ristagnino, o se vi si fermino, lo facciano solo per qualche breve tempo. Oltre di ciò non può dirsi vera bonificazione quella, che abbenchè restasse senza inondazioni, fosse però l' acqua poco sotto la superficie de' terreni, ovvero che questi fossero di natura cuorosa ed insussistente, o quando le asciuttate campagne non fossero atte alla fecondità necessaria; così in grazia di esempio, se un retratto, liberato che fosse dall' acque, germogliasse dell' erbe salmastre, converrà pensare a toglierlo da una tale dannosa infezione, altrimenti

riuscirebbe inutile affatto quanto si fosse effettuato; in somma quella sarà una vera e reale bonificazione, che sarà ridotta, per quanto contribuir può l' arte, a ricevere una perfetta coltura, e rendere un frutto corrispondente a' fatti dispendj. Si andrà a parte a parte ne' seguenti numeri esaminando quanto concerne il modo di formarle.

XXV. Due, secondo a quanto c' insegnane i più accreditati Autori, sono le maniere di formar le bonificazioni, per essiccazione, o per alluvione; importa la prima il modo di liberar le campagne dalle inondazioni che soffrono, non già perchè siano assolutamente basse rispetto all' orizzonte del mare, se da questo non molto si trovino distanti, ma per l' impedimento che allo scolo può esser frapposto, e che serve a trattenere le acque sopra la superficie di que' terreni, cosicchè rimosso che sia questo, rimarrebbero esse asciutte, e capaci di coltura; ma l' altro modo di bonificare per alluvione consiste nell' inalzamento positivo delle campagne, quando sono sì basse, rispetto all' orizzonte del mare, che in modo alcuno non si potessero render asciutte col mezzo de' semplici scoli, ed allora niun altro ripiego vi è, se non di rialzarle col mezzo delle alluvioni, cioè con nuova terra portata o da' fiumi vicini, se corrono torbidi, quando si possino far fluire in tal tempo attraverso di codeste basse campagne, ovvero con la terra o portatavi da lontano, ovvero cavata dalla stessa campagna, col ridurla cioè in frequenti fossi, dimodochè la terra dell' escavamento possa servire per rialzare, ed i fossi che si andassero formando, di ricettacolo all' acque e delle piogge e delle sorgive, se ve ne fossero. Come che i due primi modi di essiccazione e di alluvione col mezzo de' fiumi sono i ripieghi più reali per formar le bonificazioni, quello del condurvi la terra non può servire, che per piccolo spazio, egli è il più imperfetto, e per poco che si dilati con simili operazioni, riescono queste sì dispendiose, che in conto alcuno non giova l' intraprenderle, potendo servire al più per ricolmare qualche sito vicino alla casa dominicale o ad altro luogo che fosse di una precisa premura. Bensì formata che sia la bonificazione in uno delli due modi antedetti, se pur anco non è di quell' altezza che si desidererebbe, e non si possano ridur le acque più basse, ciò non ostante, quando la campagna si comincj a coltivare, abbonendosi i fossi, cadendo le foglie dagli alberi, marcendo le stoppie ed erbe che incessantemente vanno germogliando, accade che con queste, e col ricavamento de' fossi predetti, la superficie della campagna vadi insensibilmente crescendo, in maniera che in non molti anni resti sollevata non poco da quella che prima trovavasi, quando però il terreno sia sodo e non cuoroso, nel qual incontro accaderebbe tutto all' opposto, che dopo essiccata si abbasserebbe, come si anderà a suo luogo esaminando.

XXVI. Sia da essiccarsi la campagna ABC (*tav.* 10. *fig.* 4.), su di cui vi stia l' acqua per ordinario all' altezza BI, e ciò a causa dell' altezza del terreno HDC, che impedisce ch' essa acqua non possa fluire nel lago, laguna, mare, o fiume EDLG, la di cui superficie FG resti in qualche tempo più bassa di AC; altrimenti se restasse sempre o della medesima altezza, o anche di maggiore, sarebbe impossibile il pensare alla detta essiccazione, quando in altro sito più basso oltre della FG non si potesse scolare. Prima dunque di ogni altra cosa sarà da livellare come stia il punto A, ovvero C della superficie stagnante dell' acqua della campagna da essiccarsi, rispetto al punto F, della superficie dello stagno, lago, fiume, o mare, ridotta allo stato ordinario, e fuori dell' escrescenze; dipoi prendere due piedi in circa il punto K più basso del detto punto F, ovvero L supposta LFG nella medesima orizzontale, e da questo punto K sino al maggior fondo B della campagna da essiccarsi, ed anche qualche piede di più, cioè sino in M, quando pur anco il punto K resti più basso di M, condurre la retta KM che sarà la cadente dello scolo generale di essa campagna; questo dovrà farsi largo a misura della vastità del retratto, che di fare s' intende, avvertendo, che sebbene il punto M non fosse che di poche once più alto del punto K, ciò non ostante l' acqua ACB potrà scolare in FG, non ricercando i scoli delle campagne che una insensibile caduta per essere liberate dalle acque, le quali per l' ordinario o sono chiare, o pochissimo torbide: ma perchè l' acqua del recipiente FG può supporsi crescere sino in DE, onde il punto D riuscirà più alto del punto A, però converrà munire lo sbocco di questo scolo di chiavica con sua paradora da star chiusa in tal tempo, e solo aperta quando il punto F rimanghi più basso del punto A, il che si conoscerà, perchè fatto il condotto, l' acqua AIC verrà ad appoggiarsi in DLK, che però anche col solo occhio si rileverà se il corso dell' acqua sia diretto da A in F, ovvero al contrario, il che quando fosse sarà subito da chiudersi, e per aprirla basterà osservare dal trapelamento che ess' acqua fa per la paradora per quanto buona sia, e ben costrutta la di lei tendenza, oppure col prender con ogni misura la differenza dell' acqua esterna ed interna, mostrando la maggiore misura, la minore altezza, quando ambedue siano riportate ad un solo segno stabile, e secondo all' esigenza alzare, o lasciar abbassata essa paradora. Che se frequenti sono tali alterazioni del recipiente, come succede in vicinanza del mare, nelle lagune con esso comunicanti, e ne' fiumi da esso mare rigurgitati, allora senza impegnarsi a chiudere ed aprire la paradora, converrà nella stessa introdurre un congruo portello, che battendo co' suoi limbelli contro il condotto si chiuda ed apra da se stesso; sono queste le porte a *vento*,

delle quali tante ne abbiamo nella vicinanza del mare nello stato Veneto.

XXVII. Che se l'acqua della campagna da asciugarsi come ABIN (*tav.* 10. *fig.* 5.) fosse comunicante col fiume, lago o padule più profonda KLR, cosicchè, per poco che questa crescesse, il pelo KL communicasse con AI, e formasse una sola orizzontale ABKL; e quando la detta palude, lago o fiume fosse basso, non oltrepassasse FG, e la AI, per l'impedimento IKF, restasse nella sua altezza BN; allora per formare il retratto per essiccazione, sarà prima di ogni altra cosa da divider la campagna retraibile, dal fiume, lago o palude ec. col mezzo dell'argine IHK, che in ogni parte la separi, perchè le acque KL non possano mai meschiarsi con quelle esistenti sulla campagna AI, avvertendo di tener tant'alto quest'argine, che vaglia a proibire la detta miscella in ogni stato dell'acqua recipiente KL. Ciò fatto, converrà ben osservare ed informarsi sin dove arrivi la somma magrezza del recipiente predetto KL; e dove lo stato di lui medio MG, e quando questo punto M resti due piedi in circa più basso del punto N, maggior bassezza della campagna, il retratto potrà effettuarsi, e rendersi tutto in asciutto. Che se esso punto M restasse di livello, o anche superiore al punto N, non sarà riducibile ad uso di aratro la parte più bassa; bensì, supposto buono il terreno, quello spazio solo, che resta per lo meno i detti due piedi superiore d'orizzonte del predetto punto M. E perchè si suppone che facilmente, ed anco due volte il giorno (se questo recipiente sia assai vicino di comunicazione col mare) possa crescer il pelo MG in KL, però sarà da munirsi lo sbocco del condotto, la di cui cadente sarà CDE con la sua chiavica e paradora a vento, con avvertenza che poche ore restano il condotto in libertà di scolare, converrà moltiplicare i fori, e le chiaviche, perchè più prontamente ciò fare si possa secondo a quanto si è detto a' numeri XVIII. e XIX. di questo capitolo; altrimenti sarebbe frustranea l'essiccazione che venisse tentata. È in oltre da supporsi che alcuna sorgente non vi sia nel circondario del retratto, altrimenti senza che questa fosse levata, inutile sarebbe ogni provedimento che venisse fatto.

XXVIII. Quando poi fra la campagna da scolare, ed il termine dello scolo, vi sia di mezzo un fiume, la di cui superficie anche ordinaria resti più alta della predetta campagna, in tal incontro converrà col mezzo di una botte sotterranea passar sotto del fondo del fiume intermedio, ed uscirne di là dallo stesso, portando con un condotto l'acqua in sito più basso di quello della bonificazione. Sia la campagna da scolare HK (*tav.* 10. *fig.* 6.), che abbia l'acqua sino in EG, ed abbia nella parte ove i scoli fossero da inviarsi, il fiume AFB, con la di lui acqua ordinaria CD, che mai non si

riduca più bassa di EG, bensì più oltre di questo fiume in *qr* resti una palude, o altro fiume più basso di HK, e QR sia il pelo alto di questo recipiente, che pur resti inferiore di altezza alla superficie EG; si formerà una botte retta IVN, ovvero KMP curva a norma di quanto è stato detto ne' numeri XXXIV, XXXV. eo. del capitolo XII, cioè del primo genere, se fra il fondo F e V vi resti spazio sufficiente per la fabbrica, nè vi sia pericolo che il fondo resti corroso; e del secondo se lo spazio VF non fosse quanto basta alto, o si temesse un maggior profondamento del fondo F. L'uscita PN può essere o di livello con l'entrata KI, o anche più bassa secondo l'esigenza, e le circostanze, col riflettere che se QR resti soggetto ad alterazioni e crescimenti straordinarj, allora converrà munire l'uscita PN con le paradore, da tenersi chiuse tutte le volte che lo scolo in vece di scaricare le acque delle campagne retratte, le dovesse ricevere.

XXIX. Prima di passare alla spiegazione del modo di far le bonificazioni per alluvione, è di mestieri d'indicare certo fenomeno che arriva all'acque correnti, a cui quando bene non vi si attende, fa nascere degli equivoci anche nelle conseguenze tirate dalle proposizioni più evidenti della scienza dell'acque. È questo la varia resistenza che soffre l'acqua in movendosi o per il medesimo canale nelle varie di lui e difformi sezioni, oppure per lo stesso canale bensì, ma con la frapposizione di qualche impedimento; perlocchè, abbenchè, sembri che produr si dovesse lo stesso effetto in riguardo all'acceleramento del corso, contuttociò accade talvolta, che segua appunto tutto l'opposto, e che in vece di accelerarsi, egli si ritardi, sino anche ad estinguersi affatto. Per la spiegazione di quanto si avanzerà, sia il canale FEDC (*tav.* 10. *fig.* 7.) che abbia una larga sezione FC, ed una più ristretta DE, quando si prescinda dalle resistenze delle sponde, sarà sempre vero che le velocità in FC e DE saranno in ragione reciproca di esse sezioni, quando il canale sia nello stato di permanenza; che se in qualche modo si voglia tener conto del ritardo che dar possono le dette sponde, quando la sezione FC si considerasse sempre di una eguale larghezza, tal ritardo sarebbe costante da F in E, ma riducendosi più angusta in DE, tal ritardo in paragone di quello che avrebbe se le sponde fossero parallele, crescerebbe in ragione del seno dell'inclinazione del canale al seno tutto, cioè presa FE, come il raggio, nella proporzione di AE ad FE; onde se la sezione DE non è molto differente in larghezza della FC, tal differenza sarà di poca rilevanza, ma può crescere all'infinito, a misura che le sezioni si supponessero sempre minori e minori.

XXX. Qualunque impedimento che venghi posto in un fiume può

essere considerato, come se esso fiume in quel tal luogo venisse a restringersi, ed abbenchè nella ragione contraria della sezione libera ed impedita dovesse conservarsi il medesimo scarico dell'acqua, accrescendosi proporzionalmente il corso, nientedimeno la cosa non passa così, se l'impedimento tiene una sensibile proporzione con la larghezza dell'alveo, mentre, secondo a quanto è stato esposto nel numero antecedente, crescendo in tale circostanza di molto la resistenza per l'urto che fa l'acqua in esso impedimento, si ammorza una parte della velocità, ed il fiume dovrà crescere di altezza, e quando le rive non siano sufficientemente alte, annegherà anco le vicine campagne; se esso impedimento è un solido solo e continuo, facile sarà il rilevare quanto il fiume sia per perdere della propria velocità, se tutta quella parte che sostenterà l'acqua si faccia eguale ad FA, ovvero ad FA, BC. (*tav.* 10. *fig.* 7.), sarà la perdita cercata in ragione del seno tutto al seno dell'angolo d'inclinazione AE, ovvero alla sua doppia AE + BD = 2AE.

XXXI. In certi canali di acqua corrente bensì, ma chiara e crassa, nascono erbe palustri in molta copia, e se niente di salso a questa si unisce, germogliano le cannelle, dalle quali riceve l'acqua un grande ritardamento nel di lei moto. Lo stesso, abbenchè non sì gagliardamente, fanno anco l'erbe, cosicchè tali acque impedite, annegano sovente i dintorni de' loro recipienti, senza potervi trovare rimedio che vaglia. Nasce ciò, perchè tanto l'erbe, che le cannelle costituiscono un vero impedimento all'acqua, ma il loro resistere è anche differente e maggiore di quanto porta l'estensione di esso impedimento, considerato che un solido, mentre disposte tali piante confusamente in *ef*, *ef* (*tav.* 10. *fig.* 8.) nel canale ABCD, che si muove da G in H, sono gli urti ed i rimandi, che incontra un filamento dell'acqua, tali e tanti, non solamente per la moltiplicità delle superficie che urta, ma altresì per i piccioli vortici che da per tutto si eccitano, che il moto progressivo si va di molto ritardando, obbligata ch'è l'acqua a passare per una sottile trafila, ed a restarsene perciò come inceppata. Nella diversione che dalla Serenissima Repubblica di Venezia fu fatta della Piave, fatta passare in un vasto Lago, essendosi questo imboschito di cannelle, ella, abbenchè discorrente per molti canali profondi di esso lago, restava trattenuta fuori di ogni credere, prima che arrivar potesse a sboccare nel Briano per i tagli fatti nella Livenza divertita a tal oggetto, e con ciò restava essa Piave rialzata in modo, che gli argini circondarj di detto lago andavano soggetti a perpetue dannosissime rotte.

XXXII. Sia da trovarsi la progressione del ritardamento che incontra l'acqua nel passar attraverso di un dato e replicato impedimento, come sarebbe in grazia di esempio molti ordini di cannuccie disposte

in file da riva a riva del canale; il che è stato pur dimostrato dal celebre padre abate Grandi nel libro secondo alla proposizione trentesima quinta, diducendone, che i scemamenti delle velocità dell' acqua, venghino rappresentati per le ordinate di una logaritmica. Essendo prima KL la mole dell' acqua, che in momento di tempo urta nell' impedimento, ed MK la resistenza che vi fanno le cannuccie, o altre erbe palustri. Sia SHGTABE (*tav.* 10. *fig.* 9.) un fiume che corra da A in E, e trovi in ogni suo punto B una data resistenza, che resti espressa, come si è detto per MK. AI dinoti la velocità dell' acqua al punto A, e sia cognita, e BC esprimerà quella del punto B minore di AI. Si chiami $KL = q$, $MK = p$, sarà $ML = q + p$, la velocità dell' acqua $AI = u$, $AB = x$, $Bb = Dx$, $DC = - du$, mentre crescendo le ordinate calano le ascisse. Assume l' Autore predetto che i scemamenti della velocità dell' acqua si facciano nella stessa forma, come l' urto di un corpo duro in un altro collocato in una quiete amovibile comunicandogli il moto, che sarà minore di quello che teneva il primo nella ragione del corpo solo che ha spinto, alla somma di tutti e due, e ciò secondo al comune principio ricevuto dagli statici. A tal conto dunque sarà $q + p : q :: u : \frac{qu}{q+p} = BC$, e con tal analogia si troveranno quante ordinate si vorranno per aversi la curva delle velocità ritardate dalle dette resistenze. Perchè poi secondo ai medesimi principj si ha la formola $fdx = - udu$, se crescendo AB, scemano le BC, denominando f la forza dell' acqua nell' atto dell' urtare una serie di cannucce, ed f essendo pur eguale a $\frac{q \times qqu^2}{(q+p)^2}$, cioè come la quantità dell' acqua moltiplicata nel quadrato della sua respettiva velocità, adunque sostituendo il valore di f nell' antedetta formola, si avrà l' equazione $\frac{q^3}{(q+p)^2} \times dx = - \frac{du}{u}$, e ridotta all' analogia $dx : - du :: \frac{q^3}{(q+p)^2} : u$, ch' è l' equazione di una logaritmica, la di cui costante sottangente BE, si trova facendo $(ML)^2 : (KL)^2 :: KL : \frac{(KL)^3}{(ML)^2} = BE$.

XXXIII. Un' altra soluzione di detto problema si potrebbe dare indipendente dalla supposizione dell' urto de' corpi, come si è fatto sulle tracce del padre abate Grandi, che pur anco dà la logaritmica per la scala delle dette velocità ritardate. Essendo che dunque la forza con cui fra esse cannucce può progredire l' acqua, non deriva che dall' differenza, ch' è fra la forza libera, e la resistenza delle

medesime cannucce, se diremo m la mole dell' acqua, che deve incontrar l'ostacolo, ed n la superficie di questo, che deve sostenerla, sarà $muu - nuu$ il valore della forza residua, onde poste le denominazioni come nel numero antecedente, sarà $muudx - nuudx = - udu$, ovvero $(m - n) \times dx = - \frac{du}{u}$, equazione alla logaritmica, la di cui sottangente sarà $m - n$ nel caso presente, il che non varia essenzialmente dalla predetta soluzione.

XXXIV. *Coroll. I.* I due corollarj che ne ricava il padre abate Grandi sono i seguenti: il primo che tali velocità a lungo andare si fanno minori di qualunque data, essendo che la logaritmica rispetto al suo asse si va sempre più al medesimo accostando, il che fa, che se molto lungo è lo spazio ove esistono i virgulti e le cannucce, il moto affatto o quasi affatto resti estinto. Il secondo corollario si è, che da tale scemamento di celerità debba l' acqua ridursi molto sostenuta, se vuole compensare la tardità del movimento, que' canali però che da tali impedimenti sono ingombrati, superano le rive con le loro acque, e le spandano per le campagne.

XXXV. *Coroll. II.* Se dunque per i detti impedimenti perde l' acqua il moto, se questa sarà torbida deporrà fra i medesimi la materia che porta, e riuscirà chiara a poca distanza da dove il ritardamento del moto comincia; cosicchè se in grazia di esempio un fiume reso torbido sormontasse le proprie rive, e con l' acqua estravasata si dilatasse per le vicine basse campagne, se queste fossero da cannelle ingombrate, comecchè l' acqua dilatata, anche più tardamente si muove, aggiungendoli esse cannelle e virgulti maggiore resistenza, non anderà l' acqua gran fatto oltre la riva, che rimarrà del tutto della torbida spogliata. Ho io osservato, che in tali circostanze appena arriva la torbida a 50 pertiche oltre della riva; quindi noi vediamo le deposizioni stabilirsi ad una tal distanza incirca con dolcissima scarpa, a guisa dello spalto della fossa di una fortezza, e l' acqua dopo un tale spazio non forma, che insensibili deposizioni, ed esce quasi chiara affatto.

XXXVI. Quando dunque si voglia intraprendere una bonificazione per alluvione, coll' inalzare cioè i fondi delle campagne, converrà prima ben attendere alla natura de' terreni, ed alla qualità della torbida portata dal fiume. Vi sono delle campagne, le quali benchè basse, ed anco soggette alle inondazioni del mare, contuttociò non lasciano germogliare le cannelle, o altre erbe salmastre, come per il contrario ve ne sono, che ne producono abbondantemente; osservai assieme anco col chiarissimo fu signor Manfredi l' anno 1731, che sulla destra del Lamone fiume della Romagna, che ha portato con la protrazione della propria linea immense torbide, sopra le quali il

mar gonfiato dallo scirocco pur anco vi può andar sopra, che ciò non ostante per quanto poteva veder l'occhio niun germoglio di canna vedevasi, anzi fu osservato il piano della campagna elevato tutto egualmente, e sensibilmente esteso sopra di una sola orizzontale, avendo potuto le espansioni del detto fiume portar anco alle parti più lontane dalle proprie rive le torbide, che copiose sono tirate da' monti, per quali esso Lamone, ed influenti passano. Per l'opposto nel Po, e nella Livenza, per tacere di molti altri fiumi, ho potuto osservare che esse torbide a pochissima distanza sono portate, ma appresso e l'uno e l'altro di questi fiumi germogliano di molto le cannelle, a causa, si crede, della varia qualità de' terreni, e delle campagne, per non dire delle stesse acque più o meno atte ad assumere ciò, che contribuisce al germoglio predetto; quando dunque la campagna aggiacente al fiume che ci può somministrar la torbida, sia senza impedimenti si potrà pensare a bonificarla per alluvione, ma se sarà ripiena di canna o di altro consimile naturale impedimento, difficile molto sarà l' ottenere l' intento, e ricercherà lunghissimo tempo, molto dispendio, e grande attenzione prima che possa ridursi a coltura.

XXXVII. Si supponga che i detti ostacoli non possino impedire la dilatazione dell' alluvione, converrà prima di ogni altra cosa esaminare se la torbida del fiume, che servir deve alla nostra bonificazione sia feconda o no, se di pura sabbia o di lezzo, o se partecipante dell' uno o dell' altro, il che si conoscerà dall' indagare se nell' occasione di una qualche rotta seguita in esso fiume, o anche della semplice espansione sopra delle rive, ove il paese riesce coltivato, abbia o pregiudicato, o resi migliori i terreni, mentre se fosse o di pura sabbia, o contenesse materie tali, che recassero la sterilità invece della fecondità, sarà da abbandonare qualunque idea, che si avesse di abbonire per alluvione. Ci sovviene che nella visita del 1720 essendo noi sopra dell' Idice colà nelle valli Bolognesi, di aver inteso, che quanto quel fiume portava di torbido era tutto infecondo. Circa poi all' esame da farsi sopra gli effetti delle rotte in ordine alla qualità della torbida convien distinguere il sito, ove esse accadono, e qualche altra circostanza, prima di giudicare se buona o cattiva sia la materia da esse portata; è anco osservabile, che nelle vicinanze della rotta rimane sempre la campagna sacrificata ad uno sterile ingiaramento di sabbione crudo per quanto buona fia la materia di essa torbida, quindi è necessario di riconoscere la qualità di essa torbida fuori del detto ingiaramento a qualche distanza cioè dalla rotta, e lateralmente, potendosi dare il caso che l' impeto con cui l' acqua esce dal fiume sia tale, che molto lungi porti le materie grosse, ed i sabbioni valevoli a rovinar il buon terreno della campagna.

Generalmente parlando se le rive sono naturali, e formate dallo stesso fiume, basterà osservare la qualità dell' erbe, che nascono in queste, mentre della medesima natura sarà anco quell' accrescimento di terreno, che fosse fatto dalle deposizioni.

XXXVIII. Quando dunque le cannucce ed i virgulti non si trovino nella valle e paludi da bonificarsi con la torbida, saranno da tagliarsi le rive in molti siti, e lasciar che il fiume liberamente vi svaghi, e si vedrà a poco a poco assodarsi il terreno, e ridursi più alto di quello era prima. Vi sono degli Autori, che insegnano il modo di far tali bonificazioni mediante il ridur l' acqua dentro del retratto stagnante col cingerlo d' arginatura, ed introdurvi delle chiaviche, che l' acqua torbida ricevino, e chiarificata che sia, la lascino uscire, contuttociò in pratica non mi è sortito di vederne buoni effetti mentre e conviene assoggettarsi a grosse spese nell' arginare, e se il retratto racchiude qualche considerabile spazio, la torbida non si depone da per tutto, ma inegualmente, cosicchè si giudica miglior consiglio il tagliare a dirittura le rive, e lasciar che l' acqua dispersa abbonisca, ove il proprio corso la guida. Egli è ben vero, che non guari lontano dalle rive osservasi per ordinario seguir le deposizioni, le quali se non vengono però con l' arte condotte alle parti più lontane, mai si ottiene il fine che si desidera.

XXXIX. Per ricever dunque l' accrescimento di altezza in superficie ne' retratti, non basta formar l' arginatura, che li circondi, e munirla di chiaviche come non basta il dar de' semplici tagli nelle rive, abbenchè talvolta più giovi del primo, questo secondo ripiego, ma è necessario che con fossi di una conveniente profondità sia condotta l' acqua torbida verso i siti più bassi della Presa, e che questi fossi, che d' ordinario ad ogni piena s' interriscono, siano altrettante volte ricavati, gettando la terra, o sopra delle sponde, o portandola ne' luoghi più bassi, ed in tal modo sianvi, o non sianvi i virgulti e le canne, si verrà ad ottenere il desiderato inalzamento della superficie del terreno, e potrà questo col tempo acquistare una sufficiente pendenza, per il proprio scolo. Sarà per altro d' avvertire, che molto più facile sarà il ricolmare tali fondi, ne' quali non germogliassero le cannelle, che ove queste vi fossero; contutto ciò, ovvero che desse periranno sepolte fra il lezzo, ovvero che seguita la ricolmata, si potrà poi pensare di proposito ad estirparle; bensì il padrone de' fondi da bonificarsi non avrà ad aver fretta alcuna per ricavarne il frutto, conciossiachè con tali mezzi commettendosi quasi tutto l' affare alla natura, è noto che questa quanto opera sicuramente nel produrre i suoi effetti, altrettanto va tarda nella perfezione de' proprj lavorieri.

XL. Una terza maniera di bonificare i terreni paludosi vi è, cioè

di formar in essi lunghi e frequenti fossi paralleli, perchè la terra che esce da questi, ammontonata sopra le rive venghi a rialzarle in forma di poterle seminare, e servano i fossi per lo ricetto delle acque piovane, ma è facile da vedere, che ciò non è praticabile, se non in piccolo tratto, mentre per altro la spesa salirebbe oltre i limiti del conveniente, nè certamente tornerebbe il conto a' padroni di acquistare il retratto a sì caro prezzo, e con il pericolo di ridurlo, atteso il ristagno delle acque, con una pessima aria. Tali acquisti al più sono praticabili ne' vignali di codeste lagune di Venezia, e di Chioggia per l' impianto e coltivazione degli erbaggi inservienti all' uso della grande popolazione della Dominante, e de' luoghi suburbani; per altro gli alberi difficilmente vi crescono, e per la qualità del terreno, e per il salmastro, che d' ordinario vi domina. Se poi il terreno da retraersi è cuoroso ed instabile, sarebbe affatto gettata la spesa, mentre la terra che uscisse da' fossi predetti non avendo nè nervo, nè consistenza, condotta che fosse sopra le rive, si marcirebbe, ed in breve tempo a poco più del niente si ridurrebbe.

XLI. Sia il retratto fatto per essiccazione o per alluvione, conviene sempre aversi molto riguardo alla qualità del terreno e del fondo, essendo che se questo prima stava inzuppato di acqua, o era con le cuore, essiccato che sia, o coll' inalzarlo di superficie con le deposizioni, o col ridurlo a scolare quanto basta, calerà egli sensibilmente onde per non andar errati, converrà aversi riguardo ad un tal abbassamento, che sarà per fare il nuovo acquisto, perchè non resti questo, dopo perfezionati i lavorieri, senza il necessario scolo. Così nello stabilire gli argini circondarj, o trasversali si dovrà aver mira alla qualità della terra, mentre oltrecchè anche la migliore resta soggetta dopo l' essiccazione ad abbassarsi, se è di cattiva qualità l' argine calerà eccessivamente, e sino a ridursi in niente, se sia di pura cuora: ne altro più reale rimedio vi è che nel piantarlo unire la buona alla cattiva terra, e caricar con queste sempre più l' argine, mentre il peso farà addensare il di lui corpo, e di rara tessitura che potesse essere, lo renderà denso, e consistente in modo da non più abbassarsi, e da escludere dal retratto le acque forestiere.

XLII. Rimane ad indicare il modo, scolati ed asciutti che siano i retratti, di ridurli a coltura, e si ottiene col dividerli con argini, strade e fossi, il che chiamasi propriamente in questi nostri paesi, *impresar il retratto*. Regola dunque generale deve essere prima di ogni altra cosa di far sì, che dalla cima al fondo per le situazioni più basse cammini lo *scolo generale*, il di cui condotto abbia una larghezza, che sia proporzionata alla grandezza del retratto, che gli deve somministrar l' acqua. Per due mille campi di un retratto ho

io dato una larghezza di 20 piedi Veneti al fosso dello scolo, ed una profondità di cinque piedi: in secondo luogo conviene impedire che le acque tutte non si accollino immediatamente alla parte bassa del retratto, il che seguir non potrebbe se non con l'inondazione di molto tratto di esso, allora principalmente che la chiavica non potesse restar aperta, e quando lo scolo avesse la servitù e soggezione di dover ricevere oltre le proprie, ancora delle acque forestiere. Converrà dunque se lo scolo non sia arginato a buona altezza, intersecare esso retratto con uno o più argini trasversali, e munire di chiaviche secondarie lo scolo al sito, ove essi argini trasversali tagliassero il condotto, facendo però che la superior chiavica del traversagno non possa restar aperta, se prima non ha scolato la prima, e ciò per quel tempo, che sarà giudicato necessario, dopo il quale resterà aperta essa chiavica superiore, ed altre ancora se ve ne saranno, altrimenti facendo, l'acqua verrebbe libera ad appoggiarsi tutta alla chiavica maestra, ne potendo uscire così prontamente, passerebbe a ristagnare largamente sopra le vicine campagne, con danno e sommo pregiudizio di tutto il coltivato, il che non s'incontrerà scolando ordinatamente di chiavica in chiavica.

XLIII. Liberato il retratto dalle acque, conviene poi impresarlo con le strade, fossi ed interni viali, e rami de' fossi di comunicazione. Sia pertanto il fiume FCBN (*tav.* 10. *fig.* 10.), ed il retratto BDAF, la di cui parte più alta e lontana dal fiume sia verso A, s' intenda tirato lo scolo YGB, che passi dalla parte più elevata Y alla più bassa B, ed abbia il fondo condotto sopra una cadente sola, quale cioè la richiede la posizione delli due punti estremi Y, e B. Sia OT l'indice della tramontana, cosicchè O riguardi l'*ostro*, e T il settentrione; divisa la larghezza del retratto EF in tre parti di 240. pertiche incirca per una, si segnino i punti F, R, G, H, e s' intendino condotte le *o*N, QL, AM, che dinoteranno tre stradoni, i quali si potranno tenere di una larghezza di 20 piedi, ed anche 24, per tirarvi poi ad essi lateralmente i loro fossi. Dipoi preso un punto K distante dal punto L altre 240 pertiche, o quel di più che fosse stato preso HG, si divida anco il rimanente dello stradone LQ ne' punti G, P, ed altri che vi capissero, salva l'antedetta divisione, e siano ridotte le rette DC, EF, *o*S ad angoli retti con i primi stradoni, ed a' lati di questi stradoni trasversali si profonderanno come in quelli i suoi fossi, e con la terra che ne uscirà si alzeranno essi stradoni respettivamente, ed il retratto sarà impresato e diviso in tanti quadrati, ciasceduno de' quali conterrà un' area quadrata di pertiche quadrate 57600.

XLIV. Perchè nella piantagione degli alberi e viti consiste forse la cosa più essenziale de' retratti, pertanto sarà da prescrivere la

maniera più utile per praticarla. Regola generale si è di dar a' seminati la maggiore e più forte illuminazione del Sole, che sia possibile, onde ne emerge quella legge sempre osservata nell' agricoltura, di stendere gli alberi in modo, sicchè un tal necessario requisito con l' ombra de' loro rami togliere non possino, quindi le piantagioni degli alberi si fanno in linea retta da tramontana al mezzogiorno, perchè ricever possa il terreno il caldo del Sole, allorchè riesce il raggio di questo maggiormente vicino alla sua perpendicolare, nel che veramente consiste la maggior di lui forza, e l' impianto predetto fa sì, che gettandosi sempre in questo nostro clima l' ombra verso di tramontana, ogni qualvolta verso del mezzogiorno non vi sia ostacolo, avranno tutto il campo i raggi del Sole di stendere la propria forza a profitto della coltivazione, ed in tal maniera sarà soddisfatto alle due massime tanto necessarie per la fecondità de' terreni, di aver il sole il maggior tempo possibile della giornata; e di averlo, quando si trova nel massimo suo vigore, e vicino alla di lui culminazione. Se il rettratto non tiene paludi, e sia, rispetto al fiume recipiente, lo scolo in qualche conveniente altezza, i soli fossi, che le strade accompagnano, de' quali si è detto nel numero antecedente, saranno sufficienti; ma se mancasse delle predette condizioni, converrà da tramontana a mezzogiorno escavarne ancora degli altri a tal direzione paralleli, come *ad*, *be*, *ef*, *qs*, i quali comunichino con gli antedetti, e fra questi farvi i suoi *trami* o piccole strade inservienti per la comunicazione e per agevolare lo scolo dell' acque, ed in oltre altri saranno da formarsi da levante a ponente al medesimo oggetto, *ik*, *gh*, che serviranno ancora per troncare la soverchia lunghezza del solco per l' aratro. Dietro dunque alle strade e *trami* distesi da tramontana in ostro si pianteranno gli alberi e le viti, e mai in quelli da levante a ponente, a riserva, quando si voglia, di piantarne dietro alle strade principali, onde interrompersi ancor quivi la soverchia loro lunghezza, e per renderle atte al passeggio in riguardo del Sole. E perchè nell' intersecazione delle strade come in G, Z, se i fossi devono comunicare, resteranno desse tagliate; pertanto saranno da formarsi o de' ponticelli di pietra, se la spesa lo comporta, ovvero comunicar essi fossi con de' botticini di legno sotterrati sotto il piano degli stradoni. E finalmente, se il fiume recipiente può crescere in modo da entrare nel retratto, sarà da munire lo scolo con la chiavica B, e quando la vastità della bonificazione fosse assai considerabile, e dovesse ricevere acque superiori e forastiere, converrà nello scolo maestro YB piantare delle altre chiaviche di mezzo, e ben arginare il condotto, per ismaltire le acque a' suoi tempi, come si è esposto al numero XLII.

XLV. Ma non potendo mai la superficie de' retratti restarsi tutta

collocata sotto una sola orizzontale, ma per ordinario, fatta che sia la bonificazione, rimanendo pure de' piani più bassi, e che facilmente restano inondati dalle piogge; pertanto *impresato* che sia il retratto, converrà distinguere e separare tali piani, riducendo cioè a coltura di semina il piano più alto a prato il mediocremente elevato dall' acqua, ed a pascolo quello che resta poco sopra del livello di essa. Nulla si dice nè delle fabbriche dominicali, nè delle coloniche, nè tampoco delle altre per uso di stalle, fenili ec. tutto ciò appartenendo alla civile architettura, non ad un trattato di acque.

CAPITOLO DECIMOQUARTO.

Della forza dell' acqua per rapporto agli edificj, e del modo di ridurli con il maggiore possibile vantaggio nel loro movimento.

I. Abbenchè dal numero 1. dell' appendice del capitolo secondo, e da' primi pure del capitolo primo ricavare si possa quanto in questi numeri preliminari alla teoria delle macchine siamo per esporre, nientedimeno a maggior lume e chiarezza si è voluto qui di nuovo ritoccare que' primi principj della statica, e dedurne analiticamente la loro sorgente. Sia dunque da cercarsi il tempo impiegato dall' acqua, considerata come un grave che discende da A in C, e da A in B (*tav.* 10. *fig.* 11.), vale a dire, che passando dal medesimo punto A, arrivi in una data quantità alla stessa orizzontale CB. Costa dalle meccaniche, che se il moto sarà equabile nello scorrere un piano, lo spazio percorso dal mobile è in ragion composta della velocità, e del tempo; se pertanto chiameremo s il detto spazio, u la velocità, e t il tempo, sarà per un infinitesimo della discesa AB perpendicolare, l'equazione $ds = udt$; istessamente perchè la forza sollecitante (che quivi altro non è che il peso dell' acqua) moltiplicata nel tempo è come la velocità; sarà ancora $fdt = du$, (dicendo f detta forza); quindi $\frac{ds}{u} = dt = \frac{du}{f}$, e però $udu = fds$, ed integrando $uu = 2fs$, e perchè la gravità è una forza costante, sarà $u = \sqrt{2s}$, onde sostituendo questo valore di u nella formola $ds = udt$, sarà $ds = dt\sqrt{2s}$, ovvero $dt = \frac{ds}{\sqrt{2s}}$, ed integrando $t = \sqrt{2s}$, onde si raccoglie che i tempi, non che le velocità, siano nella dimezzata del doppio spazio percorso, ed è manifesto, che verificandosi tal legge ne' moti accelerati, si darà ancora quella per gli equabili, bastando per questi prendere il doppio dello spazio corso.

II. Quando poi l'acqua si mova nel piano inclinato AC, la di cui altezza sia il perpendicolo AB, allora la forza della gravità non già tutta si eserciterà nel farla discendere, ma solamente una parte di essa, data però e costante. S'inalzi da qualunque punto D la DE parallela ad AB, ed eguale alla gravità assoluta dell'acqua, o sia al di lei peso; dal punto E si conduchi EF, che faccia angolo retto con la AC, sarà, com'è noto, dalle meccaniche DF la forza residua e sollecitante la massa dell'acqua alla discesa per questo piano, consumandosi l'altra rappresentata per FE nel premere AC, non già nell'accrescergli il moto progressivo, facendo questa le veci di forza morta, dove l'altra le fa di viva. Sia da trovarsi in qual ragione stiano i tempi di queste discese; si chiami m però il piano AC, T il tempo che può consumarsi in percorrerlo; e perchè tanto negl' infinitesimi de' piani inclinati hanno luogo, quanto negl' infinitesimi delle perpendicolari, le leggi delle accelerazioni, e di ogni altro fenomeno del moto, pertanto sarà come nel numero antecedente $ds = udt$, e $dm = ud\mathrm{T}$ (avendo non altro di comune, che le velocità; mentre è già dimostrato che tanto ne' piani inclinati, quanto nella perpendicolare, le velocità ne' punti analoghi dell'orizzonte B e C sono eguali) sarà dunque $dt : d\mathrm{T} :: \frac{ds}{n} : \frac{dm}{u} :: ds : dm$, ovvero $t : \mathrm{T} :: s : m ::$ AB : AC, cioè a dire, che i tempi saranno direttamente come le lunghezze del piano AC, e della perpendicolare AB, come anche fu dimostrato dal Galileo.

III. Per aversi il rapporto delle forze rispetto ai tempi, si dica F la forza nel piano inclinato = DF, ed il resto come sopra. E perchè per il numero primo di questo, $fdt = du$, sarà ancora $\mathrm{E}dt = du$, onde $fdt = \mathrm{F}d\mathrm{T}$, allorchè si faccia il paragone delle scese dell'acqua in B e C, e pertanto $f : \mathrm{F} :: d\mathrm{T} : dt$, ovvero $f : \mathrm{F} :: \mathrm{T} : t :: m : s$, per il numero precedente; quindi le forze saranno reciprocamente come i tempi, o come gli spazi percorsi nel piano inclinato, e nella perpendicolare.

IV. Sia da ritrovare nel piano inclinato AC il punto R, a cui arrivi l'acqua nel medesimo tempo, che partendo dallo stesso punto A, giunga in B nella perpendicolare. Poste le stesse cose come sopra, si dica AR $= y$, e condotta la RG parallela a AC, sia AG $= x$. Essendo che per la supposizione la quantità del moto deve pareggiarsi in B ed R, cioè dell'acqua che discende nella perpendicolare, e nel piano inclinato, e tal moto essendo come il rispettivo peso nella respettiva velocità, sarà nel piano inclinato $\mathrm{F}\sqrt{\mathrm{AG}}$, e nella perpendicolare $f\sqrt{\mathrm{AB}}$, e l'equazione $\mathrm{F}\sqrt{\mathrm{AG}} = f\sqrt{s}$, ma F per li numeri II. e III. di questo, è eguale ad $\frac{fs}{y}$ (essendo quivi y ciò che

ivi era m) si ridurrà però la detta equazione ad essere $sx = yy$, onde AB : AR :: AR : AG, che dinota che il punto R sarà sempre in un circolo il di cui diametro AB, onde ne emerge il teorema assai noto a' Geometri, che tutte le corde di un circolo verticale siano corse da un grave nello stesso tempo, che il medesimo descrivesse il diametro.

V. *Scolio*. Fornisce la trigonometria il modo di conoscer facilmente essa AR, data la AB, e l'angolo d'inclinazione RAB nel triangolo ABR. Sia il seno tutto R, AB $= s$; il coseno dell'angolo d'inclinazione, cioè l'angolo RBA $= q$, sarà l'analogia $R : s :: q : \frac{qs}{R}$ che si faccia eguale a $y =$ AR, ch' è il ricercato spazio.

Se dunque faremo $s = 12$, $q = 43^{\circ}.\ 25'$, sarà $y = \frac{12 \times seno\ 43^{\circ}.\ 25'}{seno\ tutto}$, e prendendo i logaritmi $1.0791812 + 9.8371456 - 10.0000000 = 0.9163268 = 8$ in circa.

Ma supponendosi data la AR, ed incognito l'angolo d'inclinazione, sarà $q = \frac{Ry}{s}$. Sia però $y = 4$, $s = 12$, sarà $q =$ l. $10.0000000 +$ l. $0.6020600 -$ l. $1.0791812 =$ l. $9.5228788 = 19^{\circ}.\ 28'$, seno del complemento, onde l'angolo ricercato d'inclinazione sarà $= 70^{\circ}.\ 32'$.

Parimente se fosse $y = 1$, ed il rimanente come sopra, sarà $q =$ l. $10.0000000 +$ l. $0.0000000 -$ l. $1.0791812 =$ l. $8.9208188 = 4^{\circ}.\ 46'$, dunque l'angolo RAG d'inclinazione, sarà $85^{\circ}.\ 14'$, e tal acqua non farebbe che poco viaggio in un'ora, come agevolmente si può ricavare dal calcolo, nè dissimile da quello che fa il Po basso vicino al mare.

VI. Si è posta la AB per la misura fissa della caduta dell'acqua dentro di un secondo di tempo, a norma di quanto lasciò registrato a prova di osservazioni il Mariotte nel suo Trattato del movimento dell'acque pag. 403, tomo secondo, stabilita la qual misura, andò poscia determinando la forza dell'acqua ne' piani inclinati, allorchè avanzandosi sopra di questi, s'impiega a muovere le ruote de' mulini, col momento, che ne risulta dalla quantità dell'acqua che urta, e dalle resistenze delle palmette delle ruote, che devonsi muovere.

VII. Un vaso o conserva di acqua ABEF (*tav.* 10. *fig.* 12.) tenuta sempre piena sino in B, e che abbia un emissario quadrato C comunicante col mezzo del tubo AC con essa, darà il getto di essa acqua CR, che di sua natura, prescindendo dalle resistenze, salir dovrebbe sino all'orizzontale EB, ma trovando il peso P, sarà questo sostenuto, e bilanciato in qualche sito rispondente all'orizzontale,

che passerà per il punto D. Sia la velocità con cui urterà l'acqua nel peso predetto P, V; esso peso $P = p$, il foro $C = ee$, e $BD = x$. Perchè l'impressione dell'acqua contro di P è come l'orificio nel quadrato della velocità, e questa nel punto D in dimezzata di DB, sarà $p = ee\,VV = eex$. Sia poi da paragonarsi la resistenza o reazione del detto peso all'azione dell'acqua con l'urto di quella di un fiume contro delle ruote degli edificj, e sia generalmente la proporzione delle velocità della saliente predetta alla corrente del fiume come n ad m, se si dirà la velocità di questo u, sarà $n : m :: V : u$, e $V = \frac{nu}{m}$, e $VV = \frac{nnuu}{mm} = x$, quindi la formola di sopra posta si cangia in $p = \frac{eennuu}{mm}$, ovvero $\frac{mmp}{nn} = eeuu$.

VIII. Dalle osservazioni fatte dal Mariotte nel Trattato antedetto pag. 405 si ha, che in una conserva alta piedi 12 di Parigi, succede un getto di acqua valevole a sostenere un peso di libbre 210, quando il foro d'esso getto sia quadrato, e il di cui lato sia di mezzo piede: si ha in oltre, che la velocità dell'acqua all'uscire da un tal foro può fare 24 piedi di moto equabile in un secondo di tempo, dove quella della Senna non fa nel detto tempo che piedi 4, a tal conto dunque sarà $c = \frac{1}{2}$, $p = 210$, $n = 6$, $m = 1$; onde la forza dell'acqua di essa Senna $eeuu = \frac{mmp}{nn} = \frac{210}{36} = 5 + \frac{5}{6}$ di una libbra. Se dunque la dett'acqua percuoterà una palmetta quadrata di una ruota, che fosse di un mezzo piede di lato, non sosterrebbe che la trentesima parte delle 210 libbre. Se poi la palmetta crescesse, più ne sosterrebbe. Sia $ee = 1$, dove prima non era che $\frac{1}{4}$ di piede di area, crescerà dall'uno al quattro, e perciò sosterrebbe $4 \times 5\frac{5}{6} = 20\frac{10}{3} = 23\frac{1}{3}$ in circa, ed essendo le palmette delle ruote de' mulini della Senna lunghe piedi 5, e larghe piedi 2, avranno di superficie piedi 10, e sostenteranno libbre $233\frac{1}{3}$, e quando al medesimo asse fossero collocate due ruote eguali sosterrebbero queste, libbre $466\frac{2}{3}$.

IX. Così il Mariotte. Noi seguendo un'altra strada cercheremo direttamente ed a *priori* il valore delle impressioni dell'acqua sopra delle ruote. Sia un canale aperto o chiuso collocato a piombo come AB (*tav.* 10. *fig.* 13.), ed un altro inclinato come AC, ed ambidue siano ripieni di acqua, e tali siano conservati, avendo libera l'uscita in B e C, si deve conoscere l'impressione che farebbe quest'acqua all'uscire se incontrasse un ostacolo ad angolo retto con la direzione del di lei moto, e supposto che tanto il perpendicolare, che l'inclinato terminassero nella medesima orizzontale BC. Sia BF perpendicolare alla CA, ed esponga AB il peso o la gravitazione assoluta

dell' acqua nella perpendicolare; essendo dunque i triangoli CAB, FAB simili, sarà AC : AB :: AB : AF, ed $AF = \frac{(AB)^2}{(AC)}$; espressione, che vale la forza che rimane ad un grave per discendere nel piano inclinato qualunque AC, cioè la forza *sollecitante*, dove nella perpendicolare essa forza vale la AB eguale a tutta la gravitazione, ed è lo stesso (nel caso che il grave sia l' acqua che discende pel canale) come se nel piano inclinato pesasse ed agisse ess' acqua, come AF, dove nella perpendicolare pesa ed opera come AB.

X. È da trovarsi l' impressione, che può esser prodotta dalla discesa dell' acqua dal punto A al punto C. L' impressione è come la forza operante in un momento applicata ch' è alla resistenza; in oltre essa forza è come la massa moltiplicata nel quadrato della velocità; ma la massa è come la superficie o l' area della sezione, dunque l' impressione sarà come detta superficie nel quadrato della velocità; e se essa superficie si prenda eguale all' area percossa della palmetta di una ruota di un edificio, sarà l' impressione come la superficie della palmetta nella duplicata della velocità, o nell' altezza da cui cade l' acqua.

XI. Data la lunghezza del piano AC (*tav.* 10. *fig.* 14.), e suppostolo inclinato in infinite maniere sopra la CE, senza però che resti mai alterata la di lui lunghezza, sia da ritrovarsi una linea DF, ch' esprima l' impeto dell' acqua per tutte le varie inclinazioni di esso dato piano. Si produca CB orizzontale tanto verso G, che verso E, e si faccia CG = CE = al prodotto del quadrato della sezione di C, e del quadrato AC, lunghezza di detto piano; indi CD si faccia eguale al prodotto del quadrato di detta sezione nel quadrato del seno della inclinazione di detto piano, cioè nella CB; dipoi col centro C, intervallo CG sia descritto il semicircolo GHFE, se in questo sarà condotta l' ordinata DF, dinoterà ella la ricercata impressione, e la metà della circonferenza EFH sarà il luogo di tutte le impressioni che potranno nascere dalle varie inclinazioni del dato piano AC; mentre per la natura del circolo; GD (GC + CD) : DF :: DF : DE (CE — CD), sarà perciò DF quad. = GC quad. — CD quad. ma GC è come la sezione moltiplicata con AC, e CD è pure come la medesima sezione moltiplicata con CB per la supposizione, dunque DF quad. è eguale al quadrato della sezione moltiplicata nella differenza de' quadrati di AC e CB, e per conseguenza DF è eguale alla sezione moltiplicata con AB, ma AB moltiplicata nella sezione, vale l' impressione; dunque ec.

XII. Sia da cercarsi la resistenza del piano orizzontale DB, poste le stesse cose come sopra; si produca AC in F (*tav.* 10. *fig.* 15.)

dimodochè CF vaglia l' impressione dell' acqua contro un piano orizzontale se cadesse da una data altezza, si conduchi DF parallela ad AB, la quale AB dinota l' altezza della caduta rispetto al piano orizzontale DB, sarà l' impressione FC risolta nelle due forze FD, DC, di cui questa non fa urto alcuno, per operare sempre con direzione equidistante al piano DCB, onde tutto lo sforzo, che contro di esso piano s' impiega, oppure, ch' è lo stesso, il contraniso di esso piano rispetto all' impressione sarà come la DF, ed essendo per i simili triangoli DCF, CAB; AC : AB :: FC : DF, sarà $DF = \frac{AB \times FC}{AC}$, ma per il numero antecedente FC = AB moltiplicato nella sezione, dunque DF o sia la resistenza ricercata sarà in ragione composta della diretta della sezione del canale, e del quadrato dell' altezza AB, ed inversa della lunghezza del piano o canale inclinato AC, il che ec.

XIII. *Coroll. I.* Nasce da ciò, che a misura che il canale sarà con maggior inclinazione al piano orizzontale, la resistenza o reazione di questo diverrà maggiore, e massima allora che si confonderà con la perpendicolare, nel qual caso la reazione diverrà eguale all' impressione assoluta CF, o sia al momento totale dell'acqua discendente a piombo.

Coroll. II. E si ricava ancora, che essendo la DF sempre minore di CF per qualunque obbliquità che abbia il piano AC rispetto di AB, e solo diventandogli eguale nella perpendicolare, quindi l' impressione totale dell'acqua in tal supposizione, sarà sempre maggiore di quella che viene esercitata nel piano obbliquo, e l'impressione parziale di ess' acqua sarà altrettanto minore, quanto è maggiore l' obbliquità dell' incidenza.

Coroll. III. Se però il piano DCB fosse costituito in una quiete ammovibile, resterà più tardamente mosso a misura del ricevere l'impressione dell' acqua con maggiore obbliquità, e per lo contrario sarà mosso con maggior momento se l'angolo dell'incidenza sarà maggiore, e meno acuto.

XIV. Per tanto sino a che il piano DB non potrà ricevere tutta l' impressione dell' acqua, non seguirà il massimo di lei effetto, nè questo potrà succedere se il detto piano non riesca perpendicolare a CA, come sarebbe PR, ed allora il momento dell' impressione sarà il massimo, facendosi il prodotto della sezione nell' altezza AB.

XV. La sopraddetta impressione sarà della massima forza, ogni qualvolta succeder possa, che l' acqua discendente pel canale AC sia in istato in un momento di tempo di sottrarsi dal piano PR: che se questo in qualche modo (ricevuta l' acqua) la trattenesse, o ribattesse, allora nella supposizione che esso piano sia movibile intorno di un

centro, non potrà con eguale celerità secondare il moto dell'acqua, nè si otterrà il detto massimo effetto, abbenchè esso piano sia normale ad AC, conciossiachè il momento dell'acqua discendente resterà non poco debilitato da un tale ribalzamento, o quiete dell'acqua trattenuta. Parimenti se si supporrà PC una palmetta di una ruota convertibile attorno del centro C, di modo che non potendosi conservare PC perpendicolare ad AC, se non per un istante di tempo, avrà a ricevere essa palmetta PC, varie e differenti impressioni a misura delle varie incidenze, sotto le quali incontrerà la direzione della corrente del canale, quindi per computare con l'esattezza possibile il movimento di una ruota mossa dalla forza dell'acqua, sarebbero da raccogliersi molte posizioni della palmetta, e dall'aggregato di varj momenti risultanti, ricavarne poscia la media impressione, che essa ruota sarà per ricevere.

XVI. Sia EFD (*tav.* 10. *fig.* 16.) una ruota, che girar possa nel centro C, ed abbia il suo fuso EC, con le palmette DF, DF, DF ec. nelle quali percotendo l'acqua che cada da AB, la faccia girare. Si supponga al fuso CE attaccato il peso P di tanta mole e gravità, che non ostante l'impressione dell'acqua fatta sopra la palmetta B, rimanghi in equilibrio, nè punto si muova, abbenchè per pochissimo che esso peso scemasse, concepir potesse il moto, sarà il peso in ragione diretta dell'area della palmetta B, della distanza CB dal centro della ruota al centro di azione di detta palmetta, e dell'altezza AB, e reciproca della CE semidiametro del fuso. Conciossiacosachè per i principj della meccanica, e delle leggi di quella macchina detta *asse in peritrochio* essendo l'analogia, come la forza dell'acqua che cade sopra la palmetta in B alla resistenza del peso P, così CE a CB, e la forza dell'acqua in B valendo per il numero X. di questo la sezione dell'acqua nell'altezza AB, dunque essa sezione nella detta altezza alla resistenza del peso sarà nella ragione di CE a CB, e perciò la detta resistenza P in ragione composta della diretta della sezione, dell'altezza AB, e della BC, e reciproca della CE; il che ec.

XVII. *Coroll. I.* E perchè l'altezza AB sta come il quadrato della velocità, per tanto sarà la detta resistenza in ragione della sezione della CB, e del quadrato della velocità direttamente, e reciprocamente come la CE.

Coroll. II. E se si condurranno EA, e GH parallela all'orizzontale CB, sarà il peso o resistenza P in ragione composta della sezione, dell'altezza AB, e della AH direttamente, e contrariamente della BH: imperocchè per i triangoli simili essendo $EB : AB :: EC : BH$, sarà ancora $EB \times BH = AB \times EC$, ovvero $EC + CB : AB :: EC : CG$, e perciò il rettangolo $CE \times AB$ eguale a' rettangoli $CE \times CG$, e $CB \times CG$, e sarà ancora la differenza de' rettangoli $CE \times AB$, e

$CE \times CG$ eguale al rettangolo $CB \times CG$, e per conseguenza sarà CE eguale al rettangolo $CB \times CG$ direttamente, e reciprocamente ad AH, ed essendo la forza impellente dell'acqua eguale alla sezione, altezza AB e CB direttamente, e reciprocamente alla CE, sarà ancora eguale alla composta della diretta di detta sezione, altezza AB ed AH, e contraria CG, ovvero BH.

XVIII. Per poco poscia che la forza impellente dell' acqua sia maggiore della resistenza del peso P, resterà subito distrutto l'equilibrio, e la ruota dovrà girarsi attorno dentro C, e se il peso P fosse infinitamente piccolo rispetto a detta forza impellente, e la ruota sarà considerata come non grave, si rivolgerebbe con la stessa celerità, con cui discende l'acqua sopra della palmetta; vale a dire che se l'altezza AB, alla circonferenza della ruota fosse come r al q, e supponendosi col Mariotte, che l'acqua in discendendo percorresse di moto equabile, cioè con velocità inalterata ed eguale alla massima concepita nel punto infimo della caduta, 24 piedi in un secondo, se per l'altezza r si chiamerà n il tempo impiegato, sarà quello con cui si farà un giro intiero della ruota $\frac{tq}{r} = n$. Così per esempio essendo r di 12 piedi, cioè che l'acqua di moto accelerato cadesse da tal altezza, la circonferenza q fosse 80 piedi, sarebbe secondo le osservazioni di detto Mariotte $t = 1''$, e per conseguenza un giro della ruota succederebbe in sei secondi di tempo e due terzi.

XIX. In due ruote di egual raggio ma mosse da ineguali altezze di acqua, e con ineguali palmette, sarà la palmetta della prima ruota mossa dalla minor caduta di acqua, alla palmetta della seconda ruota mossa dalla maggiore caduta in ragione dimezzata composta delle rivoluzioni e peso della seconda, altezza della caduta dell' acqua e tempo consumato dalla prima, alla dimezzata delle rivoluzioni e peso della prima, altezza e tempo della seconda; imperocchè il numero delle rivoluzioni di una ruota è in ragione diretta del tempo e dell' impressione, che vi pratica l'acqua, e reciproca del peso della macchina da muoversi, onde sarà per le due differenti ruote (dicendo N (*tav.* 10. *fig.* 17.) il numero de' giri della prima BC, ed M quelli della seconda EF; il tempo della prima t; quello della seconda T; l'impressione della prima i, ed I quella della seconda) l'analogia $N : M :: \frac{it}{p} : \frac{TI}{P}$; ma l'impressione per il numero X. di questo vale $(BC)^2 \times AB$ per la prima, e $(EF)^2 \times DE$ per la seconda; dunque $N : M :: \frac{(BC)^2 \times AB \times t}{p} : \frac{(EF)^2 \times DE \times T}{P}$, ovvero $N : M :: (BC)^2 \times AB \times P \times t : (EF)^2 \times DE \times p \times T$, e perciò $M \times (BC)^2 \times AB \times$

43

$P \times t = N \times (EF)^2 \times DE \times p \times T$, cioè $EF : BC :: \sqrt{(N \times DE \times p \times T)} : \sqrt{(M \times AB \times P \times t)}$; il che ec.

XX. *Coroll. I.* Se i tempi, e le cadute dell'acqua saranno eguali, sarà la sezione DE in diretta ragione composta della sezione BC, de' giri di DE, e del peso P, e reciproca de' giri di BC, e del peso p.

Coroll. II. Ed il peso p al peso P, sarà in ragione composta delle rivoluzioni di DE, e della sezione BC, al numero delle rivoluzioni di BC, e della sezione DE, ovvero in ragione diretta del numero delle rivoluzioni di DE, e reciproca della sezione di essa DE, al numero delle rivoluzioni di BC, e reciproca della sezione BC.

Coroll. III. Onde il peso P sarà in ragione composta del peso p, del numero delle rivoluzioni di BC, e della sezione DE e contraria del numero delle rivoluzioni di DE, e della sezione BC.

Coroll. IV. Conosciuto però il peso della macchina prima di aggiungerseli nuovo peso, note le sezioni ed il numero de' giri, sarà pur conosciuto il peso che gli verrà aggiunto, il quale se si nominerà Q, EF, x; BC, e; sarà $P = p + Q$, onde $Q = p \times \left(\frac{N}{M} \times \frac{xx}{ee} - 1\right)$: quindi se si supporrà $p = 4000$, $N = 4$, $M = 3$, $xx = 144$, $ee = 100$, sarà $Q = 3680$, e perciò $P = 7680$.

Coroll. V. E se i pesi fossero ancora eguali, sarebbe il numero delle rivoluzioni, come le aree delle palmette percosse dalle sezioni dell'acqua, e vicendevolmente date le aree o sezioni non potrà rimaner ignoto il numero delle rivoluzioni.

XXI. Consistendo nel giro delle ruote più o meno celere, tutto ciò, che concerne la meccanica degli edificj, non sarà se non di profitto il cercare le possibili facilità per ottenere tali movimenti, ed ogni altro vantaggio sì per l'accrescimento della forza dell'acqua, sì per la diminuzione delle resistenze delle macchine, ond'esso movimento si venga il più che si può ad accrescere. Sostenuta per tanto che sia l'acqua a quell'altezza, che non sia pregiudiciale alle vicine campagne, o ad altri edificj superiori, se ve ne fossero, si forma quel canale detto volgarmente *Gorna* di una figura piramidale tronca, a motivo di restringerla qualche poco nel sito ove l'acqua ha da percuotere la palmetta della ruota, mentre accrescendosi con ciò la velocità dell'acqua, nella ragione inversa delle sezioni del rimanente del canale, si venghi anco ad aumentare il di lei moto di maniera, che se questo fosse di un sesto più largo all'entrar dell'acqua, che al sito ove l'acqua fa l'impressione su la palmetta, oltre dell'incremento della velocità a cagione della maggior caduta, che acquista a misura dell'accostarsi ad essa palmetta, restarebbe, come è noto, accresciuta ancora la detta velocità di un sesto di quella

all'ingresso, ove cioè la caduta ha l'origine, supposto però che sempre si conservasse da per tutto la stessa altezza dell'acqua nel canale della *Gorna*; contuttociò ancorchè questa restasse in qualche parte alterata, nientedimeno quando la sezione resti più augusta, sarà sempre accresciuta la velocità, e con questa il momento dell'impressione.

XXII. Riputando che la curva della brevissima discesa de' gravi, quando fosse posta in pratica nell'affare degli edificj, possa ad essi procurare non poco vantaggio, se ne darà quivi l'idea ed il modo di servirsene a misura delle varie circostanze. Tal problema è stato sciolto da molti celebri Geometri; noi ci appiglieremo a quella soluzione, che viene registrata negli atti di Lipsia del 1697, e che è fondata sopra il principio fissato già dal Fermazio, dimostrato poscia dall' Ugenio, e dal Leibnizio intorno alla via brevissima, che di fare intende la natura nel far passar il raggio della luce da un mezzo men raro ad uno più raro, e come che si raccoglie dalle dimostrazioni di detti rinomatissimi Matematici, esser le velocità de' raggi nella ragione costante del loro seno d'inclinazione, ne proviene, che in un mezzo, che fosse di una variante densità in ogni punto di sua penetrazione, verrebbe esso raggio a formare la curva ADH (*tav.* 11. *fig.* 1.), nella quale prendendosi Dd, elemento infinitesimo di essa, come costante, e CB ordinata della curva AC, per una linea esprimente la velocità del grave, che cadesse lungo la curva AD, nel punto D sarebbe l'analogia $Dd : DE :: a : CB$ (prendendo bd infinitamente prossima e parallela a BE), dicendo però $AB = x$, $BD = y$, $Dd = ds$, $CB = u$, sarà $ds : dy :: a : u$, e $ady = uds$, ma $ds = \sqrt{[(dx)^2 + (dy)^2]}$, dunque $ady = u\sqrt{[(dx)^2 + (dy)^2]}$, e $dy = \frac{udx}{\sqrt{(aa - uu)}}$; e volendosi secondo l'ipotesi del Galileo $uu = ax$, cioè la curva AC una parabola conica, sarà $dy = dx\frac{\sqrt{ax}}{\sqrt{(aa - xx)}}$, ovvero facendo $a = 1$, $dy = dx\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{(a - x)}}$, che è l'equazione alla cicloide, come viene dimostrato nel predetto luogo dal chiarissimo sig. Bernoulli.

XXIII. Rimane, che a perfetta notizia di questa proposizione si dia anco il metodo di formare da punto a punto la cicloide stessa, su di cui poscia si abbia ad assestare il ricercato canale o gorna; per fare il che non ci allontanaremo da quanto nel detto incontro ha prodotto il sopra lodato sig. Bernoulli. Siano i due punti dati A e B (*tav.* 11. *fig.* 2.), per i quali debba passare la porzione di cicloide AFB. Si faccia dunque una cicloide AHD, che abbia la sua origine al punto A, e la cui base sia l'orizzontale AD, di poi si uniscano

i punti A, B, con la retta AB, che taglierà in C la descritta cicloide. Si faccia AC : AB :: GH diametro del circolo generatore della detta cicloide alla quarta proporzionale, che sarà il diametro del circolo generatore di un' altra cicloide, che cominciando pur essa in A passerà per B, e sarà la ricercata, se però sopra AFB sarà descritto il canale o gorna, l'acqua che per A vi entrerà, giungerà in B dentro il più breve tempo, rispetto di quello consumerebbe in discendendo per ogni altra curva posta e descritta fra i medesimi termini, non esclusa nè meno la linea retta AB.

XXIV. *Scolio*. Abbenchè generalmente debba esser vera la predetta analogia AC : AB :: GH : KI per determinarsi la ricercata cicloide, che passi per i due punti A, B, qualunque sia il sito di B, *b*, *b* ec. rispetto all' orizzontale AE, resta però chiaro, che il punto E cader mai non possa in questa, giacchè quivi il grave non si moverebbe per forza della propria gravità, dove nelle cicloidi, prescindendo dalle resistenze del mezzo, dovrebbe muoversi e percorrerla nel tempo più breve, che correr potesse qualunque altra curva posta fra essi due termini, e ciò atteso l' impeto concepito, allorchè arriva al punto infimo I, dove nella retta orizzontale, non potendo mai muoversi, nè concepire per conseguenza impeto alcuno, resta questa esclusa da ogni paragone. Non così per altro succede per le rette inclinate A*b*, A*b*, terminate fra i due punti I ed E, nelle quali abbenchè più tardamente, sono però percorse dal grave, ed il tempo per queste, al tempo per l' arco cicloidale, ha una sensibile e finita proporzione, ciò non ostante, ne' canali inclinati per dar moto agli edificj, convien far in modo sicchè l'arco AFB termini sempre di qua dalla metà della cicloide AFI, perchè l'acqua nel risalire non bene incontrerebbe la palmetta della ruota, nè anderebbe esente da resistenze tali, che potrebbero notabilmente ritardarla nel proprio movimento.

XXV. Se dunque il canale non deve scorrere oltre del vertice della cicloide I, sarà la AB, allorchè il punto B cada in I, la massima corda di detta curva, e per conseguenza l'angolo, che comprenderà coll' orizzontale AE, sarà il minimo nelle antedette circostanze; se però i due punti A, B siano collocati in modo, cosicchè la retta AB faccia un angolo o eguale o maggiore del detto minimo, allorà la cicloide si potrà descrivere per formare la gorna; che se l' angolo tale non fosse, converrà avvicinare di più il punto A alla perpendicolare KI, onde ottenersi l' apertura desiderata dell' angolo, ch' è lo stesso, come accorciare di qualche piccolo spazio la gorna o canale, perchè l' acqua possa per la strada cicloidale agire sopra della palmetta della ruota; il detto minimo angolo si trova essere di gradi 32. 28′, supposta la rettificazione della linea circolare, e che la

proporzione del diametro alla circonferenza sia come 113 a 355, il che si ricava nel modo seguente.

XXVI. Si dica il diametro $GH = 2a$, sarà l'analogia $113 : 355 :: 2a : \frac{710a}{113}$ eguale alla circonferenza intiera, il di cui diametro è GH; dunque mezza essa circonferenza, che per natura della cicloide è sempre eguale alla retta AG, sarà $= \frac{315a}{113}$, e quando C cada in H, sarà $\sqrt{[(AG)^2 + (GH)^2]} = AH$, ovvero AC, ed in numeri $= a\sqrt{\frac{177101}{12769}}$, ed essendo $AH : AB :: GH : KI$; se diremo $AB = AI = m$, sarà $a\sqrt{\frac{177101}{12769}} : m :: 2a : \frac{2m\sqrt{12769}}{\sqrt{177101}} = KI$. Se però supporremo che m sia il seno tutto, sarà questa KI, il seno del ricercato angolo per l'inclinazione del nostro canale.

	log. seno tutto	= 10. 0000000
	log. 2.	= 0. 3010300
	log. $\sqrt{12769}$	= 2. 0529253
		12. 3539553
ed il log. di $\sqrt{177101}$		= 2. 6241093
		9. 7298460

logaritmo che risponde prossimamente a gradi 32. 28′.

XXVII. Riconosciuta che sia la differenza dell'altezza, che corre fra i due punti A e B, computata nella perpendicolare, che dicasi p, sarà facile da rilevare la lunghezza massima, che in quella data altezza può avere il canale della Gorna, mentre nel triangolo rettangolo AKI, sarà come il seno di gradi 32. 28′, minima inclinazione della corda massima della cicloide alla XI (p), così il seno tutto alla ricercata AI, e prendendo i logaritmi, resterà sempre espressa per questa formola l. 10. 0000000 $+ lp$ — l. 9. 7298460, e supponendo per esempio $p = 40$ once, sarà AI = l. 11. 6020600 — l. 9. 7298460 = l. 1. 8722140 = 74 e mezzo in circa; onde la massima lunghezza della Gorna per detta altezza di 40 once di cadente, non potrà esser maggiore di once 74 e mezzo, cioè poco più di sei piedi.

XXVIII. *Coroll. I.* Quindi essendo 40 once la caduta ordinaria, che serve in grazia di esempio per far girare la ruota di un mulino, di quelli cioè che sono in uso nello stato Veneto, almeno di qua dall' Adige, non parlando di quelli a catino, che ricercano caduta assai maggiore, ne portando quest' altezza che la corda di piedi sei per la cicloide, che non è, se non uno scarso tratto, resta manifesto,

che quanto maggiore sarà l'altezza della caduta, rendendosi con ciò molto più sensibile la curvatura di essa cicloide, l'effetto sarà ancora più sensibile,

Coroll. II. E ne deriva ancora, che a misura che la caduta sarà minore, per supplirvi, si dovrà accrescere la mole dell'acqua, per ottenersi un'impressione sufficiente pel giro della ruota, ed allora l'arco cicloidale sarà con meno di saetta, e meno si scosterà dalla linea retta, dovendosi sempre (quando si voglia la cicloide per formar il canale) conservar per lo meno l'angolo compreso dalla corda e dall'orizzontale di gradi 32. 28′ come si è rimarcato al numero XXVI. di questo.

XXIX. Perchè la ruota in grazia di esempio di un mulino de' nostri, giri, e faccia buona macina, ho osservato costantemente, che l'acqua cader deve da 3 piedi in circa, nella sezione di un piede quadrato, mentre egli è ben vero, che in molto maggior quantità ne ristagna superiormente alle portine o buove, e sopra le loro soglie, ma le paradore non vengono alzate però, che per mezzo piede in circa da esse soglie; dimodochè essendo le medesime larghe per ordinario due piedi, o due piedi e mezzo, tal apertura non dà maggior sezione di acqua di un quadretto, o sia di un piede quadrato o poco più; bensì ogniqualvolta mancasse la detta caduta, converrebbe supplirvi con maggior quantità di acqua, per aversi un'impressione nella palmetta, che fosse più forte, e la necessaria celerità del moto della mancina dentro d'un dato tempo. Così parimenti quando l'acqua cadesse da maggior altezza, una minor quantità o sia sezione, farà un urto sufficiente nelle palmette, perchè le ruote ottenghino le loro convenienti rivoluzioni, osservandosi ne' mulini principalmente, che vengono detti a *Coppedello*, a motivo della forma a coppa delle palmette delle ruote per meglio ricever l'acqua, che supplendo alla scarsezza di essa la molta altezza da cui scende, girano con pochissima quantità di questa, coadiuvando a ciò, oltre il gran declivio e scesa dell'acqua, il gran raggio della ruota, e la forma stessa, come si è detto, delle palmette, destinate a ricevere l'impressione.

XXX. Se si volesse da varie altezze de' canali AB, AB ec. (*tav.* 11. *fig.* 3.) tutti terminati in C, come AC, AC ec. che le impressioni fatte sopra le respettive palmette CD, CD di una ruota fossero tutte eguali. S'intenda prodotta la CB indefinitamente verso K. Sia E la larghezza della palmetta della ruota; M rappresenti l'unità; indi si faccia E : M :: M*q* : N*q*. Prendasi poi BH = N, e si formi il quadrato BFGH; se per il punto G con gli asintoti AB, BK, resterà descritta l'iperbola Appolloniana HG, determinerà questa con le ordinate AI, AI ec. l'altezza della sezione dell'acqua, che cadendo dalle

respettive altezze AB, AB ec., e percotendo nelle palmette DC, DC ec. produrrà un' impressione da per tutto eguale, onde anche le rivoluzioni da per tutto succeder debbano eguali in numero dentro di un dato tempo; il che si dimostra, perchè essendo $E : M :: Mq : Nq$, sarà ancora il quadrato di N in ragione diretta del cubo di M, e reciproca di E; ma il quadrato di M per la natura dell' iperbola è eguale al rettangolo $AI \times AB$, dunque questo rettangolo sarà eguale direttamente al cubo di M, e reciprocamente ad E, ovvero il prodotto di E in $AB \times AI$, sarà eguale al cubo di M, o sia all' unità, e per conseguenza il detto prodotto sarà dato e costante, ma tal prodotto per il numero X. di questo, vale l' impressione dell' acqua sopra della palmetta, dunque ec.

XXXI. Per far uso della proposizione, figuriamoci, che battendo l' acqua in altezza di once 12 sopra della palmetta pur larga once 12, cada da un' altezza di 50 once, è manifesto, che sarà $AB = 50$, $AI = 12$, $E = 12$, e che l' impressione valerà 7200, e per tutti gli altri casi sarà $AI = \frac{7200}{AB \times 12}$; data dunque AB, non potrà essere ignota AI; come parimenti data la AI, sarà pur nota AB; ed in grazia di esempio, se AB fosse 36, per aversi un momento eguale, converrebbe che la AI, o sia l' altezza della sezione che percuote sopra della palmetta fosse 16 once e punti 10. E quando AB fosse 60, AI sarebbe once 10.

XXXII. Che se si voglia invariabile AB (*tav.* 11. *fig.* 4.), cioè l' altezza, dalla quale cade l' acqua, e variabile l' inclinazione di CA, poste le altre cose come sopra, abbenchè sembri che l' impressione medesima far si dovesse sopra della palmetta della ruota, nientedimeno, come che ciò accader dovrebbe solamente nel vuoto, e quando niuna resistenza patir potesse l' acqua nel discendere, così dove sono queste, la cosa deve andar altrimenti, e come che crescono le resistenze secondo la lunghezza del piano della scesa dell' acqua, si potrà per una specie di probabile ipotesi prender la detta impressione in ragione diretta della sezione e dell' altezza, e reciproca della lunghezza del piano della scesa predetta, cioè come $\frac{(DC)^2 \times AB}{AC}$.

XXXIII. Supposte le stesse cose, come nel numero antecedente; sia da trovarsi l' altezza della sezione, destinata ad urtar nella palmetta CD con una impressione sempre data, e costante in qualunque lunghezza di piano AC. Si produchi CB in F (*tav.* 11. *fig.* 5.), e si faccia $BE = AB = BF$; la larghezza della palmetta o sezione dell' acqua cadente sia M. Pongasi R (che può rappresentar l' unità)

ad AB :: $Mq : Pq$ (di cui P sia il lato) come pure $(P)^2 : 2(R)^2 :: R : Z = EG$, che se col diametro EF, e parametro $Z = EG$ si descriva l' iperbola EH, e dal punto C termine del piano inclinato AC si conduca l'ordinata CH, dinoterà questa l' altezza ricercata della sezione, con cui la palmetta in qualunque inclinazione del piano CA verrà egualmente urtata; avvegnachè per la natura di detta iperbola essendo l' analogia $EF : FG :: (BC)^2 + (EB)^2 : (CH)^2$, ed essendo $EG = Z$ ed in ragione diretta del doppio cubo di R, e reciproca del quadrato di P, e questo quadrato essendo in ragione diretta composta di AB, e del quadrato di M, ed inversa di R, sarà Z in ragione diretta composta del doppio cubo di R, e della semplice R, e reciproca pur composta del quadrato di M, e dell' altezza AB, onde sarà ancora $EF : \frac{2(R)^4}{(M)^2 \times AB} :: (BC)^2 + (EB)^2 : (CH)^2 :: (AC)^2 : (CH)^2$, e però sarà $\sqrt{EF} : \frac{RR\sqrt{2}}{DC\sqrt{AB}} :: AC : CH$, e pertanto $\frac{RR \times CA \times \sqrt{2}}{DC\sqrt{AB}} = CH\sqrt{EF} = DC\sqrt{EF}$, ovvero $RR \times CA \times \sqrt{2} = (DC)^2\sqrt{AB} \times EF$, e $RR = \frac{(DC)^2 \times \sqrt{AB} \times EF}{CA\sqrt{2}} = \frac{(DC)^2\sqrt{2(AB)^2}}{CA\sqrt{2}} = \frac{(DC)^2 \times AB}{AC}$, ma questa espressione per il numero antecedente vale l' urto dell' acqua nella palmetta ed è costante, dunque ec.

XXXIV. *Scolio*. Per far uso della proposizione precedente, è di mestieri determinare realmente un valore della quantità R, il che si farà col mezzo di uno sperimento per una data altezza AB, e per una data inclinazione CB, alzando cioè la portina di un edificio in modo, che urtando nella palmetta, etia per muovere la ruota senza però poterlo fare, il che succederà allora che l' impressione pareggi il resistere di essa ruota. Perchè dunque $DC = \frac{(R)^2 \times AC}{M \times AB}$, sarà ancora $(R)^2 = \frac{M \times DC \times AB}{AC}$ generale espressione per determinarsi esso R o sia l' unità. Se costerà dunque dallo sperimento che AB sia once 50; BC, 100; M, 12, e DC alzamento della portina sia $= 4$, sarà $(R)^2 = 21\frac{69}{111}$, onde $R = 4\frac{1}{2}$ prossimamente.

Facciasi $AB = 50 = CB$, diventerà y, o sia la $DC = 2\frac{1}{2}$, così basterà levar la portina a tal altezza, sicchè la sezione sia non più alta di once $2\frac{1}{2}$ perchè succeda l' equilibrio predetto con le resistenze; e se BC fosse 150, restando le altre misure come sopra, la DC diverrà in circa di once $5\frac{1}{2}$. Dal che assai manifestamente apparisce, che come il variar dell' altezza della cadente altera sensibilmente

l' altezza ricercata nella gorna o canale, così l' inclinare più o meno il piano di esso canale (conservandosi la stess' altezza, nella supposizione che l' urto o il momento debba esser sempre lo stesso) non ricerca grande differenza di altezza delle sezioni.

XXXV. La formola del numero XIX. di questo fornirà il modo di sapere quant' acqua in un edificio gli si debba crescere acciocchè abbia maggior forza, e faccia con la sua ruota dentro di un dato tempo un numero di rivoluzioni, che sia bastante al bisogno: così se in grazia di esempio un mulino faccia con la sua ruota otto rivoluzioni in un minuto d'ora, e se si volesse accrescere di due altre nel medesimo tempo, si prenda quella formola $EF = BC \sqrt{\left(\frac{M}{N} \times \frac{AB}{DE} \times \frac{P}{p} \times \frac{t}{T}\right)}$ (*tav.* 10. *fig.* 17.) in cui per esser dati i tempi, ed i pesi o resistenze, diverrà $EF = BC \sqrt{\left(\frac{M}{N} \times \frac{AB}{DE}\right)}$, nella quale EF è l' altezza della sezione ricercata, o sia l' elevamento maggiore della portina; $BC = 6$ sarà l' altezza della sezione, allorchè faceva li otto giri; $M = 10$, $N = 8$; $AB = 50$ eguale alla caduta dell' acqua, e DE l' altra altezza, quando si voglia accresciuta, e quando no, sarà $AB = DE$, e la formola $EF = BC \sqrt{\frac{M}{N}}$, adunque $= 6 \sqrt{\frac{10}{8}}$, che valerà poco meno di once 7, essendo il suo logaritmo 0.8266062, di modo che ogni qualvolta sarà accresciuta la sezione dell' acqua discendente per la gorna di once una in circa, dovrà fare le dieci ricercate rivoluzioni.

XXXVI. Succederà il maggiore possibile impeto dell' acqua discendente nel piano inclinato AC (*tav.* 11. *fig.* 6.) contro della palmetta della ruota EH*h*, il di cui centro O, ed il raggio OF, ovvero OC le palmette *hc*; quando l' inclinazione del piano AC sia tale, che uno de' raggi come OF essendo costituito orizzontalmente, un altro OC che corrisponda al termine C di detto piano, comprenda un angolo eguale all' angolo ACB; mentre producendo OF in D, saranno i triangoli ODC, ACB simili, e perciò l' angolo DCO eguale all' angolo CBA, e perchè questo è retto, come fatto dalla perpendicolare AB sopra l' orizzontale BC, l' acqua in discendendo per AC sarà per urtar la palmetta con la massima energia per quello appartiene a' piani rettilinei, e quando succeda lo stesso nel presentarsi ogni altra palmetta *hc* al punto infimo C, succederà ancora in tutte il detto massimo effetto. Perchè poi si è veduto, che facendosi la gorna cicloidale, l' acqua sarà per iscendervi con maggior forza, che per la retta; quindi se fatta tangente la AC di un arco cicloidale, che insista sopra la base A*a*, sarà fatta la gorna in tal modo che si verrà

ad ottenere il massimo possibile effetto, come dal numero XXIII. di questo facilmente si può dedurre; quando dunque si voglia costrutto il canale con questo metodo, l'origine sua dovrà avanzarsi da A in *a*, attesa la curvatura della cicloide.

XXXVII. Dati il punto A (*tav.* 11. *fig.* 7. 8.) origine del canale o gorna, l'altezza AB, ed il punto O centro della ruota, e data di posizione l'orizzontale BC, sia da determinarsi la lunghezza del piano AC, ed il raggio OC della ruota, di maniera che unendosi queste linee nell'orizzontale BC, formino un angolo retto OCA che abbia il vertice sempre in detta orizzontale, cioè in C, e ciò ad oggetto che discendendo l'acqua per AC faccia, sopra di OC la massima impressione rispetto ad un'altra che non sarebbe tale, ogni qualvolta esso piano AC non incontrasse in detto sito ad angolo retto la palmetta. Due sono i casi, ovvero che il centro O come nella figura 7. è più basso del punto A rispetto alla BC, ovvero più alto per rapporto alla medesima, come nell'ottava figura. S'intenda prodotta nella settima figura AO in Q sino a che tagli la BC prodotta, e nella ottava sia prodotta OA verso Q sino a che seghi CB prolungata dalla parte di B, e dal punto O in entrambi le figure, cada sopra la BQ la perpendicolare OR. Facilissimo è il modo di avere l'intento, e di trovare in un istante se non altro graficamente, la lunghezza del canale, e del raggio della ruota per una data posizione del centro di questa, nella data altezza da cui discender dovesse l'acqua a muoverla, bastando dividere la OA in due parti eguali in D, e fatto centro in questo punto, coll'intervallo DO, descrivere il semicircolo OCA, il quale o taglierà, o non taglierà, o semplicemente toccherà l'orizzontale RQ; nel primo caso del tagliarla o lo farà in due punti come in C, *c*, e dinoteranno questi le due radici dell'equazione BC, B*c*; ovvero lo taglierà in un punto solo, ed allora una sola ne avrebbe. Se poi non lo tagliasse, sarebbe segno dell'impossibilità del problema; e quando lo toccasse, ciò indicherebbe che le due radici saranno eguali, e che coincideranno in un sol punto. La dimostrazione dipende dalla natura dell'angolo nel semicircolo, imperocchè conducendo OD, AC, formeranno sempre l'angolo retto, dunque ec.

XXXVIII. Si conduca dal punto D (*tav.* 11. *fig.* 7. 8.) nelle due figure la perpendicolare DT all'orizzontale RQ, saranno i triangoli QBA, QTD simili, onde AQ : AB :: QD : DT; e però questa quantità sarà in ragion composta diretta del rettangolo $AB \times QD$, ed inversa di AQ, quindi se i due punti O ed A non disteranno fra di loro che del doppio di detta quantità, il circolo toccherà l'orizzontale, e le due radici si confonderanno in una sola; e se AO sarà maggiore della doppia quantità predetta, due saranno le radici che

soddisfaranno al problema, e se minore sarà impossibile, come che il circolo OcCA mai potrà tagliare l'orizzontale RQ. In oltre per la similitudine de' triangoli QRO, QBA sarà sempre OR la quarta proporzionale delle tre AQ, AB, GO, e la BR sarà parimenti la quarta proporzionale delle tre AQ, AO, QB dimodochè essa OR sarà eguale ad $\frac{AB \times QO}{QO \pm AO}$, e BR $= \frac{OA \times QB}{QO \pm AO}$, e perciò fra di loro saranno come AB $\times$ QO, ad OA $\times$ QB, ovvero come $\frac{AB}{OA}$, e $\frac{QB}{QO}$.

XXXIX. *Scolio*. Ad oggetto di avere il più facile uso della proposizione la ridurremo alle espressioni analitiche, dicendo per tanto AB $= a$, e BC $= x$: onde AC $= \sqrt{(aa + xx)}$, OA $= b$, OC $= z$; OR $= n$, BR $= m$, RC $= m - x$, sarà la formola $x = \frac{1}{2}m \pm \sqrt{\left(\frac{1}{4}mm + \frac{bb - aa - nn - mm}{2}\right)}$;

e $z = \sqrt{\left[\frac{bb - aa + nn}{2} \mp m\sqrt{\left(\frac{1}{4}mm + \frac{bb - aa - nn - mm}{2}\right)}\right]} =$ al semidiametro della ruota, come x dà la lunghezza della gorna, o canale.

Facendo perciò $a = 50$, $b = 150$, $n = 72$, ed $m = 148$, il tutto in once, sarà $bb = 22500$, $nn = 5184$, onde $bb + nn = 27684$, e $\frac{bb + nn}{2} = 13842$, dal qual numero detraendo $\frac{aa}{2} = 1250$, rimane $12592 = \frac{bb - aa + nn}{2}$. Parimenti essendo $\frac{1}{4}m^2 = 5476$, sarà $z = \sqrt{(12592 - 6364)} = \sqrt{6228} = 78$ once prossimamente, dimodochè il raggio della ruota dovrebbe essere piedi 6. 6, e tutto il diametro, compresa la palmetta piedi 13. L'altra radice darebbe 113, ma non potrebbe servire per le ruote dando un diametro per queste troppo esorbitante, e che darebbe ad esse un moto troppo tardo, e troppo breve il canale, che gli somministrasse l'acqua.

XL. Trovata l'inclinazione predetta del canale, se si volesse che questa divenisse tangente di un arco cicloidale nel punto C (*tav.* 11. *fig.* 9.), secondo il senso del numero XXXVI. di questo, in tal caso il punto A dovrà più avvicinarsi al centro O, durando però esso A nella medesima orizzontale. Per aversi ciò s' intendi prodotta BC in F, cosicchè FC sia sempre maggiore di AB. Per il punto F sia condotta EFG parallela ad AB, ed AG parallela a BF. Si faccia in appresso FD eguale alla quarta proporzionale a' quadrati BC, AB, ed alla semplice AB. Se da questo punto D sarà condotta DH parallela alla ACE, sarà il punto H nella circonferenza del circolo generatore

della cicloide, che toccherà la AC nel punto C, quando però HC sia eguale all'arco HLD, ed il raggio di esso circolo sarà eguale a $\frac{1}{2}$ GD = GO, mentre per la supposizione essendo $(BC)^2 : (GF)^2 :: GF : FD$, e per i triangoli simili ACB, FCE essendo pure $(BC)^2 : (AB)^2 :: (FC)^2 : (FE)^2$, sarà anche $(FC)^2 : (FE)^2 :: AB : FD$. Parimenti per i triangoli simili FHD, FEC, sarà $(FC)^2 : (FE)^2 :: (FH)^2 : (FD)^2$. Dunque $(FH)^2 : (FD)^2 :: AB : FD$, ovvero $(FH)^2 : FD :: AB : 1$ e $(FH)^2 = FD \times AB = FD \times GF$, dunque il punto H sarà al circolo, e sarà il generatore della cicloide DCI, che sarà toccata in C dalla retta ECA, essendo per la natura di tal curva EC parallela alla corda DH.

Che se HC sia maggiore, o minore dell'arco HLD, allora il punto F si dovrà determinare nella retta FC (arbitraria di lunghezza) talmente distante da C, di modo che la HC venghi a riuscire eguale al predetto arco DLH, il che se non altro trascendentemente si potrà ottenere, ed in pratica basterà anche di conoscerlo per punti e graficamente.

XLI. *Scolio I.* Dovendosi determinare il punto I alla base della cicloide, o sia al cominciamento del canale ICD, supponendo come di sopra AB di 50 once, BC di 137, sarà $FD = \frac{(AB)^3}{(BC)^2} = \frac{125000}{18769}$, ed $FH = \sqrt{GF \times FD} = (\text{l. } 1.2620192) = 18$, onde $DG = 50 + \frac{125000}{18769} = \frac{1063450}{18769}$, e $GO = \frac{531725}{18769} = 28\frac{1}{3}$, ed essendo l'arco $DLH = FH + \frac{(FH)^3}{4(GO)^2} + \frac{3(FH)^5}{40(GO)^4} + \text{ec.} = 18 + 1\frac{1}{4} + \text{ec.} = \frac{77}{4}$, onde $GA = FH + HC + CB = 18 + \frac{77}{4} + 137 = 174$ in circa. Successivamente la ragione del diametro alla circonferenza, essendo come 113 a 355; se si farà $113 : 355 :: \frac{1063450}{18769} : \frac{1063450 \times 355}{18769 \times 113}$, il di cui log. 1.9508116 dà 89 prossimamente, onde $AI = AG - GI = 174 - 89 = 85$, e di tante once il punto I avrebbe ad essere distante dal punto A.

XLII. *Scolio. II.* Egli è per altro vero, che se noi condurremo l'acqua per l'orizzontale AG sino in I, quivi giunta, se sarà lasciata in sua libertà, essa in vece d'incamminarsi lungo il canale cicloidale, formerà una parabola, con la concavità verso di AB onde in tal guisa non si verrebbe ad ottenere l'intento di farla discender nel tempo brevissimo da I a C. Per ovviare al che, e per obbligar ess'acqua a discendere, e calcare l'arco cicloidale IC, converrà per un terzo incirca chiudere esso canale dalla parte della ruota, cosicchè

venghi a riuscire invece di un canale aperto, una gorna chiusa. Potrebbe taluno qui ricercare, perchè piuttosto la curva parabolica, che cerca la natura di formare, che la cicloidale che sfugge di descrivere, sia quella del maggior momento, se l'acqua, come ogni altra cosa naturale, procura sempre di produrre i suoi effetti per la strada più compendiosa. Si risponde, che nel descrivere la parabola, la natura non varia la legge costante della gravità, nè tampoco quella delle forze sollecitanti, che pur esse in tal curva sono costanti; dove per descrivere la cicloide, deve in ogni punto di essa variarle: nel primo modo opera la natura con la simplicità a lei dovuta; nel secondo l'arte supplisce coll'alterare mediante questa curva, in ogni punto il grado delle forze moventi: perchè cospirino ad un massimo effetto.

XLIII. Intendasi EHh (*tav.* 11. *fig.* 10.) la ruota di un edificio; EF, HC, hc le palmette di essa ruota inserte perpendicolarmente alla tangente di ogni punto H, h presi a distanze eguali, e che prodotte passino per il centro O; CA sia il canale retto inclinato, che porta l'acqua a ferire dette palmette, ovvero il cicloidale Ca, cosicchè l'angolo OCA sia retto, perchè l'acqua possa esercitare sopra della palmetta la più vigorosa azione. S'intenda prodotta CH sino al centro O, e preso il punto T, ove cader si suppone la velocità media dell'acqua della sezione del canale o gorna, s'inalzi TI perpendicolare ad OEF orizzontale. Sia inoltre un'altra ruota concentrica RD con la prima, benchè non nel medesimo piano, ma in un altro a questo parallelo, e resti ben assicurata sopra dell'asse o fuso di essa, come appunto è quella de' mulini chiamata volgarmente lo *scudo*. All'estremità del diametro orizzontale RD penda il peso P attaccato alla corda RP, e la forza dell'acqua raccolta contro del punto T sia precisamente tanta, quanta si ricerca, perchè il detto peso resti con essa forza in un perfetto equilibrio. Perchè dunque il centro dell'impressione succede nel punto T del raggio OC, egli è lo stesso, come se questa forza venisse applicata perpendicolarmente contro il punto I del braccio della leva SOF, come resta noto dalle meccaniche; così dicendo l'impressione i il peso $P = p$; $AB = a$; $BC = x$; i triangoli ACB, OIT sono simili, mentre se sarà concepito, che il punto T cada in C, saranno gli angoli OCA, ECB retti, e levando il comune angolo ICA, resterà l'angolo OCE eguale all'angolo ACB, e gli angoli in I e B sono retti, sarà perciò AC : AB :: OC : OI, e dicendo $OC = d$, sarà $\sqrt{(aa + xx)} : a :: d : \frac{ad}{\sqrt{(aa + xx)}} = OI$, ed $OD = c$, onde per la ragione dell'equilibrio avremo $p : i :: \frac{ad}{\sqrt{(aa + xx)}} : c$, e l'equazione $p = \frac{aid}{c\sqrt{(aa + xx)}}$.

XLIV. Valendo il peso P lo stesso che la resistenza della ruota nel volgersi intorno al proprio asse, ne proviene, che se nella formola precedente in vece dell'impressione connotata con la i, sarà sostituito il valore della medesima indicato al numero X. di questo, sarà pur cognita essa resistenza, cioè $p = \frac{da}{c\sqrt{(aa+xx)}} \times eya$, dicendo ey per lo num. XXX. la sezione del canale, ed a l'altezza, da cui cade l'acqua, onde si avrà $p = \frac{aadey}{c\sqrt{(aa+xx)}}$, interpretandosi poi p non per il peso (come si è notato) ma per la resistenza al muoversi, se si farà talmente alzare o abbassare la portina, da cui esce l'acqua per dar il moto alla ruota, onde la sezione ey determini precisamente la forza dell'acqua a restarsi in equilibrio con la detta resistenza p, si ricaverà il valore di questa, e quando fosse alzata ancor maggiormente la y, o sia la portina, valerà tal alzamento a dar maggior forza sopra di detta resistenza, ed a far rivolgere per conseguenza con maggior celerità essa ruota. Lo stesso si potrebbe ancor ottenere col ridur variabile la e, o sia la larghezza del canale, ma ciò porterebbe troppo imbarazzo per lo sperimento, viene però qui considerata come solamente alterabile l'altezza y della sezione, a motivo di bilanciarsi con la resistenza, e di cui si è detto, dovendosi avvertire di regolar in modo l'uscita dell'acqua dalla gorna, che per pochissimo che venisse accresciuta, subito la ruota ricevesse, benchè tardamente il moto, acciocchè fra il potersi, ed il non potersi muovere si raccolga il vero prossimo valore di y.

XLV. Volendosi lo sperimento, per rilevare effettivamente, quanta sia la resistenza, che fa la macchina rispetto all'impressione dell'acqua, niuna altra cosa parmi più adattata, che come si è detto nel numero antecedente, accomodare l'alzamento della portina alla sola altezza, che venghi a non muovere la ruota, ma che per poco, che sia accresciuta la detta altezza, possa, benchè tardissimamente, girare, il che quando succeda, si avrà assai da vicino il valore della reazione, che soffre l'acqua a causa delle resistenze della macchina. Si supponga dunque, che sia aperta la portina in modo che cadendo l'acqua per la gorna AC, non faccia in questa maggior altezza di once 2, onde sarà $y = 2$; sia $a = 50$, $d = 78$, $e = 12$, $c = 30$, ed $x = 137$, e per tanto la formola del numero antecedente diverrà $p = \frac{509 \times 78 \times 12 \times 2}{30\sqrt{21269}} = 1346$, e tanto valeranno le resistenze della macchina, quando restino con la detta forza in equilibrio nella supposizione de' predetti diametri della ruota, dello scudo e dell'altezza dell'acqua, che a muovere discende: posto il che, se

si concepirà poter variarsi o i diametri delle ruote, o l'altezza dell'acqua, o l'inclinazione del piano, per sapere in tal caso l'altezza da darsi all'acqua nel canale, perchè si ottenghi in altre circostanze il predetto equilibrio, sarà a norma della prima osservazione che chiameremo radicale $y = \frac{1346 c \sqrt{(aa + xx)}}{aade}$.

XLVI. Rilevata che sia la precisa resistenza di una ruota per reggere e contrapporsi agli sforzi dell' acqua, sia adesso da indagare la forza con cui l'acqua gli può dare una determinata velocità dentro un dato periodo di tempo. Sarà questa, quando restino invariati i diametri delle ruote, l'altezza dell' acqua ed inclinazione del canale, come $\frac{aadey}{c\sqrt{(aa + xx)}} - 1346$, se quest'ultimo numero faceva l'equilibrio, e se l'altro esprime la forza da esercitarsi dall'acqua contro delle palmette: ovvero perchè nella supposta sperienza, y fu fatto eguale a 2, e adesso si deve lasciare indeterminato per abbracciare tutti i casi possibili, sarà come $673y - 1346 = \frac{1}{2}y - 1 = \frac{y-2}{2}$ eguale alla ricercata forza d' impressione.

Suppongasi poi di aversi osservato, che alzata la paradora per once due di più di quello era nel caso della sperienza, faccia cinque giri in un minuto primo d'ora, sarà l'analogia $2 : 5g ::$ (cioè cinque giri, dinotando la lettera g il giro, e non già quantità alcuna) $\frac{y-2}{2} : ng$ (dicendo ng il uumero delle rivoluzioni che si faranno dentro del medesimo tempo, alzando la paradora a $\frac{y-2}{2}$), onde si ricava $y = \frac{4ng + 10g}{5g}$.

XLVII. *Scolio*. Supponiamo di volere, che la nostra ruota faccia in un minuto primo, dieci rivoluzioni, sarà dunque $n = 10$, ed y diverrà $\frac{50}{5} = 10$, ma nell'altezza della paradora di once due, la ruota per l'osservazione non si muoveva, per tanto converrà crescere once 8 di apertura per ottenersi i predetti dieci giri dentro il periodo di quel dato tempo. Parimenti se sole otto rivoluzioni si volessero in un minuto primo sarà $y = 8\frac{2}{5}$, e per conseguenza levandosi once 6 e due quinti di più delle once due la paradora, farà la ruota le ricercate otto rivoluzioni.

Vicendevolmente se data l'altezza della paradora dalla soglia, si vorrà sapere quante rivoluzioni sia per fare la ruota dentro il tempo

dato v. g. di un minuto, sarà $n = \frac{5gy - 10g}{4g}$, supponendo cioè n incognita ed y cognità. Sia per esempio $y = 9$, cioè sia levata la paradora più delle due once necessarie per l'equilibrio fra la forza, e le resistenze, once 7, sarà sostituendo il numero di 9, $n = \frac{35}{4} = 8\frac{3}{4}$, cosicchè per tal altezza farà in un minuto primo otto rivoluzioni e tre quarti, e se $y = 7$, sarà $n = \frac{25}{4}$; cioè il numero delle rivoluzioni sarà $6\frac{1}{4}$.

XLVIII. Siano da trovarsi i vantaggi e facilità, che danno le ruote, timpani, e rocchelli per muovere i pesi. La ruota CBE (*tav.* 11. *fig.* 11.) un'altra ne' porti CAD concentrica, da cui penda il peso R, e dalla più grande il peso P, cosicchè questo faccia la figura di forza movente, e quello di resistenza. È manifesto che quando stiano essi in equilibrio sarà P : R :: CA : CB, onde $R = \frac{P \times CB}{CA}$, che però quanto minore sarà CA o sia il raggio della piccola ruota o timpano FAD, tanto più facilmente sarà superata la resistenza, sminuendosi questa allo sminuirsi del raggio CA. Intendasi poi tolto il detto equilibrio fra la forza e la resistenza, dimodochè quella prevalga a questa, e sia ridotto il punto della ruota, che era nell'orizzontale FB ad essere in D, nel qual movimento si sono descritti gli archi simili BE, AD, i quali saranno come le strade fatte dalla forza e dalla resistenza antedetta, cioè come le Pp, Rr, e queste strade saranno parimenti come i raggi respettivi, di modo che anche allora, che un intiero giro sarà compito, la lunghezza di questo nella ruota maggiore BC, alla lunghezza di quello nell'altra ruota AD, sarà come i raggi, e nel medesimo tempo compiendosi le dette rivoluzioni, saranno anche fra di loro come le velocità, e queste come i detti raggi, cioè la velocità della maggiore, a quella della minore come CB a CA, oppure come CB a FA.

XLIX. Nel girarsi delle ruote concentriche CAD, CBE due cose contrarie pare che succedano, la prima che il moto della CAD è più veloce a misura che CA è maggiore, la seconda che la facilità del vincere la resistenza e del vieppiù animar l'edificio, si ottiene quanto più CA è minore di CB, come dal precedente numero agevolmente si può rilevare. Per aversi dunque e il maggiore possibile moto, e la maggior facilità converrà che CA sia eguale alla metà in circa di CB, temperandosi in tal lunghezza di raggi le predette due azioni vincendevolmente coll'accrescersi il moto, senza perdersi il vantaggio di vincere nel miglior modo possibile la resistenza; contuttociò nello stabilire il diametro della ruota CAD rispetto a quello della CBE, devesi oltre alla detta regola aver riguardo alla forza

destinata a muovere la macchina, essendochè se scarsa sia, converrà tener il timpano di minor diametro, e se abbondante, di maggiore.

L. *Scolio.* Vittorio Zonca ingegnere Padovano di non oscuro nome nel principio del secolo XVII. nel suo Trattato, che intitola *Teatro delle macchine*, determina per i mulini fabbricati sopra de' Sandóni, che sono due barconi che sostengono l'edifizio del mulino collocati nella corrente di un fiume come Po, Adige, o qualunque altro fiume di molta larghezza, e di molte acque, determina dico per questi, che il diametro della maggior ruota sia di 12 in 14 piedi Veneti, e quello del timpano CAD di piedi 5 once 3. E ne' mulini, ch' ei chiama terragni, quelli cioè che stanno fabbricati in terra, ed hanno il moto de' condotti particolari tirati a posta per il giuoco dell' edificio, vuole il diametro della ruota grande come sopra, ma allo scudo o timpano dà il diametro di cinque in sei piedi; in quelli poi, detti a *coppa* o *copedello*, fa la ruota di 16 in 20 piedi di diametro; lo scudo di sette e mezzo. Dal che apparisce, che come in queste misure vi è la sua latitudine, così convien lasciare in libertà l'ingegnere di adattarle al bisogno ed alle circostanze; come avrà poscia ad usar molta diligenza nella scelta de' legnami, e nella perfetta conformazione di tutte le parti dell' edificio, perchè i tanti impedimenti che nascono dalla connessione di tanti materiali, resistono al moto il meno che sia possibile.

LI. Sia da investigare il valore che ha la potenza, sopra della resistenza in una macchina a ruote combinate in varie guise, come per esempio in quella XC (*tav.* 11. *fig.* 12), che debba esser mossa dall'acqua, la qual ruota ne abbia una concentrica e stabile BF, e questa facendosi dentata nella sua circonferenza, ne muova un' altra FYS pur dentata, la quale ne abbia un' altra concentrica DM, che seco lei stabilmente giri. Se questa sarà dentata, e ne muova un' altra parimente dentata MZ, a cui sia affisso il timpano S, dal quale dipenda il peso V, sarà la potenza per girare A alla resistenza V nella ragione composta della diretta dell' impressione che farà l'acqua sopra della palmetta di detta ruota XC, o di ciascuno de' raggi delle ruote maggiori, e reciproca di ciascun raggio delle minori, o siano di quelle concentriche, che con le maggiori contemporaneamente si girano, e ciò qualunque sia il numero di esse ruote, che nel caso presente si vogliono supporre tre maggiori, ed altrettante minori concentriche. Si dica P l'impulsione dell' acqua che si fa sulla prima per porla in movimento; R sia la resistenza che proverà in movendosi la ruota BF, che fa la figura di timpano, che ne' mulini si direbbe, lo scudo. Sarà dunque, secondo i principj della statica, $P : R :: BA : AC$, ed $R = \frac{P \times AC}{BA}$, il qual valore rispetto al moto

della ruota FY deve considerarsi come la potenza rispetto all' altra ruota da muoversi, e sia Q la resistenza che ha essa ruota, onde l' analogia $\frac{P \times AC}{BA} : Q :: ED : DF$, e l' equazione $Q \times ED \times AB = P \times AC \times DF$; e $Q = \frac{P \times AC \times DF}{ED \times AB}$. Parimenti questo valore rispetto alla ruota MZ dev' essere considerato come la potenza che muover deve la terza ruota, e sarà perciò l' analogia $\frac{P \times AC \times DF}{ED \times AB} : V$ (dicendo V la resistenza del timpano TS) :: TS : MS, quindi finalmente si ricaverà $V = \frac{P \times MS \times DE \times AC}{TS \times ED \times AB}$, ed in tal modo per qualunque altra ruota che vi fosse, ma MS, DF, AC sono i raggi delle ruote maggiori, e TS, ED, AB quelli delle minori, dunque ec., in oltre perchè i raggi stanno come i diametri, e questi come le periferie, sarà pertanto la detta resistenza ancora nella ragione composta delle periferie delle ruote maggiori direttamente, e dell' impulsione dell' acqua, e reciprocamente come le periferie delle ruote minori, e così per qualunque combinazione di numero di ruote.

LII. Tra le bisogna delle macchine, una delle più considerabili si è quella di accelerare il moto dell' intima ruota, e renderlo più veloce, come in grazia di esempio ne' mulini, ne' quali si deve ridurre la mola ad un moto sì celere, che vaglia a ben triturare il grano, altrimenti molto imperfetto sarebbe esso mulino. Ne daremo l' artificio, descrivendolo sopra di un solo piano, abbenchè realmente star debba sopra diversi, non potendosi in altro miglior modo esporre un tal meccanismo. Sia HD (*tav.* 11. *fig.* 13.) la ruota che l' acqua o qualunque altra forza animata, o inanimata muover deve, e faccia questa dentro un determinato tempo un certo numero di rivoluzioni cioè ng (esprimendo g i giri, non quantità alcuna) ed altrettante, com' è noto, ne farà il suo timpano o scudo AG, fermamente annesso a detta ruota: sia condotta CABD dal centro alla circonferenza, e sia da ritrovarsi il raggio BI, tale, che descrivendosi il circolo AI, e questo facendolo dentato, come altresì dentato il timpano AG, ovvero questo dentato ed AI con bracciuoli a modo di un rocchello, secondo all' uso ordinario: faccia questo circolo AI i giri mg nel medesimo tempo che GA farà i giri ng. Perchè dunque le rivoluzioni delle ruote piantate in varj centri, sono come le vie corse, ovvero come i diametri o raggi reciprocamente; pertanto se si farà $ng : mg :: BI : CA$, sarà $BI = \frac{ng \times CA}{mg}$ formola, che dinoterà la larghezza da darsi al raggio ricercato perchè la ruota AI

faccia i giri mg nel tempo stesso che la sua corrispondente GA farà i giri ng.

LIII. *Scolio I.* Faccia la ruota girata dall' acqua dieci rivoluzioni in un dato tempo, e si ricerchi il diametro del rocchello BI perchè nel medesimo tempo egli ne faccia 80, sarà pertanto $ng = 10$, $mg = 80$, e sia CA il diametro del timpano; i di cui giri sono appunto tanti, quanti quelli della ruota maggiore HD, il di cui raggio CD. Sia CA di once 30, sarà $BI = \frac{30 \times 10}{80} = 3\frac{3}{4}$, onde tutto il diametro di esso rocchello si dovrebbe fare di once $7\frac{1}{2}$. Che se dato BC si ricercasse il numero delle rivoluzioni del rocchello, allora sarà la formola $mg = \frac{ng \times CA}{BI}$; sia $BI = 6$, ed il rimanente come sopra, sarà $mg = \frac{10 \times 30}{6} = 50$, vale a dire, che esso rocchello con quel tal diametro, supposta la ruota, o timpano girarsi dieci volte in un minuto primo, farebbe 50 rivoluzioni.

LIV. *Scolio II.* La proposizione espressa nel numero antecedente per determinare i diametri de' rocchelli, com' è puramente teorica considerandosi i perimetri delle ruote, e la proporzione de' loro raggi, così sarà di molto profitto il ridurla alla pratica, coll' indicare il numero de' denti soliti inserirsi ne' timpani, e quello de' braccioli, che il rocchello costituiscono, e perchè pare assai a proposito la determinazione, che sopra alle macchine fa il Zonca predetto, trascriverò qui il preciso di lui sentimento, registrato a carte 16. dic' egli: *Dall' altro capo del Melo vi è il suo scudo o timpano, che si dica, di cinque piedi ed un quarto di diametro compartito da 54 denti, ed è da por mente, che volendosi far girar le muole a mano destra, si come è l' uso comune, e che il movimento della ruota, il corso dell' acqua, la facesse girar a sinistra; in questo caso si mettono i denti dello scudo, che guardino verso la ruota ed il rocchello, ovvero Inzegnon sarà collocato fra lo scudo e la ruota, ed esso averà sei tacche. Li denti delli scudi, e le tacche de' rocchelli si costumano compartir in tre maniere, secondo la diversità de' luoghi, cioè si compartono in 48 in 54 ed in 60, ed i rocchelli in 6 in 9 ed in 12 tacche, e in tal numero, che siano misurate dal numero di denti degli scudi. Ma quelli timpani di 60 si faranno in occasion che la ruota non avesse acqua abbastanza, ed all' incontro, se vi sarà gran copia di acqua si muterà il rocchello in un altro di maggior numero di tacche, e così con questo ordine si accresceranno, e minuiranno le forze secondo le occasioni ec.*

Dovendo poi aver la propria fermezza tanto i denti del timpano,

che quelli de' bracciuoli o tacche del rocchello, quando si dice di compartirli con maggior numero di denti, è da intendersi il farlo in modo, cosicchè possano reggere alla violenza del moto; parerebbe per altro, che accrescendo il numero de' denti, con il diametro del timpano, si venisse anzi a render minore il moto, secondo a quanto si è detto al numero XLVIII. di questo, e che perciò non si potesse verificare ciò che il Zonca afferma, cioè, che la divisione di 60 si faccia in caso di scarsezza di acqua, ma ciò devesi intendere perchè allora si ha molto più ad ingrandire anco i diametri delle ruote che sono immediatamente percosse dall' acqua, onde la resistenza potrà ancora facilmente essere superata.

LV. *Scolio III.* Sebbene i comparti per le ruote degli edifici fatti secondo a ciò che insegna il detto Autore, siano molto a proposito, non è però, ch'essi siano i soli che possano o debbano adoperarsi per le divisioni de' timpani, e de' rocchelli, potendosi questi variare in molte guise, bastando perchè il moto succeda, che il numero de' bracciuoli del rocchello, divida senza frazione quello de' denti del timpano, com'è stato notato; onde senza bisogno di fissarsi alli detti tre numeri di denti 48, 54 e 60, se ne possono prendere altri e minori di 48, e maggiori di 60, quando però abbiasi in riflesso che il numero non sia troppo basso, onde il rocchello riesca o di troppo minuto diametro, o di troppo grande; riguarda il primo la consistenza nel formarlo forte; il secondo la tardità, a cui anderebbe soggetto il di lui moto, mentre quanto maggiore, meno di fiate girerebbe nel tempo dato. Si potrebbe pertanto stabilire il minor numero de' denti dello scudo 40, e del rocchello 5, meno atti essendo 8 e 10 che misurano il detto numero 40, come che dove il 5 fa girare esso rocchello 8 volte nel tempo che lo scudo ne gira una, l' 8 non farebbe girare che 5, ed il 10 solo 4, cioè la metà della divisione fatta dal 5. Il massimo numero de' denti potrebbesi stabilire di 108 con 9 bracciuoli per il rocchello, e girerebbe 12 volte nel mentre che il timpano una volta girasse, ma il tardo moto delle ruote e maestra e del timpano a causa del gran diametro per un tal comparto, non darebbe per avventura tanta velocità quanta ne ricercherebbe il bisogno, nè vi essendo altri numeri sotto il 9 se non il 6, ed il tre che dividano 108, e tal numero di bracciuoli essendo il primo poco a proposito, ed il secondo del tutto inadattato al bisogno della macchina, per non dar fortezza opportuna, nè modo a' bracciuoli di riscuotersi con facilità da' denti, sarebbe il numero 9 il solo capace della ricercata divisione. Da tutto ciò chiaramente ricavasi, che come le massime generali possono indicarsi nel proposito delle macchine, così non possono stabilirsi quelle regole particolari, che siano a portata di tutti i casi, per fare il che si ricerca molto

discernimento nell'Architetto, destinato a sopraintendere alla costruzione delle macchine.

LVI. *Lemma I.* Se la CV (*tav.* 11. *fig.* 14.) rigida, il cui appoggio C da una delle sue estremità, e dall' altra V gli sovrasti il peso V; se s' intenderà in questo punto pressata da esso peso V, ed in qualsivoglia punto A, mediante la troclea B, a cui resta raccomandato il peso p, resti esso punto tirato verso B, dove la potenza V agisce in contrario senso del peso p, succederà sempre l' equilibrio fra queste due potenze, ogniqualvolta sia l' analogia CV : CA :: p : V, com' è ben noto per la statica, e per i principj generali della scienza delle forze applicate alle macchine. E perchè qui si suppone il punto A variabile per tutta la leva CV, pertanto ad oggetto che succeda l' equilibrio fra la detta potenza V, che agisce sopra il braccio dato e costante CV, ed il detto peso, dovrà questo considerarsi variabile, vale a dire, accrescerlo a misura, che si accosta a C, e diminuirlo a norma, che da esso punto C si allontana, onde la medesima forza o pressione V, potrà sollevare maggior peso, quanto CA è minore, e minor peso potrà alzare secondo che CA fosse maggiore, sino a tanto che cadendo il punto A in V, il peso p dovrà precisamente esser eguale alla potenza V, ed allora la leva niente aiuterà la forza movente.

LVII. Tali potenze però, distanze dall' appoggio, e momenti si possono rappresentare per le ordinate di una iperbola fra gli asintoti; cosicchè quando s' intenda CV (*tav.* 11. *fig.* 15.) eguale alla distanza della forza motrice all' appoggio, se dal punto V si ergerà la perpendicolare VF eguale alla potenza V, e dal punto C s' inalzerà CD parallela ad FV, e sia descritta l' iperbola Appolloniana GF, succederà che inalzandosi da qualunque punto A la AG, rappresenterà questa il peso, da appendersi dal punto A nella distanza CA della figura del numero precedente dall' appoggio, acciocchè con la potenza V formi l' equilibrio, dimodochè per poco ch' essa potenza venghi accresciuta ovvero AG diminuita, oppure la distanza CA, o si aumenti la CV, verrà esso peso mosso, il che tutto si ritrae dall' eguaglianza, che per la natura dell' iperbola corre fra i rettangoli $CV \times FV$ e $CA \times GA$, che rappresentano i momenti.

Corollario. Nasce da ciò, che CA non può esser maggiore di CV, e che facendo CA = 0, una potenza finita FV potrebbe equilibrarsi con un peso infinito, essendocchè in tal caso AG diverrebbe infinita; ed il peso infinito graviterebbe sopra lo stesso appoggio.

LVIII. *Lemma II.* Volendosi poi l' equilibrio quando venghi posto il peso p (*tav.* 11. *fig.* 16.) di là dall' appoggio rispetto all' estremità V, allora esso peso p in vece di tirare superiormente la leva, la premerà come in A, e sussisterà la medesima analogia, e

l'eguaglianza de' momenti $CV \times V = AC \times p$; onde per la costruzione di questo caso sia la VA prodotta dalla parte di A sino in R, cosicchè $CR = CV = a$, e fatta $Rf = V$ (*tav.* 11. *fig.* 17.) sia descritta l'iperbola gf fra gli asintoti DC, CR com'è stata descritta l'altra GF, e questa gf rappresenterà per le ag tutti i pesi nelle distanze Ca, come AG rappresenta i pesi nelle distanze CA, posta però una data e costante forza FV applicata in V, tutte le GA ovvero ga dinoteranno i pesi che gli saranno applicati nelle rispettive distanze CA, Ca, tanto essendo che l'appoggio si trovi di là dalle due potenze, che fra l'una e l'altra.

LIX. Sia la ruota di un edificio SEB (*tav.* 11. *fig.* 18.), il di cui centro C, le palmette contro le quali ferisce l'acqua siano fra le molte altre delle quali da per tutto va essa armata, Ss, Nn, RE, LF, PG, bB ec. e l'acqua cada normalmente contro di CG, attesa l'inclinazione del canale GX. Sia condotta GV perpendicolare all'orizzontale SCB, è manifesto che CV sarà il braccio della leva CB, a cui resterà applicata la potenza per muovere la ruota. Si figuri poscia questa ruota immersa nell'acqua stagnante NG per tutta l'altezza della palmetta HE, di quella cioè che riesce a piombo col centro C; sia da ricercarsi la resistenza che ritroverà al proprio moto per un tal impedimento, ovvero, il ch'è lo stesso, sia da trovarsi qual peso fosse da aggiungersi al timpano, oltre quello che rileva nel suo moto naturale, ed allora che la ruota niuna resistenza di acqua NG incontrasse. Siano condotti li raggi CF, CE, Cf, CN, entrando dunque nell'acqua (che supporremo morta, come supporremo la ruota mossa da un'altra potenza eguale a quella che imprimer gli potesse l'urto, come l'acqua corrente) stagnante la palmetta al punto G, viene obbligata dalla forza con cui è mossa a penetrare successivamente verso E, poi verso N, di modo che arriverà prima al sito OF, poi ad HE, indi ad fo, Nn, al qual termine pervenuta, uscirà dalla medesima il punto G, e la massima immersione succederà nella perpendicolare HE, e sarà sempre maggiore HE di OF, e di tutte le altre porzioni delle palmette immerse. Dal punto F sia condotta FA perpendicolare ad SB. Pare ragionevole il supporsi che il resistere, che ad OF farà l'acqua stagnante, esser debba come TF parte immersa, cioè secondo al seno del complemento dell'angolo d'inclinazione della palmetta rispetto alla perpendicolare CE, onde la TF può esser presa come il peso con cui la leva CV resterebbe spinta in su al punto A, ovvero essa TF dinoterà la potenza eguale alla resistenza dell'acqua nella positura OF della palmetta che solleverà il braccio CV, il di cui appoggio C. Così parimenti, allorchè la palmetta sia oltre di HE, come in fo, condotta la af, una forza eguale a tf premerà la leva VCa nel punto a in senso contrario

di quello faceva la TF nel punto A, onde resta verificato nella ruota così immersa, quanto si è esposto ne' due lemmi precedenti circa alle leve, ed a' pesi variabili in distanze pur variabili applicati ad esse leve mosse da forze costanti.

LX. Perchè nel giro delle ruote per la forza dell'acqua che urta in G la palmetta LF, allorchè trovasi nel sito F, la sua corrispondente sta nel sito *of*, pertanto i pesi, o siano le resistenze omologhe FT, *ft* agiscono nel medesimo tempo, come pure tutte quelle contenute in HEG operano contemporaneamente con tutte quelle contenute in NEH, onde il centro dell'azione di tutte insieme sarà nella linea CE. E se ben vi si attende, egli è lo stesso il concepire la resistenza al moto per l'immersione della ruota nell'acqua stagnante NG, o sia come viene volgarmente detto *per lo sguazzo della ruota*, come se questa fosse altrettanto greve di quanto porta il peso dell'acqua contenuto nel mistilineo NEGHN; quindi dato il punto H si darà ancora questo solido, e sapendosi il peso di un' oncia cubica di acqua si saprà ancora il peso di tutta l'acqua che resiste, dentro dello spazio formato dal detto mistilineo NEGHN, cosicchè dicendo c la larghezza della palmetta della ruota, $EH = x$, $CE = a$, essendo $HG = \sqrt{(2ax - xx)}$, sarà esso solido acqueo $= a + \frac{2ax - xx}{6a} + \frac{3 \times (2ax - xx)^2}{40a^3} + \text{ec.} = (a - x) \times c\sqrt{(2ax - xx)}$, e sarà la formola generale sino che EH o è minore o eguale ad RE. Che se EH sia maggiore di ER allora converrebbe levare dalla quantità suddetta il mistilineo compreso dall'orizzontale dell' acqua stagnante, e dall'arco corrispondente nRLP, non resistendo altro che l'acqua, in cui sono immerse le palmette, e non già tutto il corpo di ess'acqua, nella quale è immersa la ruota. In tali circostanze sarebbe d'uopo applicare il canale XG più alto, ed in maniera che l'acqua discendente rimanesse franca ed immune dall'annegamento, altrimenti molto si verrebbe a perdere dell'energia della caduta che resterebbe in molta parte tolta dall'acqua stagnante; tal applicazione però di forza, sarà sempre da darsi a livello in circa della piena, che può arrivare all'acqua inferiormente all'edificio, e sopra tal punto di applicazione si dovrà poi regolare l'inclinazione del canale.

LXI. Comecchè dunque tutte le TF rappresentanti i pesi o resistenze respettivamente a' punti corrispondenti A, molto meno decrescono di quello fanno le ordinate dell' iperbola, che si è considerata a' numeri LVII. e LVIII. di questo, così la potenza V sarà in istato di molto più valere rispetto ad esse, e dove faceva l'equilibrio nella reciproca delle distanze, non lo farà con le medesime, ma potrà, o

o non accrescendosi muoverle, o pur accrescendosi, tanto più sopra di quelle prevalere. Può V secondo a quanto ivi fu dimostrato, allorchè ha da muovere il peso HF, ch'è il massimo fra G ed N, farlo anco, se questo fosse infinito, onde tanto più fare lo potrà quando, come succede in questo caso, in vece che esso peso sia infinito, non sia che come HE finita. Tutte queste facilità però non è che contrapponghino alla molta resistenza, che per l'immersione o *sguazzo* può risentire il movimento della ruota, dovendosi molto calcolare, che al peso ordinario di essa venghi aggiunto virtualmente un peso come è il solido NEGN molto greve e resistente. Uno sperimento farà conoscere quanto rilevino questi impedimenti. Si dia lo *sguazzo* alla ruota da prima sino in h, il che si potrà ben fare o con l'arte, ovvero attendendo dal tempo che tale si rendi l'immersione, si calcoli il solido $fEFf$, riducendosi al numero del peso dell'acqua, indi osservisi le rivoluzioni, che sarà per fare la ruota in un determinato tempo, e siano queste espresse per mg (in cui g dinota come ne' numeri antecedenti il giro, non quantità alcuna) dipoi si attenda l'opportunità, che essa ruota abbia l'immersione maggiore della prima EH, e si calcoli come sopra il valore di tale *sguazzo*, notandosi parimenti le rivoluzioni che farà dentro del medesimo periodo di tempo, e siano ng. La differenza de' solidi $NfhFG$ sia $(Q)^3$, e, facciasi $(Q)^3 : ng - mg :: solid.\ NEGN : \frac{(ng - mg) \times solid.\ NEGN}{(Q)^3}$ quantità, che dinoterà le rivoluzioni nel caso della maggior immersione.

LXII. Siano due ruote CEG, FMH (*tav.* 11. *fig.* 19.) poste alla medesima altezza della superficie dell'acqua FH, cioè col centro nel medesimo punto C, e che abbiano l'immersione, o *sguazzo*, la grande quanto è DM, la più piccola quanto è DI, avranno queste eguali difficoltà a muoversi per tale impedimento, purchè siano mosse da forze eguali, ed abbiano eguali palmette per ricevere l'impressione dell'acqua. Si chiami $CD = x$, $CK = b$, $CI = a$, $CL = d$, $CM = c$, sarà $KI = a - b = c - d$ per la supposizione dell'eguaglianza delle palmette, e per la natura del circolo, essendo $DG = \sqrt{(aa - xx)} = Ca$, e $DH = \sqrt{(cc - xx)} = CA$, l'arco $GI = s$, e l'arco $HM = t$, sarà l'arco $KN = \frac{bs}{a}$, e l'arco $LO = \frac{dt}{c}$, onde la porzione della zona $KNGI = \frac{s}{2a} \times (aa - bb)$, e la porzione della zona dell'altra ruota $HOLM = \frac{t}{2c} \times (cc - dd)$, e come che queste zone rappresentano

le forze che resistono per lo *sguazzo* al moto della ruota, così si potrà concepire, che tal forza sia respettivamente applicata in R, r ec., come la forza dell'acqua corrente è applicata in G ed H e sempre costante ed eguale, che si dica u. Saranno dunque per l'equilibrio queste due analogie $\frac{s}{2a} \times (aa - bb) : u :: \sqrt{(aa - xx)} : \text{CR}$, e $\frac{t}{2c} \times (cc - dd) : u :: \sqrt{(cc - xx)} : \text{C}r$, ovvero $\sqrt{(aa - xx)} : \sqrt{(cc - xx)} :: \text{CR} \times \frac{s}{2a} \times (aa - bb) : \text{C}r \times \frac{t}{2c} \times (cc - dd)$, vale a dire momento a momento, come respettivamente le distanze Ca, CA, onde quanto maggiore è CA di Ca, tanto anche è maggiore il momento, o lo *sguazzo* in MH, di quello sia in IG. Niuna facilità dunque può dare agli edifici, che hanno lo *sguazzo*, l'accrescere per rimediarvi, il diametro delle ruote, quando il centro C de' fusi sia conservato nel medesimo sito, anzi per l'opposto, portando il maggior diametro maggior tardità di moto, ne nasce, che anco in parità delle dette resistenze, meno servirebbe la maggiore, che la minore ruota, se pure non si volessero variati tutti i comparti de' denti, ed altre circostanze.

LXIII. Sia da alzarsi il centro del fuso, o asse C al punto G (*tav.* 11. *fig.* 20.), di maniera che la ruota grande HFQ abbia la stessa immersione della minore MEL, perchè le palmette di entrambi le dette ruote siano eguali, e si supponghino i centri G e C nella medesima verticale FG; s' intendano condotte le LA, KI perpendicolari a CB, GH, ed i raggi GK, GQ, CM, CL; si chiamano $\text{CD} = x$, $\text{GC} = y$, sarà $\text{GD} = x + y = z$; $\text{GE} = d$, $\text{CL} = a$; EL arco $= s$. L'arco $\text{FK} = t$, $\text{GF} = c$, sarà per la natura del circolo $\text{DL} = \sqrt{(aa - xx)}$, e $\text{DK} = \sqrt{(cc - zz)}$. Nascendo poi, come consta da' numeri precedenti, tutto l'impedimento per l'immersione, dal peso dell'acqua in cui stanno profondate le ruote, nulla contribuendo a ciò l'antecedente numero, o il minore, o il maggiore diametro, per tanto ogni qualvolta le zone immerse siano eguali, avrà la maggior ruota precisamente tanta resistenza per lo sguazzo, al moto, quanto la minore, essendo però la zona della ruota minore $\frac{(aa - bb)}{2a} s$, e quella della maggiore $\frac{(cc - dd)}{2c} t$, sarà l'equazione $\frac{(aa - bb) \times s}{2a} = \frac{(cc - dd) \times t}{2c}$, ovvero $t = \frac{cs \times (aa - bb)}{a \times (cc - dd)}$, onde dato l'arco s, non potrà non esser noto anco l'arco t, e per conseguenza ove cader debba il punto K, avuto il quale, sarà dato ancora il di lui seno retto DK, ed essendo dato

anco il raggio della ruota GK, sarà nota la $DG = \sqrt{[(GK)^2 - (DK)^2)]} = z = x + y$, ovvero $y = z - x$; essendo però note le quantità GD, DF; z, x, sarà nota ancora $CG = y$, e per conseguenza il sito ove collocare il centro della ruota maggiore.

XLIV. *Scolio*. Sia $GE = c = 8$, $GO = 7 = d$, $CF = a = 5$, $CO = b = 4$, $s = 30$ gradi, onde fatto il calcolo si trova $t = 38^\circ.\ 48'$ per l'arco FK della ruota maggiore. Si faccia come il seno tutto $10000000 : 8 :: sen.\ 28^\circ.\ 48 : DK = 3\ \frac{8540296}{10000000}$ = piedi 3, once 10, e però $GD = \sqrt{[(GK)^2 - (DK)^2]}$, sarà $= \sqrt{7100}$ = once 84 prossimamente, onde $GD = 84 = x + y$, ma x è il seno verso dell'arco di gradi 30 per la supposizione, cioè 8660000, per tanto se si farà come 10000000 seno tutto ad once 60, raggio della ruota minore, così il predetto numero 8660000 al quarto; sarà questo il seno verso in once 51 $\frac{90}{100}$, o diciamo once $52 = x$, e per tanto $GD = 84 = 52 + y$, ovvero $y = 32$ prossimamente. Se dunque sarà alzata la ruota maggiore per once 32, o piedi 2, ed once 8, essa incontrerà la medesima resistenza per lo *sguazzo*, che avrà la minore, col vantaggio che sarà mosso l'edificio con un raggio maggiore, e per conseguenza con maggior facilità, abbenchè con qualche maggior tardità ne' suoi giri, attesa la maggior periferia di essa ruota.

LXV. *Corollario*. La GI però, o sia il braccio della leva, abbenchè sempre maggiore di CA, sarà però sempre minore della leva, che essa ruota maggiore formerebbe, se i due centri cadessero nel medesimo punto, secondo al senso del numero LXII.

APPENDICE AL CAPITOLO DECIMOQUARTO.

Intorno alla maggior perfezione delle macchine mosse dall' acqua.

I. 1. Noi abbiamo nel passato capitolo XIV. fatte varie considerazioni sopra le macchine, che vengono mosse dall' acque correnti, ma se ben vi si riflette, piuttosto in relazione alle resistenze, che esse soffrono nel muoversi, alle varie combinazioni delle ruote, che le compongono, e sopra tutto al modo più facile da imprimer loro il moto per animarle, giacchè la parte che riguarda l' attuale movimento delle medesime, la loro perfezione, ed il conoscere quando producano il maggiore effetto possibile, è stata già trattata e resa pubblica prima di adesso non che dal Mariotte, dal De la Hire, e da M. Parent, ma non ha molto che M. Pitot l' ha ridotta ne' varj schediasmi registrati nelle memorie della Reale Accademia di Francia

a norma degli stabiliti suoi principj a quel grado di chiarezza e di universalità, che dovevasi attendere dalla cognizione di un sì celebre matematico. Nè M. Bellidor ha tralasciato di promuoverla, sì nel riferire e ridurre a calcolo quanto in passato da' predetti nobilissimi Autori era stato prodotto, sì nel descriverci nella sua *Idraulica Architettura* tuttociò che può desiderarsi circa all'organizzazione delle macchine, e di quelle in ispecie destinate al comodo dell' umana vita, e con molta lode alle di lui meditazioni ha unito, ed il calcolo e la pratica, perchè ognuno se ne possa servire e con piacere e con profitto. Quindi ci basterà in questa Appendice sulle tracce de' lodati Autori di accennare brevemente le idee, che hanno avute, e farvi sopra qualche considerazione a maggior lume ed incremento di una materia cotanto necessaria.

2. Rilevasi da quanto ha pubblicato M. Pitot nel 1725, che egli circa al moto delle macchine stabilisce un principio, su di cui fonda ogni di lui calcolo in detto proposito, ed è, che in tutte le macchine il prodotto della potenza motrice (cioè della forza d' impulsione, che fa l' acqua contro delle palmette di una ruota, obbligandole a girare) nella velocità che possono acquistare esse palmette sia sempre eguale al prodotto del peso mosso dalla macchina nella di lui velocità, di modo che dicendosi x la velocità delle palmette, ridotte al loro vero moto, t la forza dell' impulsione antedetta, P il peso mosso dalla macchina, che in un mulino in grazia di esempio sarebbe la mola più il peso di tutto ciò che al moto può resistere, ed u la velocità di esso peso; sia sempre l'equazione $Pu = tx$ formola generale per il moto di tutte le macchine.

3. Per ottenere il valore dell' impressione contro della ruota, deesi prendere il quadrato del numero di que' piedi, che l' acqua valesse a percorrere in un secondo di tempo, dividendo tal numero per 56, numero fisso e costante, che si ricava dal supporsi, che un grave cadendo liberamente in aria, percorra uno spazio di 14 piedi in un minuto secondo, che poco più poco meno è la misura osservata in molti sperimenti fatti a tal fine da molti chiarissimi Autori; questo spazio poi deve esser paragonato con altro spazio che farebbe il detto grave, se sempre camminasse di moto equabile con la velocità invariata, che acquistato avesse nel fine della detta discesa, che però dicendo 14 lo spazio primo perpendicolare, z il secondo indeterminato, sarà l' analogia $14 : z :: 28^2 : 4zz$ per le leggi Galileane,

onde $z = \frac{28^2}{56}$; quindi se si dirà a il numero di piedi, che un grave avesse fatto, scendendo liberamente in un secondo di tempo, e la velocità acquistata nel fine di questo fosse poi quella equabile, che

attualmente avesse un fiume nel correre nel medesimo tempo di un secondo, sarà il prodotto $\frac{aa}{56}$, e valerà l' altezza di un solido, che averà per base la superficie della palmetta battuta, la quale nominandosi ss, sarà l' impulsione sopra di essa $\frac{aass}{56}$, che quando si voglia ridurre a peso effettivo essendocchè secondo qualche Autore 72 libbre di Francia sono contenute in un piede cubo di detta misura, sarà la detta impulsione $\frac{72 \times aass}{56} = \frac{9}{7} \times aass$, se $1 : 72 :: \frac{aass}{56} : \frac{72\, aass}{56}$.

4. Quando poi le ruote di un edificio sono arrrivate ad aver acquistato il vero loro moto, l' impressione sembra che non possa agire se non con la differenza della velocità dell' acqua sopra quella delle palmette, onde se quella verrà chiamata a questa x opererà con $a - x$, e perciò l' impressione o equivalente solido secondo a' calcoli di M. De la Hire dovrà esprimersi per $\frac{9 \times (a - x)^2 \times ssx}{7}$; perchè poscia non potrà mai la ruota velocitarsi quanto l' acqua destinata a muoverla, altrimenti l' impressione nulla opererebbe contro delle palmette, che si sottrarrebbero all' urto, senza che questo potesse mai agire, cercasi però il *massimo* effetto che in tali circostanze si può ottenere, col differenziare la detta formola, eguagliandola allo zero, e ne provengono due valori $x = a$ ed $x = \frac{1}{3}\, a$, il primo si rigetta, mentre darebbe eguali velocità dell' acqua libera, e dalla ruota, e si ritiene l' altro $x = \frac{1}{3}\, a$, onde si raccoglie che il *massimo* effetto dell' impressione succeder debba allora che la velocità della ruota sia eguale ad un terzo della velocità dell' acqua libera.

5. Ed essendo il detto massimo effetto per rapporto alla velocità della ruota $\frac{1}{3}\, a$, sarà $\frac{2}{3}\, a$ il residuo della velocità dell' acqua con cui percuote la palmetta, cioè sarà questa la forza respettiva; ma l' impressione sta come il quadrato della velocità, pertanto la forza motrice della ruota sarà come $\frac{4}{9}\, aa$, ed il prodotto di questa forza nella velocità del corpo mosso darà la quantità del moto, e sarà perciò $\frac{4}{27}\, a^3$.

6. Quando poi secondo a quanto insegna M. De la Hire si dividerà il quadrato della detta velocità rispettiva per il numero fisso 56, si avrà l'altezza del solido dell'acqua esprimente la forza dell'urto, e sarà $\frac{4}{9} \times \frac{aa}{56} = \frac{aa}{126}$, e facendo, come al numero 3, la superficie percossa della palmetta ss, si avrà $\frac{aass}{126}$ per il valore di detto solido

di acqua in piedi cubici, che moltiplicato per 72 (peso come nel medesimo numero del piede Regio cubo) diverrà $\frac{72 \times aass}{126} = \frac{4}{7} \times aass = t$, onde la formola di M. Pitot, $tx = Pn$, quando $x = \frac{1}{3}\, a$ per il caso del *massimo* si cangerà in $\frac{4a^3 ss}{21} = P\, u$, che si fa servire per ogni moto delle macchine animate dall' acqua corrente; conosciuto però che sia o il peso P, o la velocità u, o la superficie della palmetta percossa, o finalmente la velocità dell' acqua corrente, tutto il restante della formola sarà agevolmente noto, e potrà esser determinato.

7. Il merito del ritrovato, su di cui si fonda quanto qui si è esposto per conoscere la perfezione del moto delle macchine viene attribuito da M. Bellidor a M. Parent esprimendosi a car. 248. *dell' Architettura idraulica: Che tale scoperta deve essere riguardata come una delle più importanti: che siansi fatte nelle scienze e belle Arti, dacchè queste sono state poste sopra il piede in cui si trovano al presente*, e di doversi considerare come una cosa delle più interessanti di tutta la meccanica, e delle più utili, sì per la privata, che per la pubblica economia.

II. 1. Parendo pure a noi utile ed elegante la scoperta di M. Pitot, e quanto in conseguenza di questa è stato prodotto da M. Bellidor, abbiamo voluto assicurarsi della verità della proposizione, quando sia universale, assoggettandola a qualche sperimento di quelli, che fra i molti nel particolare del moto delle ruote de' Mulini, abbiamo in varj tempi fatti, avendone fra questi scelti alcuni, che con tutta l' esattezza furono praticati del 1721 ai 20. di Giugno sopra le acque della Tergola, fiumicello del Padovano. Stanno piantati questi mulini non lungi da quel canale detto propriamente *taglio di Mirano* al sito chiamato volgarmente i *Mulinetti*. A questo edificio dunque fatta dar l' acqua nella più giusta quantità coll' aprir le portine ora di uno, ora di un altro di que' mulini, trovandosi il canale, che la somministrava alle misure ordinarie della sua acqua, fu osservato quanto qui fedelmente sarà registrato.

2. Fatta chiudere la bastarda, ed aprire due delle portine maestre acciocchè macinassero nello stesso tempo due mulini, fissato prima un segno ben visibile in una delle palmette della ruota del primo di essi, di quello cioè che rimane più verso del sostegno e contiguo al ponte di pietra che traversa il canale, avendo preso un orologio a minuti, si notò diligentemente che in sei minuti primi in punto, la ruota grande mossa dall' acqua fece 40 giri, avendo dessa un semidiametro di piedi 6. 7. 6 di misura Veneta.

3. Parimenti posto il medesimo segno alla ruota del secondo mulino, ch' è collocato più verso il taglio, macinando sempre due mulini, come di sopra si è detto, fu osservato che nel tempo di altri sei minuti, girò la ruota maestra 57 volte, avendo questa un raggio di piedi 6. 4. 4.

4. Fatto poi lo sperimento nel primo mulino verso del taglio, fu trovato, che nel tempo predetto delli sei minuti, girò la ruota non più di 36 volte, essendosi asserito da mugnai, che le mole di questo edificio erano state di recente battute, e che però erano in qualche parte ritardate nel loro moto per tal cagione, dove le mole degli altri mulini non erano state battute da molti giorni; il semidiametro di questa ruota fu trovato di piedi 6. 2. 4.

5. Finalmente fissato il segno al secondo mulino verso il sostegno, questo nelli detti sei minuti girò la sua ruota 46 volte, e misurato il semidiametro di essa, fu trovato di piedi 6. 4. o.

6. Fatto il calcolo per lo sperimento del primo mulino col rilevare in piedi ed once la circonferenza della maggiore ruota, si è trovato, che se l' acqua destinata ad urtare nelle palmette, fosse camminata di pari passo col moto osservato nel giro di essa ruota, avrebbe fatto in un' ora piedi di Francia 17322. Cadeva l' acqua da piedi 3 o poco più di altezza, al qual conto, se l' acqua fosse sempre camminata con la velocità dovuta a detta caduta, avrebbe dovuto fare in un' ora piedi 46800 del Re, e quando la macchina avesse prodotto il *massimo* effetto, sarebbe dovuta camminare nel senso di M. Pitot il triplo del numero predetto, cioè piedi 51966 in detto tempo, con differenza di piedi 5166 dall' osservazione: leggero ecceso in paragone della debole molitura, che faceva, e di cui molto si lagnavano i mugnai.

7. Più notabile è il risultato del secondo sperimento, in cui quando l' edificio fosse stato nella sua perfezione, attesi i giri che poteva fare, dedotti dall' osservazione per il tempo di un' ora, avrebbe l' acqua potuto camminare piedi del Re 71250, quasi cioè che fosse caduta dall' altezza molto riflessibile di piedi 7 in vece delli 3, da' quali realmente cadeva a dar il moto alle ruote con eccesso di piedi 24450 rispetto alli 46800 che far dovea, e pure abbenchè eccedesse il giro della ruota il subtriplo del corso dell' acqua, il mulino non era ridotto a far buona macina, come non la facevano nè meno gli altri.

8. Si accosta assai al triplo moto della ruota, quello che faceva l' acqua del mulino, che servì al terzo sperimento; mentre il calcolo ci dinota, che in tale supposizione l' acqua destinata a percuotere le palmette, avrebbe duvuto camminare in un' ora piedi 43875 dell' antedetta misura, per far i quali avrebbe dovuto cadere dall' altezza

di piedi 2 : 7 poche once di meno della vera caduta delli piedi 3, con differenza dalla vera di lei velocità, alla supposta, di soli piedi 2925 nel detto tempo di un' ora; ciò non ostante, questo mulino era fra tutti il meno atto alla macina, e si cercava ogni mezzo per conciliargli maggior movimento.

9. Più di ciascun altro si avvicina il quarto sperimento alla ragione assegnata per la perfezione delle macchine mosse dall'acqua, avvegnachè, fatto il calcolo, si trova che l'acqua per camminar tre volte più della ruota farebbe in un' ora piedi 47498 cadendo da tre piedi per acquistare il grado di velocità capace a fargli eli percorrere di moto equabile, pure non era per nulla ridotto a dar la molitura perfetta, volendo i mugnai in tutti essi mulini maggior caduta di acqua.

10. È dunque da rintracciarsi da che possano derivare tali differenze per potersi ottenere la maggior perfezione delle macchine unico oggetto delle nostre e delle altrui ricerche, non sapendo per altro, se per avventura le osservate varietà proceder potessero dal considerarsi da noi i mulini che macinano con caduta di acqua sensibile, dove quelli che hanno servito a M. Pitot sembra che siano di quelli che giuocano sulla superficie de' gran fiumi, che noi li diciamo mulini a *Sandóni*.

11. Pare fuori di controversia, che la fórmola per dedurre il *massimo* effetto, nasca dall' espressione portata da M. Pitot, e di sopra da noi riferita $tx = Pu$, (tirata dall'equilibrio delli due momenti della forza e dalla resistenza ridotti ad una leva) nella quale, t come si è detto al numero 2 dell' articolo I, vale l' impressione dell' acqua che muover deve la palmetta; x la sua velocità; come P il peso o resistenza da muoversi, ed u la sua velocità, v. g. nel mulino, quella della mola; come anco quanto basta chiaramente resta esposto nella Storia dell'Accademia Reale del 1725. Quando dunque la cosa sia così, noi abbiamo una specie di equilibrio fra l'impressione e la resistenza, a cui si giugne ogni qualvolta la ruota urtata dall'acqua, e la mola siano ridotte ad uno stato *manente*, dimodochè, durando il tutto senz' alterazione, esse perseverino nel loro movimento, onde sarà l' impressione dell' acqua alla resistenza della mola come reciprocamente la velocità di questa alla velocità della ruota.

12. Ecco dunque, che vengono per il calcolo considerate due velocità u ed x, ma se ben si farà riflesso si conoscerà che l' una è sempre moltiplà o submultiplà dell' altra, vale a dire, una data per l' altra, essendo manifesto che i giri della mola sono sempre dati per quelli delle palmette della ruota maggiore, ed in costante ragione come $u = nx$, potendo n esser qualunque numero, quindi $tx = nPx$,

ovvero $t = nP$, ma $t = \frac{9 \times (a-x)^2 \times ss}{7}$ per il numero 4 dell' articolo I. di quest' Appendice, onde $\frac{9}{7} \times (a-x)^2 \times ss = nP$, e volendosi da questa equazione il *massimo*, sarà $x = a$, il che dinota non esservi tal *massimo*, ma potersi la ruota accelerare di più in più a misura che la resistenza vada scemando sino a ridursi in nulla, oppure se la forza crescesse all' infinito, casi tutti e due impossibili, e inadmissibile però questo *massimo*. L'aversi considerata la velocità u del peso mosso non data per x, ha fatto nascere il *massimo*, di cui si è detto, eguale ad $\frac{1}{3} a$, sarà però da rintracciar qualch' altra formola che si adatti all' osservazione, e salvi i fenomeni.

III. 1. Noi dunque ci faremo a riflettere il moto di una ruota di un edificio quando sia giunta ad aver una celerità tale che non più nè si acceleri, ne si ritardi, ma duri invariata nel di lei movimento, e stia in una specie di bilanciamento fra tutto ciò che serve a muoverla, e tutto ciò che al di lei moto può far resistenza; e per meglio spiegarci, essendo che la resistenza di tutti i membri che compongono l' edificio dev' esser eguale alla forza relativa, con cui realmente si muove la ruota, e questa forza relativa essendo come il quadrato della differenza fra la velocità assoluta dell' acqua, e quella che attualmente tiene la ruota ridotta, com' è stato detto, allo stato di permanenza, moltiplicato nell' area della palmetta percossa dall' acqua. Se dunque si chiamerà R la detta resistenza; le velocità dell' acqua e della ruota, come sopra respettivamente a, x; l' altezza dell' area della palmetta battuta b; la sua larghezza M. Sarà $R = (a-x)^2 \times bM$. Per aversi poi il movimento effettivo della macchina, dovrà essere l'egualità fra la forza assoluta, o sia il quadrato della velocità libera dell'acqua moltiplicata nell' area percossa della detta palmetta, meno la resistenza, e la ruota moltiplicata nel quadrato della sua velocità, qual ruota dicendosi r, sarà $aabM - (a-x)^2 \times bM = rxx$, equazione, che si riduce ad $x = \frac{2abM}{r + bM}$.

2. Riferiremo, oltre gli antedetti, qualche altro sperimento che si è fatto a' mulini del Dolo sulla Brenta l' anno 1733, avendo voluto riconoscere l' attività di quelle macine, che certamente sono delle più perfette di tutto lo stato. Feci dunque abbassare once 5 delle 14 che ha di apertura la portina del canale, che imbocca la gorna detta da' nostri macchinisti la *Sitella*, che la fanno per ordinario riuscire inclinata sotto dell' orizzonte della soglia di detta portina once 14, perchè possa con la necessaria forza portar l'acqua nelle palmette della ruota, onde l' apertura era di once 9, ed è la solita che

praticano i nostri mugnai, ed ivi ed altrove; paragonato dunque il moto della ruota con un orologio a minuti, potei rilevare che in cinque di questi, dove essendo tutta aperta la detta portina per le quattordici once mentovate, faceva 41 giri, con le once nove, non farne che 31 nel medesimo tempo. La caduta dell' acqua, diligentemente livellata dal pelo superiore all' inferiore de' mulini, fu trovata di piedi 2. 7 di nostra misura.

3. Le ruote hanno di diametro piedi 13, e quella che fu prescelta per lo sperimento avendo fatto le 41 rivoluzioni, delle quali si è detto, nello spazio di cinque minuti, ne avrà fatte in un' ora 492; e se l'acqua impelente avesse camminato di pari passo con la detta ruota, avrebbe fatto un viaggio di 20172 piedi di Venezia in un' ora, e 21012 di quelli del Re; quando però l'acqua camminar dovesse tre volte di più della ruota, avrebbe dovuto farne di questi 63036,

e per ogni minuto secondo $17 \frac{15}{36}$, il che paragonandosi ad un grave, che libero scendesse nell' aria, si trova, che per acquistar un tal moto, sarebbe stato uopo che la caduta fosse stata da un' altezza di piedi cinque e mezzo, quando certamente non cadeva, che per piedi 2. 9. 6 della misura di Francia.

4. Allora poi che fu abbassata la portina per le dette cinque once non fece, come si è detto, più di trent' una rivoluzioni, ciò non ostante, il corso dell' acqua, se fosse stato triplo di quello della ruota, avrebbe dovuto fare in un' ora piedi del Re 7661, ed in un minuto secondo piedi 13. 3; onde per tal moto avrebbe dovuto cader l' acqua dall' altezza di piedi 3. 1. 6, quando, come si è accennato, non cadeva che da piedi 2. 9. 6.

IV. Prima di assoggettar la formola soprapposta al paragone dello sperimento, è necessario d' individuare l' effettivo stato del giuoco dell' acqua destinata a far muovere la ruota de' mulini in quistione. Sia dunque PB (*tav.* 21. *fig.* 21.) una portina in profilo, inserviente a portar l'acqua al canale inclinato SC, o sia alla *Sitella*, e si concepisca alzata dalla sua soglia C per tutta l' altezza BC, che sia nota, come pur sia nota l' inclinazione del canale SC, cioè la CT, ed anco la lunghezza di questo CS, e per conseguenza ancora la CL metà della CS, essendo che quivi all' incirca cade la palmetta per ricever l'acqua discendente per CL, ad angolo retto; saranno pur note istessamente ST, LE e CE. L' acqua superiore trattenuta dalla portina sia AO, la quale si supponga durar inalterata a dett' altezza, il centro della ruota dell' edificio sia X a piombo in circa di S, termine inferiore della *Sitella*; XL sia un raggio della ruota, e KL una delle palmette, ed appunto quella porzione che riceverà l' acqua

discendente per il canale CS, che abbiamo di sopra nell'articolo precedente al numero 1 nominata b; e che resta quivi normalmente urtata dall'acqua; e perchè la gorna o *sitella* CS è alquanto formata con le sponde convergenti, di modo che la larghezza della portina BC riesce maggiore della larghezza della *sitella* in L, si dirà quella N e questa M. Tale dunque essendo la meccanica con cui dal più al meno vengono fabbricati i mulini di queste nostre parti, sia da ritrovarsi l'aera di $KL \times M$, destinata a battere la palmetta, e che fuori di dubbio dev'esser minore dell'area o sezione di $BC \times N$ di quella cioè, che soprasta alla soglia della portina C: intendasi descritta la parabola AFGHIV, che abbia il vertice nella superficie dell'acqua che si accolla a PB, non alterabile nella sua altezza AC, e siano condotte le ordinate alla medesima BF, CG, come pure DH, EI, le quali rispondino alle rette KD, LE parallele ad AO, ovvero STV; sia pur condotta la LM parallela ad $AT = DE$.

2. È noto dalla dottrina delle acque correnti, che come le velocità competenti all'acqua ch'esce per BC possono essere rappresentate dall'area parabolica BFGC, così quelle che sono dovute alla sezione KL possono dinotarsi per l'area della stessa parabola DHIE, e dovendo per tutte le sezioni del canale CL passar egual quantità di acqua, sarà però l'equazione $BC \times N \sqrt{Ac} = DE \times M \times \sqrt{Ae}$ (prendendosi qui la media velocità competente alle altezze delle sezioni BC, DE che si suppongono cadere ne' punti c ed e), e però $DE = \frac{BC \times N \times \sqrt{Ac}}{M \times \sqrt{Ae}}$.

3. Sia BK la superficie dell'acqua discendente per CL che si ristringe a misura che si discosta dal punto B, onde $KL < BC$. Sono poi simili i triangoli KML, MLN, CLE, onde $CL : LE :: KL : LM = DE = \frac{BC \times N \times \sqrt{Ac}}{M \times \sqrt{Ae}}$, e $KL \times M = \frac{CL \times BC \times N \times \sqrt{Ac}}{LE \sqrt{Ae}} = bM$, e la ragione di dette aree sarà, (facendo CL il seno tutto) come questo seno moltiplicato nella velocità media dell'acqua nella sezione BC, al seno dell'inclinazione dell'angolo che fa la *sitella* con la perpendicolare CT, moltiplicato nella velocità media che risponde alla sezione che batte la palmetta.

4. Ponendo in numeri quanto concerne la prima osservazione, allora cioè che la ruota, essendo alzata la portina once 14 faceva 41 giri, sarà $BC = 14$ once (come tutti gli altri numeri esprimeranno pure le once) $AE = 33$, $CE = 7$, $AC = 26$, Ac sito della velocità media si pone $= 16$, come Ae altro sito della velocità media per KL, si fa eguale a 25, $N = 30$, $LE = 35$ e mezzo, e la $CL = 36$. Ma per l'altra osservazione delli 31 giri allorchè la portina non fu alzata che

9 once dalla soglia, poste le denominazioni come sopra, saranno mutate le infrascritte quantità, cioè BC $=9$, A$c=20$, A$e=26$, i quali numeri sostituiti nella formola $x=\frac{2a\times bM}{r+bM}$, facendo $r=1$ comecchè ci siamo serviti della medesima ruota provengono prossimamente questi numeri 82 e mezzo, e 65 e mezzo, i quali all' incirca sono nella ragione di 41 : 32, differenza che deesi rifondere nell' essersi presi i numeri prossimi, attesi gli irrazionali ch' entrano nel calcolo. Può dunque dirsi che la nostra formola salva i fenomeni, si accomoda quanto basta alle osservazioni.

V. 1. Dopo che Mr. Pitot ha dimostrato nelle Memorie della Reale Accademia del 1729, che due superficie di egual lunghezza, ma di larghezza ineguale presentate sotto varie inclinazioni alla corrente di un fiume, ricevono l' impulsione in ragione inversa delle loro larghezze, passa alla considerazione del vario operare dell' acqua corrente contro delle palmette, quando queste venghino costituite o secondo l' uso ordinario, partendosi dal centro della ruota, come raggi del circolo, ovvero quando venissero a formare tangenti della circonferenza dell' albero, o sia timpano o fuso della ruota maestra, giacchè hanno preteso alcuni, che in tal maniera adattandole, meglio servir potessero al moto della macchina.

2. Quanto porta esso Mr. Pitot per provare che la palmetta, che e' chiama *raggio*, sia da preferirsi, come migliore, all' altra che dice *tangente*, è sì convincente e chiaro, che non abbisogna di ulterior disamina, contuttochè qualche macchinista creda di poter sostenere il contrario, onde nulla potendosi aggiungere in tal proposito, passeremo sopra i principj posti da esso Mr. Pitot a cercar il numero delle palmette, delle quali abbisogna una ruota da muoversi con l' acqua, acciocchè in riguardo di ciò, come cosa molto essenziale, non lasci di produrre il migliore possibile effetto.

3. Pare veramente, che le considerazioni, che il sopra lodato Autore va facendo sopra la disposizione più vantaggiosa delle palmette, siano solamente per quegli edificj che galeggiano sopra delle acque correnti, da noi detti, mulini a *Sandòni*; noi per render la cosa più universale, stenderemo le nostre ricerche a qualunque macchina, ed a qualunque acqua, che scendendo per un piano inclinato, dia il moto alle ruote.

4. Sia dunque CBAF (*tav.* 11. *fig.* 22.) la ruota di un edificio, che debba esser mossa dall' acqua IFB, che scenda per il canale GB, nell' altezza GI, con inclinazione di GH, a percuotere nelle palmette MQ, DA; da quanto si è detto al numero XXXVI. di questo capitolo, resta manifesto che allora l' impressione che sarà per ricevere la palmetta, sarà massima quando questa sarà ridotta ad angolo

retto con la direzione dell' acqua che ad urtarla discende, mentre se la palmetta si trova v. g. in MQ, non tagliando dessa in tal sito la corrente BI ad angolo retto, e ciò ch' è riflessibile, intersecando il corso e filamenti dell' acqua per quanto porta la porzione QO immersa, che non percuotino con tutta la loro energia la palmetta EA, e coll' impedir loro insomma il libero corso; ciò ha ridotto i pratici macchinisti di comporre le ruote in maniera tale, che quando una delle palmette come EA sia ad angolo retto con la corrente EI; la susseguente palmetta KF abbia allora e non prima a toccar la superficie dell' acqua, e l' altra palmetta corrispondente LB ad esserne uscita, dal che si ricava il modo di divider la ruota nelle sue competenti palmette, divenendo la porzione immersa EA della palmetta il seno verso dell' angolo ACF compreso dall' arco fra le due prossime palmette, e per conseguenza darà poi il numero di tutta la divisione da collocar esse palmette nella circonferenza LMKN.

4. Ciò suppostosi si dica $CA = np$ (p significa i piedi, ovvero once, non quantità alcuna, n il numero di quelli o di queste) $AE = mp$, ch' è il seno verso, di cui si è detto, dovendosi esso pure intendere diviso come il raggio in piedi, o once espresse per mp. Sarà $np : mp :: \int t : \int u$, ($\int$ si prende per la caratteristica del seno, onde $\int t$ vale *seno tutto*, $\int u$ *seno verso*), sarà però l' equazione $\int u = \frac{mp \int t}{np}$, e resterà in tal modo espressa la AE nelle parti 100000 del raggio. Sia di poi il seno EF dell' angolo incognito, e che si cerca DCK, x, sarà per la natura del circolo $2\int t - \frac{mp \int t}{np} : x :: x : \frac{mp \int t}{np}$, ed $x = \frac{\int t \sqrt{(2np - mp \times mp)}}{np}$, vale a dire, che il seno dell' arco ricercato per la distanza delle palmette sarà in ragion composta della diretta del seno tutto, e della dimezzata della differenza fra il doppio numero de' piedi o once, che esprime il raggio CA, e quello che ne espone la parte immersa AE della palmetta, da moltiplicarsi con questo ultimo numero, ed inversa del numero di piedi ed once di tutto il raggio CA.

6. *Esempio*. Si abbia un diametro per la ruota CBF di once $144 = np$; l' immersione massima che possa far la palmetta DA, cioè la $AE = mp = 9$ once, sarà $x = \frac{100000 \sqrt{2511}}{144} = \frac{5000000}{144}$ prossimamente, che dà 34722 per il seno EF dell' angolo ricercato ACF, numero che risponde a gradi 20. 19′, quindi in tal deduzione si potranno

prender i soli gradi 20 per la pratica, e per conseguenza porterebbe tal ruota diciotto palmette.

7. Resta poi manifesto, che a misura che la ruota crescerà di diametro, rimanendo inalterata la pendenza del canale, e l'altezza dell'acqua, che per esso scende, che si ricercherà maggior numero di palmette. Se la AE fosse minore, cioè meno restasse immersa, e fosse stato accresciuto il diametro della ruota, ancor maggior numero ne esigerebbe; ma se AE crescesse al crescer del diametro non tante ne domanderebbe, come col calcolo agevolmente si rilevano e le predette, e tutte le altre variazioni, che ne fossero per seguire.

8. È da rimarcarsi, che come per lo più riesce incommensurabile l'arco, che nasce dal seno $x = EF$ rispetto a tutta la circonferenza della ruota, così in pratica basterà di prender il numero prossimo, senza volersi scrupolosamente accostare al preciso, poco o nulla ciò rilevando alla sostanza di quanto si ricerca.

9. Se l'immersione AE fosse di un piede, cioè $mp = 12$ once, ed il resto come sopra, allora x diverrebbe eguale a $\frac{100000 \sqrt{3312}}{144} = \frac{5900000}{144} = 40972$ numero che risponde al seno di 24°. 11′ per il seno di EF, onde 15 sole palmette basterebbero a tal ruota.

10. La formola dunque soprapposta dà il modo facile di calcolare la divisione del giro della ruota per le palmette, come l'equazione $nnpxx = (2np - mp) \times mpftt$ dà il metodo di conoscersi, e determinarsi qualunque altra quantità, che fosse in questo esame supposta incognita, cioè ovvero np, ovvero mp, allorchè x fosse data, e respettivamente mp, oppure np.

11. I nostri macchinisti per altro non istanno sì attaccati alle predette regole, abbenchè fondate sul più retto raziocinio, ma piuttosto abbondano nel numero delle palmette, in maniera che se AE sia nel sito da ricever l'acqua normalmente, ad essi non cale sia già entrata sotto la superficie dell'acqua qualche poco la KF, ne che sia uscita la LB, il che succede nel porre maggior numero di palmette di quello indichi il calcolo: onde a quella ruota che in grazia di esempio porterebbe secondo il calcolo 18. in 20. palmette, essi ne darebbero 24, il che si ha voluto avvertire, perchè si sappia la latitudine che hanno le proposizioni, quando si adattano all'uso meccanico, di modo che parerebbe assai meglio conformarsi alla pratica col prender l'immersione di AE non dal fondo della sitella sino alla superficie dell'acqua discendente IB, ma dal fondo predetto sino al sito, ove cadesse la velocità media di tutti i filamenti dell'acqua destinati ad urtare la AE.

RELAZIONE

PER LA DIVERSIONE DE' FIUMI

RONCO, E MONTONE

DALLA CITTÀ DI RAVENNA

Indirizzata del 1731.

ALL' EMINENTISSIMO E REVERENDISSIMO SIGNOR CARDINALE

BARTOLOMMEO MASSEI

ALLORA LEGATO DELLA PROVINCIA DI ROMAGNA.

AVVERTIMENTO
DELL' AUTORE.

Sin dall' anno 1731 Sua Eminenza il Sig. Cardinale Massei, in quel tempo Legato di Romagna, chiamò d'ordine del Sommo Pontefice allora Regnante Clemente XII., a se in Ravenna il chiarissimo fu signor Eustachio Manfredi, e l'Autore di questo Trattato per la regolazione delle acque di quella illustre città, e dopo l'esattissima visita che da' medesimi ne fu fatta, fu esibita al detto signor Cardinale la Relazione seguente intorno a quanto credevono essi di doversi fare per liberarla da gravissimi danni che sempre maggiori le soprastavano dalli due fiumi Ronco e Montone correndo nelle loro piene più alti di qualche piede della sommità de' terrapieni e della muraglia, di modo che restava come seppellita nella sterminata altezza delle arginature, che stranamente eransi dovute rialzare.

Passato l'anno appresso il Progetto a Roma sotto l'esame di una particolar Congregazione a tal oggetto dalla Santità Sua deputata, restò dalla stessa approvato sotto li 11 Marzo, decretando che Ultimam lineam Zendrini et Manfredi demandandam esse executioni, *e nello stesso anno li 17 di Novembre fu rialasciato il Breve dalla Santa memoria dell' antedetto Pontefice, onde quanto prima fosse data mano all' opera, esprimendosi, che* avendo *il sig. Cardinale Massei,* fatti venire in detta nostra città il Zendrini primario matematico di Venezia, ed il Manfredi della nostra città di Bologna, i quali dopo esaminato tutte le circostanze, e riconosciuti i luoghi con misure, livellazioni e scandagli formassero una nuova linea distinta dalle altre due, *di già in passato esibite,* ed essendosi poi questa esaminata in una Congregazione particolare da Noi deputata, e composta di sette Reverendissimi Cardinali e quattro Prelati, ne emanasse ec. *dava poi facoltà esso Breve agli Eminentissimi Legati* pro tempore *di approvare qualunque correzione o aggiunta da farsi secondo all' emergenze o da noi due assieme, o da uno di noi, dichiarando, che tali correzioni o aggiunte si dovessero intendere come inserte ed espresse nel Chirografo, che allora veniva rilasciato.*

Fu dunque cominciata l'anno 1733 l'impresa, di cui certamente l'Italia da gran tempo, in tal materia, non ha veduta la simile, o si riguardino gli alvei profondati di nuovo attraverso delle campagne

sino al mare, o le fabbriche di muro che sopra di essi è stato necessario di piantare, o finalmente il grave dispendio impiegatosi, somministrato e dalla generosa munificenza del defunto Pontefice, e dalla carità verso la patria di quei distintissimi cittadini, per nulla dire, perchè quanto si dicesse troppo poco sarebbe, del zelo, attenzione e fatiche impiegate dagli Eminentissimi Legati, che nel tempo delle respettive loro Legazioni hanno con la loro autorità, prudenza, e cognizione, saputo dirigere e moderare la grand' opera, ormai ridotta assai vicina all' ultimo suo termine.

Conveniente dunque mi è paruto di render per la seconda volta pubblica questa nostra fondamentale Relazione, che potrà servire in gran parte di modello e norma per molti titoli a quelli che nuove inalveazioni di fiumi, o di altri canali comunicanti col mare avessero ad intraprendere; perchè poi tutto il progresso non solamente delle operazioni fatte si veda, ma ciò che moltissimo importa, ponderare si possano i di loro effetti, il che agevolmente si può ormai fare dopo due anni che i fiumi corrono nel nuovo letto, e dopo che hanno sostenute furiosissime escrescenze. Si è la detta Relazione corredata di note, e di osservazioni, con le quali meglio spiegandosi i passi, vengono poi additati i cangiamenti seguiti, ed ogni altra cosa inserviente ad illustrar quanto concerne le circostanze tutte della gran diversione.

EMINENTISSIMO, E REVERENDISSIMO PRINCIPE.

Presentiamo all' Eminenza Vostra il nostro riverente parere sopra la diversione de' fiumi Ronco, e Montone, e sopra il generale regolamento delle acque, che scorrono ne' dintorni della città di Ravenna. I fondamenti, su quali l' abbiamo stabilito, sono le osservazioni fatte, e le misure prese da noi stessi sopra i luoghi per lo spazio di un mese, delle quali si sono lasciate in iscritto alla stessa città le memorie. Molti sono i capi de' disordini, a' quali doveva provvedersi, ed altrettante l'intenzioni, che dovevano aversi in vista, per giudicare, quale fra diversi partiti fosse il migliore, ed il più adattato al bisogno. Liberare la città del presente, e manifesto pericolo di restare sommersa, e devastata da' fiumi, nell' angolo de' quali è compresa: provedere alla necessità de' mulini per lo sostentamento del popolo: risanare l' aria, che resta sepolta fra un laberinto d' argini, ed infetta dal ristagno, e dàl puzzo delle cloache: regolare i canali di scolo per modo, che le campagne perfettamente si asciughino dalle acque delle piogge: mantenere, anzi migliorare il porto oggi mai perduto a cagione degl' interrimenti, dandogli una spedita comunicazione colla città stessa: in fine conservarle il comodo della vicinanza dell' acqua del Montone ad uso di bevanda, per supplire o alla scarsezza, o alla rea qualità di quella de' pozzi. Il concepire un progetto, per cui si uniscano in un perfetto accordo tutte le predette massime, e che possa mandarsi ad effetto con una tollerabile spesa, è quello che ha sempre renduta difficile una tant' opera. Ci sono state comunicate molte proposizioni fatte a tal fine da un secolo in qua da rinomati, ed abilissimi uomini. Da tutte abbiamo presi dei lumi, ma in tutte qualche cosa abbiamo desiderata. Si sono specialmente esaminate con particolar cura le due celebri linee dell' Azzoni, e del Nadi (1), sopra le quali sono uscite da alcuni

(1) Le due linee Azzoni e Nadi; la prima delle quali divertiva il Montone prendendolo poco superiormente alla chiavica inserviente al Mulino vecchio, e portandolo assai vicino alla città nel Ronco lasciava con ciò tutte le acque alla destra, onde ben lungi che questa linea provedesse alle esigenze, che anzi maggiori sarebbero stati i pericoli, mentre i rigurgiti molto sensibili si sarebbero resi, allorchè uno de' fiumi fosse venuto pieno prima dell' altro. E ciò che merita tutto il riflesso si è, che l' escrescenze nè poco nè molto si sarebbero abbassate in tal diversione e per la soverchia larghezza del letto de' fiumi uniti dalla Senséda al mare, e per l' insensibile abbreviamento del cammino; il Candiano poscia

anni in qua alle stampe diverse Scritture. La prima di queste linee, anche dopo tutte le correzioni, che le sono state fatte, non ci è paruto, che provegga bastantemente nè all' interesse del porto, nè alla sicurezza della città, la quale ne conosce, e ne teme le conseguenze. Molto più volontieri ci saremmo appigliati all' altra del Nadi, se non avessimo avvertito potersi, senza perdere alcuno degli avvantaggi di essa, migliorare la condizione del porto, trasportandolo altrove, ed insieme diminuire la spesa. L' Eminenza Vostra, al cui riverito giudizio sottomettiamo il presente parere, saprà meglio di noi stessi discernere, se nel partito, che proponiamo, si soddisfaccia a tutte le predette intenzioni: il che se per le difficoltà della materia non avremo forse ottenuto, non avrà almeno Vostra Eminenza da desiderare nè la nostra diligenza, nè la nostra fede nell' obbedirla.

Per maggior chiarezza esporremo prima in compendio tutto il sistema del regolamento da noi divisato. Passeremo poi a specificare l' ordine, la forma, e le misure di ciascuno de' lavori da farsi, con distinguerli in più capi secondo la relazione, che avranno, o alla diversione delle acque de' fiumi, e degli scoli, o all' uso de' mulini, o all' interesse del porto, o al miglioramento dell' aria. Nell' ultimo diremo alcuna cosa della spesa, con cui stimiamo potere a un dipresso condursi a fine tal bonificazione; e tanto stimiamo, che possa bastare, per far intendere le ragioni, che ne hanno indotti a prescegliera, e per dileguare quelle difficoltà, che potessero insorgere sopra di essa.

CAPO PRIMO.

Compendio, ed idea generale del Regolamento.

Il regolamento, che proponiamo, si riduce ai seguenti articoli, che distingueremo con numeri, per riportarci ad essi nel proseguimento del discorso. Le linee punteggiate segnate nella mappa generale Tavola A. la quale esibiamo annessa a questi foglj, meglio faranno intendere i luoghi delle derivazioni delle acque, e quelli degli altri lavori. Questa mappa è ricavata da quella, che fu fatta

---

sarebbe riuscito sempre più pregiudicato, attesa la vicinanza dello sbocco de' fiumi rispetto alla di lui foce.

Quanto alla linea del Nadi, oltre che impegnava in alvei soverchiamente lunghi, passando dessa per classe di fuori incontrava terreni assai bassi, palustri, e difficili da ricever buone arginature, ed il Candiano in tanta vicinanza dello sbocco de' nuovi fiumi, ancorchè fosse restato tagliato a Tamarisi, non avrebbe potuto certamente sostenersi.

anni sono coll' assistenza, e sotto la direzione del Nadi (1). Noi l'abbiamo riscontrata con diverse riprove, e trovata molto esatta.

I. Si divertirà il Montone su la destra nel punto K due quinti di miglio in circa sopra la chiavica del canale del mulino vecchio, sostenendo in C con chiusa di muro il fondo superiore, (2) e si condurrà a traverso la regione di mezzo ai due fiumi ad unirsi col Ronco alla casa Tassinari in E. I due fiumi congiunti, si faranno imboccare nel canal Panfilio all' angolo di questo chiamato la Voltazza in L, e proseguiranno per lo detto canale, sino al passo de' Tamarisi in M,

---

(1) Almeno per quello riguarda quelle campagne per le quali aveva dessa a passare, non così verso della Pialassa, Baiona, e Fossina, che come di queste situazioni niun uso ne voleva fare il Nadi, non sono state con l' accuratezza necessaria descritte, esatte però quanto basta le dimostra la tav. A, che in questa parte si è voluta riformare.

(2) L' andamento di questa linea è stato eseguito, se si eccettua che il canale Panfilio, il qual doveva restar per molto tratto sulla destra della nuova linea, fu fatto entrare nel mezzo di essa, e fu levato con ciò quell' uso, che se n' avrebbe potuto fare per la di lui cotanto necessaria navigazione sino alla Voltazza nel tempo che duravano i lavorieri. Nella mia relazione 1733 a stampa intitolata: *Sopra alcune modificazioni per la diversione de' fiumi di Ravenna* a carte 15, resta espresso, come segue: *Considerando pertanto, che quasi in tutto il tempo dell' escavazione può rimaner intatto il canale Panfilio, che dovrà, come si è detto, restar sulla destra del nuovo alveo da allargarsi però e profondarsi soltanto, quanto porta il bisogno della terra da prendersi per le arginature alla sinistra; quindi le barche potranno egualmente che adesso, passare verso Ravenna per esso canale, e quando si verrà ad intestare alla Voltazza, si fermeranno a questa, e dipoi intestato successivamente a Porto, sino a questo sito arriveranno allora i Navigli, per esser poi le merci, il rimanente del viaggio per lo stradone di porto carreggiate sino alla città, e vicendevolmente da questa verso del Candiano.*

Ma tagliato che sia il Ronco, e derivata l' acqua nel nuovo alveo, dovendo per qualche spazio di tempo correre esso fiume diviso al mare, senza che più il Panfilio, ed il Candiano possino dare altra navigazione, che la brevissima dal presente Porto sino al passo di Tamarisi, allora abbenchè la nuova foce de' fiumi non fosse resa profonda quanto basta, non essendo però credibile, che sì presto si ricolmi l' alveo del Panfilio per istabilirsi la nuova cadente, si potrà per un tempo, e benissimo, con barche che arriveranno al passo predetto di Tamarisi tragittare le merci in altre barche che fossero nel nuovo alveo, da esser con esse tradotte sino alla Voltazza, e poi carreggiate a Ravenna.

Onde assolutamente parlando, abbenchè con qualche difficoltà vi sarà sempre o quasi sempre una tal quale comunicazione tra il mare e la città, che se anco restasse affatto intercetta, non durerà però l' interrompimento del commercio che per due mesi, o poco più che si consumeranno nell' escavazione dell' alveo abbandonato de' fiumi, onde ridurre il nuovo naviglio all' uso della navigazione.

Il che sia detto perchè si comprenda che quando fossero state eseguite le prese disposizioni, che furono sin dal principio alterate, la città non poteva restar priva della navigazione che per pochissimo tempo, e pure si è questo punto fatto passare per il più forte motivo di aver cangiato il Porto, coll' idea di sostituire quello della Pialassa, come sarà esposto più innanzi.

dove uscendo per un altro taglio alla sinistra, si porteranno al mare in F, ducento pertiche in circa sopra la foce del Candiano.

II. L' alveo OI (1), per cui corrono di presente uniti il Ronco, ed il Montone, si escaverà a mano dalla confluenza in giù sino al mare due piedi sotto il pelo basso di questo, e si proseguirà la medesima escavazione dalla confluenza in su, nel Montone fino al Ponte canale in P, e nel Ronco fino allo sbocco della chiavica della Lama in R (2). Quest' alveo escavato servirà di porto, dandosi per interamente perduto quello del Candiano, che fin' ora ha servito.

III. Si taglierà il canal Panfilio alla sinistra nella rivolta della Darsina in Q (3), e li si darà la comunicazione con l'alveo presente del Ronco.

IV. Le acque, che scolano nel Panfilio per lo fosso vecchio, invece di correre verso il mare, si obbligheranno a voltar all' indietro al passo de' Tamarisi, ed isboccare con chiavica nel nuovo fiume (4). Quando l'acqua di questo sarà torbida, si chiuderà la chiavica, e se ne aprirà un' altra da costruirsi nella parte inferiore del Panfilio di sotto allo sbocco del fosso vecchio, acciocchè l'acqua vada allora per la presente strada al mare.

V. Quelle dell' Arcabologna (5), e l' altre, che ora mettono capo nel Panfilio a destra di sotto alla Voltazza, si manderanno per un solo canale a seconda del nuovo fiume ad isboccare in esso con chiavica poco sopra il passo de' Tamarisi.

VI. Le altre di scolo, che entrano nel Panfilio parimente a destra (6), ma di sopra alla Voltazza per la chiavica Mazzolini, seguiteranno ad andarvi, ma per esso Panfilio correranno all' *indietro*,

---

(1) Questo capo di regolazione non è stato eseguito, ma mutata *la linea* in quella del Pontecanale e scolo della città, essendosi creduto di risparmiare molta spesa, rispetto a quella che sarebbe importato il da noi proposto cavamento nell' alveo abbandonato da' fiumi uniti QOI: abbenchè il fatto abbia poi mostrato di essere stata molto maggiore, non ostante che molto ancora vi manchi quando si voglia render il porto della Pialassa compito e perfetto.

(2) Si dava per perduto il porto del Candiano, essendosi da noi potuto osservare che anche avanti di por mano nella regolazione, i fondi di quella foce erano scarsissimi per il bisogno della navigazione, comecchè rimanevano atterrati dalla vicina foce de' fiumi vecchi I.

(3) Il taglio della Darsina vecchia si farà quando resti effettuata la regolazione da me ultimamente proposta, essendo rimasta ineseguita quella che in questo numero si è indicata.

(4) La chiavica di cui qui si parla non è stata fatta, scolando le acque di quelle basse campagne verso del Fosso vecchio.

(5) Anco le acque dell' Arcabologna, ed altre sono state condotte verso dell' abbandonato Panfilio oltre del passo di Tamarisi.

(6) Quelle poi ch' entravano nel Panfilio superiormente alla Voltazza per la chiavica Mazzolini, anderanno in ora con l' acqua destinata alla macina del Mulino

riuscendo nel Ronco abbandonato per lo taglio fatto alla rivolta della Darsina.

VII. Quelle poi che sboccano nel Panfilio alla sinistra, o sopra o sotto alla Voltazza, si potranno recapitare con chiavica o nel Ronco abbandonato, o nel Panfilio stesso fra la Voltazza, e la Darsina, o finalmente nel nuovo fiume verso il passo de' Tamarisi, secondo che l'uno, o l'altro di questi termini sarà più comodo ai terreni, che le tramandano.

VIII. Quanto alle acque della regione di mezzo a' due fiumi si rivolterà (1) il condotto della Lama dal punto S a passare per botte sotto il vivo della chiusa del Montone in C, e quindi ad unirsi nel punto T alla canaletta, e con ciò le acque dell' uno, e dell' altro scolo si ridurranno a isboccare nel Ronco a foce aperta per la chiavica, per cui ora vi sbocca la Lama verso R, la cui soglia si dovrà abbassare, come si dirà a suo luogo.

IX. Lo scolo della città, il quale passa di presente per botte, chiamata il Ponte canale (2), sotto il letto del Montone, si recapiterà nello stesso Montone abbandonato, ed escavato come sopra, e per esso andrà al nuovo porto.

X. Nel medesimo porto si potranno recapitare il Dirittolo, la via Cupa, il Valtorto, ed altre acque chiare fra il Montone, ed il Lamone, che ora vanno nella Fossina, come si spiegherà, parlando in particolare del porto.

XI. Il mulino vecchio seguiterà a macinare come di presente coll' acqua del Montone, condottavi per un canale da farsi dentro all' alveo abbandonato di questo, il qual canale riuscirà alla chiavica

---

nuovo, a scaricarsi nella nuova linea alla di lei sinistra per la chiavica ivi costruttasi detta della Mattamolla, e qualche volta potranno pure essere indirizzate per il taglio della Darsina nel Ronco abbandonato, e verso il nuovo Porto.

(1) La botte formatasi nel vivo della gran chiusa destinata a sostenere le acque del Montone per la molitura del Mulino vecchio, non ha servito per lo scolo della Lama e Canaletta come erasi da prima divisato, ma con chiavica apposta le acque di essi scoli si sono fatti sboccare nel nuovo Montone poco superiormente al ponte di legno che lo traversa, e la chiavica che rimane senz' altro uso sul Ronco abbandonato servirà poi quando si effettui l'ultimo progetto, per l' acqua destinata alla macina del Mulino nuovo da prendersi al chiavicone Spadoni alla sinistra di esso Ronco, e da passarsi per botte sotto della Lama ivi dirimpetto, e condursi poi per alveo separato alla botte della chiusa, onde passando sotto al vivo di essa e sotto al Montone, servir possa all' effetto predetto a norma della Relazione 1740.

(2) Non si è alterato l' andamento dello scolo della città, ma in vece di recapitarlo nel Montone abbandonato si è lasciato nell' antico sito, e coll' allargarsi e profondarsi sotto il pelo basso del mare si ha fatto servire al nuovo naviglio e porto della Pialassa, e questo canale sino a' Fenili de' P. P. di S. Vitale potrà servire ad ogni altro ricapito, che dar si volesse alla navigazione.

presente del canal del mulino, e con questo si unirà (1). Il fondo superiore del fiume sarà sostenuto dalla chiusa, come si è detto, e sopra di questa se ne alzerà il pelo quanto basta nella maniera, che si esporrà, parlando dell' esecuzione del progetto, ma non si dovrà giammai far macinare, che con acqua chiara, la quale avrà scarico nel Ronco abbandonato per la strada presente.

XII. Il mulino nuovo potrà seguitare parimente a macinare senza alcuna mutazione colla sola acqua chiara, che vi si condurrà dal Montone (2), e dal Ronco uniti, sostenendo il pelo de' due fiumi all' altezza, che si dirà, e l'acqua di esso si scaricherà come ora nel Panfilio, e quindi per lo taglio della Darsina nel Ronco abbandonato.

XIII. Il mulino del Macello potrà regolarmente macinare ad acqua chiara, ma non dovrà macinar mai con la torbida. Si potranno abbassare le soglie superiori di questo mulino once quattro, ed altrettanto i catini. L' acqua che avrà servito alle macine, avrà libero scarico nel Ronco abbandonato per la solita sua strada.

XIV. Se l' esperienza mostrerà esser indispensabile il macinare tal volta con acqua torbida, si deriverà con chiavica un canale a destra del Montone mezzo miglio in circa sopra il punto della sua diversione, la cui acqua rientrerà nel Montone stesso disotto alla chiusa da farsi nel detto luogo, passando per Ponte canale sopra la Lama non lungi dal punto C (3). Su questo canale si fabbricherà un mulino verso il suo sbocco, e volendo farvene due, ciò si potrà, tenendo il canale più ampio, e diramandolo in due sbocchi, e questi mulini riusciranno lontani poco più di due miglia dalla città, e potranno macinare amendue ad un tempo, quando l' acqua del Montone sia torbida.

XV. Per accostare l'acqua di questo fiume alla città in supplemento di quella de' pozzi, si farà una piccola chiavica nell'argine

(1) Il mulino vecchio stato interrotto nel suo uso, macinerà come faceva prima, quando s'inalzi 5 once il ciglio della chiusa stato tenuto nell'esecuzione più basso delle prescritte misure; il detto ciglio dunque quando resti più basso della coltellata della chiavica di esso mulino, ch' esiste sul Montone al principio del condotto che vi porta l' acqua p. 8 : 3 : 8, e restino pur abbassati i suoi catini piedi uno e mezzo, si potrà far botte, o sia l' ingorgo dell' acqua, come facevasi prima della diversione, e potrà macinare egualmente con l' acqua chiara, che con la torbida.

(2) Il Mulino nuovo coll' acqua cavata dal Ronco al chiavicone Spadoni, e condotta, come si è detto al num. 10 potrà macinare ad acqua parimenti chiara e torbida, e quando si volesse ravvivare anco quello del Macello in supplemento del nuovo, non vi può esser difficoltà di rimarco per ridurlo ad un conveniente uso.

(3) Quindi si fa affatto inutile a pensare alla fabbrica di verun altro mulino da macinare ad acqua torbida.

sinistro del canale, che condurrà l' acqua sostenuta del fiume al mulino vecchio, e si farà rientrare parte di essa nell' alveo abbandonato, e ciò a certi tempi, che si stabiliranno col riguardo di non portar pregiudizio al macinare (1). Con quest' acqua si empirà l' alveo presente del Montone dal punto della diversione fino a Porta serrata a quel segno d' altezza, che parrà sufficiente, ristagnandola con un piccolo cavedone di sotto a Porta serrata. Quando si vorrà darle scolo, acciocchè non imputridisca, si aprirà un' altra chiavichetta, che sarà in questo cavedone, e si lascierà scorrere l' acqua per la parte inferiore del Montone abbandonato, fino a scaricarsi nell' alveo del nuovo porto.

CAPO SECONDO.

Dell' ordine, e della forma de' lavori da farsi per la diversione de' fiumi, e per lo recapito degli scoli.

Premesso in universale il sistema del regolamento di queste acque, soggiungeremo ora in quali precise forme, e misure, e con qual ordine stimiamo, che si debba mandare ad effetto in ogni sua parte. A tal fine presentiamo all' Eminenza Vostra, oltre la detta mappa generale de' luoghi, la pianta speciale delle linee di diversione de' due fiumi, da' quali si dovrà dar principio all' opera.

Questa pianta specifica la condizione de' terreni, per li quali passano le dette linee di diversione, le fabbriche, ch' esse incontrano, le strade pubbliche che attraversanò, i condotti maestri, che intersecano, ed ogni altra appartenenza, fuor che i nomi de' possidenti de' terreni, de' quali non abbiamo stimato necessario prendere notizia.

Aggiungiamo alla detta pianta un profilo delle campagne, tra le quali passeranno gli alvei progettati de' fiumi, secondo le livellazioni da noi fatte; avvertendo, che sebbene i punti di campagna livellati non cadono tutti su le precise linee, che proponiamo, ci siamo tuttavia accertati, che poca differenza di altezza possa correre tra quelli del profilo, e quelli delle predette linee in distanze eguali dallo sbocco.

Nel medesimo profilo sono notate le linee cadenti de' nuovi fondi e degli argini, stabilite sopra le osservazioni delle pendenze presenti degli uni, e degli altri, tanto nel solo Montone, quanto ne' fiumi

---

(1) Nè vi sarà bisogno alcuno di condurre l' acqua del Montone per bevanda della città, potendo a ciò essere supplito e con buche profonde, da escavarsi dagli abitanti nell' alveo abbandonato di esso Montone come pure il condotto per l' acqua chiara, che si farà per esso mulino potrà suffragare dall' altro lato della città ad una tale esigenza.

uniti, le quali cadenti non abbiamo alcun luogo di temere, che possano alzarsi, ma piuttosto abbassarsi dopo fatta la diversione (1), per lo meno sino a tanto, che segua un notabil prolungamento della linea nel mare, il quale stimiamo non potersi evitare con qualunque arte, ma solo diminuirne gli effetti, con mantenere retto, e ristretto al possibile l' alveo del fiume.

Dovrà dunque prima d' ogni altra cosa fabbricarsi nel sito espresso di sopra all' articolo primo la chiusa del Montone, e nel vivo del muro di essa la botte, per dar passaggio alla Lama, acciocchè questo edificio abbia tempo bastante a consolidarsi prima di esser esposto al tormento dell' acqua.

L' uso della chiusa predetta dee essere di dar caduta al mulino, o ai mulini dell' acqua torbida (2), quando si risolva di volerli, come all' articolo decimoquarto; di alzare più facilmente, e più sollecitamente l'acqua chiara del Montone a comodo del mulino vecchio, secondo l' articolo undecimo; e di tradurre dalla destra alla sinistra del nuovo letto del Montone gli scoli della regione di mezzo a tenore dell' articolo ottavo.

Si rimette a chi avrà la sopraintendenza all' esecuzione, lo stabilire le fondamenta, e il regolare lo stramazzo, le ale, i loro attacchi

---

(1) Rimane a tutti palese l' abbassamento seguito del Ronco dopo che fu sboccato nella nuova linea, anche maggiore di quello potevasi concepire, non arrivando adesso le piene superiormente al punto della diversione gran fatto oltre della metà de' rivali, e sì forte è la velocità, che in tal incontro concepisce l' acqua, che anco nelle parti più lontane ne risentono per le corrosioni essi rivali, senza loro pericolo però, attesa la moderata altezza a cui in ora *salgono* le piene; così il Montone limitato dal labbro della chiusa il fondo suo naturale, se non ha potuto abbassarsi rispetto ad esso tiene certamente le di lui escrescenze assai più basse di prima a causa della forte chiamata della chiusa medesima; quando poscia sarà seguita una molto prolungazione della nuova linea in mare, allora il fondo avrà ad elevarsi, ma la rettitudine del cammino, e lo sbocco in sito assai vantaggioso, fanno sperare che mai siano per giungere alle esorbitanti altezze, alle quali giungevano nel tempo che correvano alle mura di Ravenna, e quando andavano al mare per l' alveo vecchio de' fiumi uniti eccessivamente alla loro esigenza largo; di modo che io sono persuaso, che chi avesse da principio avuto attenzione a tenerli più ristretti con le arginature, difficilmente si sarebbero veduti sì sconcertati, e fatti sì incapaci tanto nelle superiori, che nelle inferiori parti a contenere le loro escrescenze.

(2) Quando le ultime proposizioni 1740 da me fatte debban aver luogo, servirà la chiusa per dar l' acqua al Mulino vecchio, trattenendolo col suo ciglio alla divisata altezza, e le botte fabbricata nel vivo delle di lei muraglie non più servirà a dar il passaggio, almeno per adesso, alle acque della Lama e Canaletta, come portava il nostro primo Progetto, ma a tradurre sotto del Montone un condotto di acqua tirata dal Ronco per servizio del Mulino nuovo, prendendola e chiara e torbida senza distinzione alcuna.

con gli argini, e tutto il massiccio di questa fabbrica colle avvertenze necessarie per la sua sussistenza, atteso massimamente qualche abbassamento, che dovrà seguire del fondo del nuovo alveo di sotto alla medesima.

Per quello che a noi presentemente appartiene, basterà dire, che la luce, o larghezza del piano superiore di essa per cui dovrà passare tutta l' acqua del Montone, deve essere di pertiche otto (1). Che il piano predetto nella sua parte più alta, o sia nella cresta, o ciglio della chiusa deve essere più basso piedi 8. 5 della coltellata verso il fiume, della chiavica, che dà l' acqua al canale del mulino vecchio. Che il muro dell' ala sinistra superiore della chiusa, deve servire per facciata d' avanti alla chiavica d' un canale da derivarsi ad uso del detto mulino, la cui acqua deve passare a traverso il detto muro, come si dirà, parlando de' mulini. E finalmente, che la soglia della botte per la Lama, che passerà sotto la chiusa, deve restar bassa sotto il detto ciglio, o sommità di questa piedi 7, e la larghezza della detta botte nel suo fondo, o soglia deve essere di piedi 6.

Nello stesso tempo, che si farà la chiusa si costruiranno ne' debiti luoghi le chiaviche (2) di scolo mentovate negli articoli 5, e 7, acciocchè ancor esse abbiano tempo di stabilirsi prima di essere poste in opera.

Allora si potrà venire all' escavazione dell' alveo, che deve servire alle acque unite del Ronco, e del Montone. La larghezza di quest' alveo da argine ad argine, cioè dal ciglio interiore dell' uno a quello dell' altro, si farà di pertiche 15. Quella del fondo dev' essere di pertiche 10.

Non giudichiamo necessario fare tal escavazione a mano a tutta la

---

(1) Le misure di essa chiusa, sono poi state dal signor Manfredi e da me in varie volte regolate nel seguente modo: La larghezza del labbro di 46 piedi Agrimensorj di Ravenna, che sono di Venezia 76 $\frac{2}{3}$ essendosi fatta minore di luce sull' esempio di quella di Matellica, avuto riguardo alla portata dell' acqua del Savio, ed a quella del Montone. La sommità del di lei ciglio secondo alle riforme doveva esser più bassa della coltellata verso il fiume della chiavica, che dà l' acqua al canale del Mulino vecchio piedi 8. 4. 7 di Ravenna, come di questa misura sono tutte le altre, ma da chi ha soprainteso alla fabbrica è stata temuta più bassa dello stabilito once 4, e punti uno; di maniera che viene esso ciglio a riuscir più basso di detta coltellata p. 8. 8. 8 per due terzi della di lei larghezza, e per altro terzo aggiacente al fianco sinistro resta più bassa p. 9. 3. 8 così regolata dal signor Manfredi, come ne fui avvisato con sue lettere 4 Ottobre 1735, lasciandosi cioè un terzo dell' apertura come fu stabilito del 1733, e gli altri due terzi rialzandola un piede ed un' oncia. La soglia della botte rimane più bassa piedi 16 in punto del detto stabile.

(2) Circa alle chiaviche per gli scoli, veggasi quanto si è detto a' numeri 7. 8. 9.

larghezza predetta, fuorchè per un tratto di 100. pertiche incirca all'origine del detto alveo (1), ma si potrà dopo quel tratto diminuire a poco a poco la larghezza, riducendola ad una cunetta di 3 pertiche incirca, con poca, o niuna scarpa, acciocchè l'acqua possa più facilmente dilatarla. Si debbono eccettuare que' siti ne' quali, attesa la bassezza della campagna, la terra escavata non bastasse a formare gli argini nelle dovute misure, intendendosi, che per tutto si escavi in larghezza almeno tanto quanto basta per compiere l'arginatura, e quando a ciò fare fossero soverchie le tre pertiche di larghezza, si escavino ciò non ostante le suddette tre pertiche.

Si crede bensì necessario, che l'escavazione si faccia per tutto alla profondità della cadente segnata nel detto profilo. E perchè il canal Panfilio deve per lungo tratto servire a questo alveo, ed esso è già più basso della cadente predetta, e la sua larghezza è di una pertica (2) e mezzo in circa, basterà dilatarlo altri 15 piedi, la metà da una parte, e l'altra metà dall'altra, escavando questi 15 piedi solo alla profondità della predetta cadente. La terra, che si trova in forma d'argine irregolare su le ripe di questo canale, si dovrà trasportare su le linee degli argini reali da costruirsi.

L'altezza di questi si regolerà su la loro cadente segnata nel profilo, sopra la quale resta assai di franco dalle maggiori piene (3). La grossezza in sommità sarà di piedi 5. Per altro si rimette, a chi avrà la direzione del lavoro il dare agli argini la dovuta scarpa, e bisognando, il munirli di banca in campagna, come pure il dar le scarpe alle ripe, o golene nei luoghi, dove tutta la larghezza dovrà farsi a mano; l'alzar queste ripe, e il fortificarle, e sostenerle con lavori, dove o la bassezza soverchia della campagna, o la condizione del terreno lo richiedesse; il difendere le concavità delle piccole piegature delineate nella pianta, per prevenire le corrosioni, e le tortuosità del fiume, e di usare insomma tutte le necessarie cautele secondo l'arte.

Fatta l'escavazione nel modo predetto, tutte le acque di scolo, che dovranno recapitarsi per li articoli 5, e 7 in quest'alveo, si condurranno alle chiaviche loro destinate, e potranno avere per esso il loro corso.

---

(1) Si è poi dovuto dopo l'immisione del Ronco nella nuova linea scavare a mano molta parte dell'alveo nuovo de' fiumi uniti, e ciò pur si è fatto per tutta la linea del Montone per essersi incontrato ne' fondi un terreno troppo resistente, che certamente l'acqua non avrebbe potuto corrodere, e ciò tanto meno, quanto che contemporaneamente al Ronco, o poco dopo non si è sboccato il Montone ad accrescer forza e momento all'altro fiume.

(2) Il Panfilio è stato, come si è detto, preso nel mezzo dell'alveo in vece di lasciarlo alla destra, come erasi determinato del 1733.

(3) Fu anco riformato il profilo col tenersi l'arginatura più alta di prima.

Quando i nuovi argini saranno rassodati, e aderbati, e si giudicheranno in istato di resistere al corso dell'acqua, si farà una forte intestatura, o cavedone attraverso il canal Panfilio alla Voltazza nella linea dell'argine sinistro del nuovo alveo, ed un'altra pure attraverso il Panfilio a destra al passo de' Tamarisi, ed aspettando una piena del Ronco, si taglierà l'argine destro di esso, dirimpetto all'alveo preparato. L'acqua del fiume non mancherà di prender corso per questo alveo, come quella, che vi troverà una caduta di 3. piedi incirca da fondo a fondo, e comincierà a corroderlo, e a dilatarlo. Si lascierà nulladimeno sul principio aperto l'alveo presente, il quale a poco a poco si verrà atterrando a misura, che il nuovo si renderà più capace. Ma dopo qualche piena, si potrà chiudere affatto il vecchio con una intestatura (1), acciocchè tutta l'acqua si riduca nel nuovo, e allora si farà il taglio accennato all'articolo 3. alla rivolta della Darsina, che darà comunicazione al canal Panfilio coll'alveo, che il Ronco avrà abbandonato.

Allora le acque della chiavica Mazzolini mentovata all'articolo 6, e le altre, che secondo l'articolo 7. dovessero entrare o nel Panfilio fra la Voltazza, e la Darsina, o pure nel Ronco abbandonato, comincieranno a sfogarsi per questi alvei, ma lo scarico di essi non si renderà affatto libero, se non dopo fatta l'escavazione del nuovo porto, come si dirà a suo luogo.

Intanto si dovrà voltare il condotto della Lama, per la linea notata nella Mappa generale alla botte preparatale sotto la chiusa, e quindi a trovare la canaletta, e con essa andare alla chiavica comune del suo sbocco nel Ronco (2). Si toglierà la comunicazione della canaletta coll'acqua, che viene dal mulino vecchio, acciocchè tutta vada alla detta chiavica, la cui luce potrà dilatarsi alquanto, e la soglia si dovrà abbassare piedi 2. 7, per darle tutto lo scarico possibile, con che resterà ancora alta un piede sopra la bassa marea. I fossi, e scoli, che mettono acqua nella Lama, o nella canaletta, si dovranno condurre a questa nuova linea del di lei corso, e sarà anche necessario escavare il fondo della canaletta sino al piano della

---

(1) La Darsina non fu allora tagliata, perchè è stata mutata l'idea del porto ed il ricapito degli scoli, come si anderà a suo luogo indicando.

(2) Non fu rivoltata la Lama alla botte, ma con chiavica propria fabbricata nella destra del nuovo Montone fu recapitata in questo; quindi la botte rimase chiusa, perchè senz' uso. Ma quando resti effettuata la regolazione 1740, resterà aperta per servizio del Mulino nuovo, ed in ogni caso che il letto del nuovo Montone dalla chiusa al Ronco si alzasse, e perdessero la Lama, e canaletta lo scolo, potranno sempre con l'acqua di detto mulino esser passate per la detta botte e sotto il vivo della chiusa verso il mare secondo alle prime idea della regolazione.

detta soglia abbassata. Le due chiaviche superiori, per le quali parte della Lama ha sfogo nel Ronco, non si stimano più necessarie, ma volendosi aprire, se ne potranno abbassare le soglie due buoni piedi.

Ad un medesimo tempo dovrà essersi preparato l'altro alveo nuovo da condurre l'acqua del Montone al Ronco, il quale alveo si dovrà anch'esso escavare per le prime cento pertiche di sotto alla chiusa a tutta larghezza, la quale sarà per questo fiume di 6 (1) pertiche in fondo, e poi ridursi alla Cunetta di 3 pertiche, facendo per tutto gli argini distanti fra loro pertiche 10, e regolandosi in ogni altra cosa secondo la pianta, ed il profilo, e secondo le avvertenze, che si sono date nel parlare de' fiumi uniti, e colla stessa grossezza d'argini in sommità. Si taglierà finalmente l'argine destro del Montone, e si farà scendere l'acqua di esso nell'alveo nuovo per la chiusa già preparata, per cui avrà caduta intorno a 5 piedi dal fondo superiore all'inferiore, e contemporaneamente avendo tagliato l'argine sinistro del Ronco all'unione del nuovo alveo del Montone con esso, confluiranno le acque dell'uno, e dell'altro per l'alveo destinato ad amendue, le quali nelle prime piene finiranno di corroderlo (2), e stabilirlo alla misura proporzionata alle forze dell'uno, e dell'altro. Si starà avvertito sul principio dell'impeto delle fiumane, per impedire le rotte, che potessero forse temersi, e per accorrere al riparo.

Le linee della proposta diversione sono in ogni loro parte sepolte fra terra, tanto rispetto al fondo, che al pelo basso. Gli argini di moderata altezza, e con grossezza in sommità di piedi 5 (3). Il corso delle acque quasi affatto rotto, e bastantemente lontano dalla città, perchè in caso di rotte a sinistra, non possano queste accostarvisi, se non molto dilatate, e dopo aver perduto l'impeto: circostanze, che non concorrevano nella linea Azzoni, onde in caso di rotte a sinistra, o resteranno trattenute dall'alto della campagna, o frenate dagli argini del canale del mulino vecchio, o da quelli dello stesso Ronco presente, o al più avranno per esso Ronco lo sfogo, onde la salvezza della città ci pare stabilita con tutta la sicurezza possibile.

(1) Erasi veramente preparato il nuovo alveo del Montone dalla chiusa alla confluenza come qui veniva prescritto, ma essendosi da me osservato dal 1739 la tenacità della terra del fondo si è fatto da per tutto escavare a tutta larghezza.

(2) Sboccati che furono tutti e due si proporzionarono secondo alla loro natura il fondo, e sono corsi con la più desiderabile felicità al mare.

(3) Non arrivano veramente da per tutto alli divisati piedi 5, ma la terra di cui sono composti è di sì buona qualità, e restano le piene di sì moderata altezza, che non è da temersi nè meno per ciò danno alcuno.

L'alveo vecchio del Montone disotto alla diversione, si chiuderà con argine, o intestatura ben robusta (1), e con buona banca esteriore, e forte palificata interiore, acciocchè resista agli sforzi, che facesse il fiume per tornare a rivolgersi a quella parte. Stabilito l'alveo nuovo comune ai due fiumi, si potranno fabbricar le due chiaviche dell'articolo quarto per lo fosso vecchio (2), e indrizzare secondo l'articolo settimo quelle acque di scolo, che non avessero per anco avuto ricapito.

E soverchio avvertire, che pendente il tempo di questi lavori, resterà interrotto l'uso del canal Panfilio, che ora serve al porto, e quello del mulino nuovo, e del macello, e finalmente anco quello del vecchio (3). Onde converrà supplire il meglio, che sia possibile al difetto del porto, valendosi di quello della Fossina, e prevenire la mancanza delle farine, con raccoglierne prima quantità bastevole per tutto il tempo de' lavori predetti.

L'intersecazione, che il nuovo alveo farà delle strade pubbliche (4) obbligherà anch'essa a far un passo sopra barche, almeno alla strada Romana, finchè vi si provvegga stabilmente colla costruzione di un ponte.

---

(1) L'intestatura è stata bensì fatta, ma senza banca esteriore, nè la palificata è stata piantata come portava il progetto, sarà però rimessa opportunamente nella più valida forma.

(2) Le chiaviche non sono state fatte, ma si è procurato di supplire in altro modo a' predetti scoli.

(3) Quando si avesse tenuto il Panfilio alla destra, si avrebbe avuta una navigazione bastevole sino a tanto che il nuovo naviglio si avesse fatto; ma all'improviso uscito un altro progetto per il porto, non più si è pensato al primo da noi proposto, e circa a' mulini è rimasta la città, atteso il detto cangiamento, per molti mesi priva affatto della molitura de' grani con molto incomodo e danno principalmente del minuto popolo.

(4) Il numero de' ponti fu poi coll' intervento della Deputazione della città stabilito del 1733 con particolar relazione e stampa, diretta al sig. Cardinale Massei, intitolata: *Sopra il mulino ad acqua torbida con il progetto del numero de' ponti sopra de' nuovi alvei ec.* in questa a carte 9 si dice: *Quattro vorrebbero esser i ponti, uno cioè sopra de' fiumi uniti alla Voltazza per la comunicazione della regia strada di Roma. Il secondo alla Tassinara sopra del nuovo Montone poco superiormente al punto della nuova confluenza per Forlì e Forlivese. Il terzo nel Ronco in faccia alla strada detta della Cella, e supplirà alla strada del Dismano, che nell' Inverno principalmente resta affatto impraticabile. Il quarto si costruirà sopra della chiusa, e si farà di pietra, e servirà per la Regione di mezzo li fiumi, senza obbligare quelli che abitano verso del Montone a passare al Ronco per venire a Ravenna.*

Tutti questi ponti sono stati fatti a riserva di quello sopra della chiusa. Quello poi alla strada Romana dalla magnanima idea dell' Eminentissimo Cardinale Alberoni è stato fatto fabbricare di pietra cotta e di marmi diviso in cinque arcate vive, e due morte vicino a' fianchi; fabbrica veramente superba e degna della

Immediatamente dopo la chiusa del vecchio alveo del Montone, si metterà mano alla escavazione del nuovo porto, di cui si parla

grandezza del Pontefice sotto di cui è stata inalzata, e dell'animo sublime di chi l'ha fatta eseguire. L'iscrizione che l'adorna collocata sopra di un eminente piedestallo è la seguente.

CLEMENS . XII . PONT. MAX.
BEDESIS . ET VITIS . AQVIS
RAVENNAE . VTRINQVE . IMMINENTIBVS
CORRIVATIS
MAGNIFICO . PONTE . SUPER . IMPOSITO
ROMANAQVE . VIA . RESTITVTA
VRBEM AB ALLVVIONE . IMMVNEM
REDDIDIT
VIATORVM SALVTI . ET . COMMODO
PROSPEXIT
A. S. MDCCXXXVI . PONT. VI.
OPVS . CVRANTE
IVLIO . CARD. ALBERONO FLAMINIAE
LEGATO
S P Q R.
PRINCIPI . BENEFICENTISSIMO . P.

E dirimpetto in altro piedestallo.

INCHOAT
DIE VIGESIMA . SECVNDA . IVLII
ANNI . MDCCXXXV
ABSOLVT
DIE VIGESIMA DECEMBRIS
ANNI . MDCCXXXVI.

In qualche parte della relazione presentata l'anno 1739 al sig. Card. Alberoni predetto in proposito di questo ponte, dissi, e qui lo voglio ripetere: *Di non potersi negare che chi giunge la prima volta al magnifico e sontuoso ponte, che il nuovo, o grand' alveo traversa per la continuazione della strada Romana, che dalla condotta de' fiumi ne restava interrotta e divisa, non debba restar sorpreso e dalla mole di questa regia fabbrica, e dalle nuove linee de' fiumi, che a perdita di vista di qua e di là si estendono, e che non abbia a concludere che tal opera sia ben degna dell' animo Augusto di Clemente XII. Sommo Pontefice, e sia per essere, fra i moltissimi altri del suo Pontificato, un eterno monumento della somma sua providenza, ed insieme della saggia ed ottima direzione di V. Eminenza, e concludere con giustizia, che impresa simile, terminata che sia, sarà da equipararsi in materia di condotta di acque, alle maggiori che da maggiori Principi siano state fatte.*

È sembrato a tal uno questo ponte troppo alto, ma circa a ciò aggiunsi in altro . §. i seguenti sensi in detta relazione. *Di questo ponte esporrò, che l'aversi fatto tenere all' altezza, in cui si trova, farà un giorno benedire la saggia di Lei providenza, mentre dovendosi fuori di dubbio, il nuovo fiume prolungar la*

all'articolo secondo (1), e all'introduzione in esso delle acque del ponte canale, ed altre di scolo, come agli articoli 9, e 10, ma noi diferiremo di parlarne all'ultimo, per le molte ispezioni, che sono annesse a tal materia.

CAPO TERZO.

De' lavori da farsi per l'uso de' mulini.

Nell'ala sinistra superiore della chiusa del Montone, si aprirà la luce d'una chiavica con soglia più bassa un mezzo piede del ciglio della predetta chiusa, per la qual luce munita di cateratte, entrando parte dell'acqua del fiume, riuscirà in un piccolo canale, che poco più sotto si farà rientrare nell'alveo vecchio di quello, e si condurrà per esso a canto alla ripa, o golena destra, fiancheggiandolo con argine a sinistra sino alla presente chiavica, onde esce il canale del mulino vecchio, lunghezza di un quarto di miglio incirca.

L'argine, che accompagnerà il canale, si potrà far alto sopra il fondo di esso piedi 3. La larghezza sarà eguale a quella del presente canale del mulino vecchio, e il fondo si spianerà da soglia a soglia delle predette due chiaviche, alzando però prima quella della chiavica presente un piede incirca. L'acqua, che si prenderà dal Montone per la nuova chiavica, passerà per l'altra presente, e verrà al mulino per lo solito canale, il cui fondo ora interrito, si dovrà escavare orizzontalmente al piano della soglia di quest'ultima.

Qualora l'acqua del Montone sarà torbida, si terranno chiuse le porte della nuova chiavica, dovendo in tale stato il mulino vecchio

---

linea nel mare, è poi inevitabile il rialzamento del proprio fondo, e per conseguenza della portata dell'acqua, ed allora si vedrà se soverchio o affatto necessario sia stato l'alveo costrutto ad una tale altezza, che finalmente non eccede, che di once sei ed un punto quello del Ronco a Porta Sisi.

Non è piaciuto ad alcuni il sito sceltosi per esso ponte, come che fuori della dirittura della strada Romana, e più verso della confluenza de' nuovi fiumi. L'aversi da' Periti detto al signor Cardinal Legato, che il fondo alla detta strada non si trovava consistente quanto era uopo, ha fatto risolvere il formarsi la fabbrica nel luogo antedetto. Che poi tal cattivo fondo vi sia veramente nell'accennato sito, niun saggio avendone fatto, nulla potrei di certo affermare; certamente che il trasporto ha costato all'impresa somme grandi, non che nell'attuale grandiosa fabbrica, ma nel formarsi le necessarie salite, e nella comunicazione della nuova strada tanto a destra, che a sinistra per unirla alla Romana, essendo ivi bassissima la campagna, e di un instabile terreno.

(1) Cangiatasi l'idea del Porto, non fu proseguita l'esecuzione del naviglio da noi progettato, ma data mano a ridurre lo scolo della città in un canale atto alla navigazione.

onninamente cessare dal suo uso, nè ricever giammai acque torbide, se non si vuole rovinare affatto il porto (1). Anzi sarà bene, che stieno parimente chiuse le porte dell' altra chiavica presente, acciocchè, penetrando qualche poco di torbida per le prime, non si estenda, che nel piccolo tratto del canal nuovo, e se ne possano levare facilmente a mano gl' interrimenti.

In tempo poi di acque chiare, si aprirà, l' una, e l' altra chiavica, e si darà il corso all' acqua sino al mulino, la quale potrà talvolta, cioè in tempo d' abbondanza d' acque, esser forse bastevole al macinare, senz' altra manifattura.

In tempo di scarsezza d' acqua si dovrà sostenere il pelo del fiume, affinchè entri in sufficiente altezza per la nuova chiavica. A tal uso potrà qualche volta bastare, ristringer la larghezza della sezione del fiume immediatamente di sotto alla nuova chiavica, e di sopra al ciglio della chiusa co' soliti tavoloni, i quali dal fianco sinistro della chiusa si estendano ad un pilone di muro fabbricato a tal uso sopra la sommità di essa, ed alto piedi 4 incirca, entrando il gargamme nell' uno, e nell' altro stabile (2). Ma perchè il più delle volte non riuscirà col solo ristringimento di alzar l' acqua abbastanza, si potrà per ora seguitare a praticare il solito argine, o cavedone di

(1) Con la mutazione del porto, avendosi per necessità dovuto variar molte altre cose stabilite, si è proposto altro progetto per i mulini l' anno 1740, quando d' ordine di sua Santità Benedetto XIV. felicemente Regnante, fui a riconoscere, servendo S. E. il sig. Cardinale Marini, tutto ciò che concerner poteva il termine di questa grande impresa. Secondo dunque a quanto ho lasciato in iscritto a Sua Eminenza, potrà il mulino vecchio macinare egualmente e con l' acqua chiara, e con la torbida, mentre il progetto è di fare all' uscire della chiavica di questo mulino sul Ronco abbandonato, due mediocri chiaviche e due canali che in esse ponghino capo, il destro avrà a servire per l' acqua quando torbida sia, la quale mediante un taglio verso la Darsina vecchia del Panfilio sarà portata a sboccar in questo, perchè vada alla chiavica della Mattamolla a Tamarisi ne' nuovi fiumi, ed il sinistro da tenersi aperto ed usarsi nel solo tempo delle acque chiare, il qual condotto dovrà aprirsi a canto la muraglia della città sino al nuovo naviglio.

(2) Essendosi tenuto, com' è stato notato superiormente il ciglio della chiusa più basso della coltellata della chiavica nel Montone abbandonato inserviente al Mulino vecchio p. 8. 8 8, cioè once 4 ed un punto meno dello stabilitosi nelle ultime riforme fattesi dal sig. Manfredi, si dovrà fare un alzamento ad esso ciglio di once cinque, indi si avranno ad abbassare i catini del mulino da un piede se non più, potendosi ciò ben fare da che il Ronco dopo la diversione è rimasto del tutto vuoto di acqua, ed in tal maniera senza altro argine o camminelli che vorrebbero esser fatti nell' alto del labbro della chiusa, si renderà macinante il mulino vecchio, e quando in vece di un tal provvedimento che si reputa il più facile, si volesse introdurre i camminelli, saranno da piantarsi alcuni stanti di marmo per i medesimi, e disporvi un ponticello di legno per chiuderli ed aprirli secondo il bisogno.

terra. Per altro ci riserbiamo di suggerire con maggior comodo un provvedimento più stabile, e più spedito, che si va divisando per tal'effetto, e con ciò risparmiare la spesa del detto argine, e il ritardo al macinare.

Secondo le livellazioni da noi fatte, e riscontrate con ogni esattezza, basterà sostenere il pelo di quest' acqua piedi 1. 7 sopra il ciglio della chiusa, perchè il mulino possa macinare a botte; perocchè in tale stato il pelo ristagnato dalle portine del mulino, si equilibrerà in un medesimo livello con quello del fiume alla nuova chiavica, e questo pelo sarà alto piedi 2. 5 sopra la soglia delle dette portine, ch' è quell' altezza maggiore, a cui possono contenerla gli argini del canale superiore al mulino.

Atteso ciò, basterebbe, che l' argine da farsi attraverso il fiume fosse alto sopra il ciglio della chiusa piedi 1. 7, ma per ogni impensato accrescimento d' acqua, e sempre chiara, che potesse darsi, si potrà fare alto piedi 2. 2., e dandosi tal caso, il mulino macinerà seguitamente, e dovrà aprirsene lo sfogatore, affinchè l'acqua non sormonti gli argini del canale, oppure abbassar di nuovo il pelo del fiume, con levar d' opera uno o più dei tavoloni predetti.

Nè qui, per accrescer l' altezza del detto argine, avrà più luogo il riguardo di poter sostenere una piena mezzana del fiume, che sopraggiungesse, perchè non dandosi piene senza torbida, dovrà in tal caso il mulino assolutamente cessare dal macinare, e dovrà chiudersi la nuova chiavica, lasciando, che l'acqua demolisca l'argine, anzi si dovrà espressamente proibire, che questo non si faccia mai più alto de' predetti piedi 2. 2. acciocchè venga tosto sormontato, e asportato da qualunque principio di piena; il che toglierà eziandio le querele degli adiacenti superiori, i quali ora con qualche ragione si dolgono (1), che per la grande altezza, che al presente si dà al detto argine, stieno in collo le fiumane, e poi nel demolirlo che fanno, tirino seco colla gran caduta acquistata, le ripe superiori.

Pare a prima vista, che togliendosi al mulino vecchio l' uso della torbida, sia per aversene più scarso servigio di quello, che ora se ne abbia; ma questo timore non si troverà ben fondato, se attentamente si paragonerà lo stato nuovo col presente. Venendo torbido il fiume, supposto, che l'argine resista alla fiumana, che spesse volte non vi resiste, oppure che, squarciandosi, resti ancora tanto d'acqua da

(1) La qual altezza della chiusa non potrà mai pregiudicare a' riguardi de' possidenti superiori, avvegnachè riuscirà all' incirca di livello col fondo vecchio del Montone, e col vantaggio della chiamata del declivio della chiusa, essendosi osservato che dopo la diversione le piene di molto non arrivano agli antichi segni.

servire alla macina, non però in tale stato sempre si può macinare, mentre basta, che il Ronco, in cui quest'acqua si scarica, corra nel suo letto in altezza di 3 piedi, per annegar il mulino, il qual caso si può credere, che spesse volte succeda, massimamente in inverno, o più in primavera allo sciogliersi delle nevi; le quali mantengono alle volte per settimane, e mesi una mezza piena perpetua. In oltre nel presente stato di cose, neppure sempre si macina, ove le acque sieno chiare a cagione del lungo tempo, che convien perdere a fabbricar l'argine. Noi stessi lo abbiamo veduto nel nostro soggiorno in Ravenna, distrutto da una piena di Agosto, non poter essere interamente riparato, che il due Ottobre, onde il mulino cessò più d'un mese dal suo officio; e appena lo ripigliò nel predetto giorno, che l'argine per poco non fu di nuovo asportato da un'altra piccola piena, che sopraggiunse. Di questi casi si può considerare quanti ogni anno ne accadano, onde, computando il tutto, il mulino, non macina assolutamente per la metà dell'anno, nè forse per la terza parte.

Nel regolamento, che si propone, non dovendo farsi, che un arginello di piedi 2. 2, si potrà perfezionare l'opera in uno, o due giorni, e tosto ripararla, quante volte sarà distrutta dalle piene, nè vi sarà più timore, che altre acque inferiori facciano pescare il mulino, perchè questo si scaricherà sopra un pelo d'acqua poco più alto di livello del mare, onde egli macinerà quante volte il Montone avrà acque chiare, che vuol dire per la massima parte dell'anno (1),

---

(1) E circa alla facilità della molitura, seguirà questa anche meglio di prima essendosi anche abbassata la chiavica di sfogo di detto mulino al Ronco, di modo che potrà quasi sempre macinare a foce aperta.

Prima di lasciar la considerazione di questo mulino, che è di una *insigne* e ragguardevole fabbrica, si vuole qui addurre certa quanto lepida, altrettanto sensatissima iscrizione, fatta da Girolamo Donato, celebre soggetto fra i rinomati Letterati del suo tempo, e presidente della Provincia della Romagna per la Veneta Repubblica, che nel secolo decimoquinto ne era in possesso. È stesa dessa in marmo nella facciata dell'edificio a fianco della porta maestra, e contiene in una specie di Legge e d'avvertimento circa a' mugnai, quanto segue

HIERONIMVS . DONATVS . PRAESES
A . FVNDAMENTIS . RESTITVIT.

INSTITOR . MOLENDINARIVS . DILIGENTER . MOLAS . ET . RELIQVA . INSTRVMENTA . CVRATO . FRVMENTA . CITRA . DOLVM . ET . SVPINAM . INDILIGENTIAM . SERVATA . ET . MOLITA . RESTITVITO . PRETER . CVPVLAM . NIHIL . EXIMITO . XL . NVM EXSOLVITO . COLLVM. ET . MANVS . AMBAS . IN . COLVMBARI . CONCLVSAS . PER . DIEM . LEGITIMAM . TENETO . SED . HEVS . TV . QVI . MOLENDA . FRVMEN . CONTVLERIS . EDICTO . NE . FIDITO . MANVS . OCCVLATAS . HABETO . ET . SCITO . INSTITORES . MOLENDINARIOS . EX . EDICTO . PVNIRI . POSSE . NON . CORRIGI .

e si potrà abbassare a piacere la soglia della chiavica di sfogo di esso mulino nel Ronco, anzi lasciarlo sboccare a foce aperta.

Aggiungasi, che quando questo mulino macinerà a botte, come per lo più succede, il pelo superiore non si abbasserà così sollecitamente, come ora fa all'aprirsi delle portine, attesa l'ampiezza del vaso, che gli farà botte, e sarà tutto il tratto del canal presente, tutto quello del nuovo, e quello finalmente dell'alveo superiore del Montone per la lunghezza di oltre un miglio di sopra alla chiusa: laddove al presente il ristagno fatto dalle portine fino al detto livello, neppure arriva per lo canal superiore fino alla chiavica sul Montone: attesi gl' interrimenti, che inevitabilmente egli soffre, per darsi adito alla torbida. Potrà dunque durarsi a macinare prima di votare la botte per molto più lungo tempo, che ora non si fa, oppure si potrà macinare a 3. e 4. poste con quell' altezza di botte, con cui ora si macina ad una, o due. E sebbene in ricompensa più tempo vi vorrà ad empiere il vaso predetto, si potrà fare tal riempimento nelle ore della notte, e macinar seguitamente le intere giornate, buona parte delle quali si spende ora nell' aspettare, che si riempia la botte, la quale ogni 3. o 4. ore è vota.

Passando al regolamento de' due mulini, nuovo, e del macello, compita la diversione de' fiumi, dovrassi nell' argine sinistro dell'alveo comune di essi un poco di sotto alla confluenza fabbricare altra chiavica (1), e derivarne un canale della larghezza del canal superiore di essi mulini, il quale si farà rientrare poco dopo nell' alveo abbandonato del Ronco, e si condurrà per esso a canto alla ripa

(1) Al cangiamento del sito del porto, si è cangiata anco l' idea di condur l' acqua dalla confluenza per il Ronco abbandonato al mulino nuovo, o sia stato per la spesa che importava; oppure perchè disegnandosi allora di non più servirsi de' mulini ordinarj della città, o al più del vecchio, e volendosene uno da macinar in ogni tempo ne' prati della Lama oltre delle nuove linee, è restata affatto giacente la nostra proposizione; ma sboccato che fu il Ronco nel nuovo alveo, ha macinato bensì il mulino vecchio per molti mesi, attesa l' umida stagione corsa, quanto poteva bastare per la città; ma divertito poi anche il Montone, nè regolato il ciglio della chiusa, nè abbassati i catini del detto mulino, sono rimasti tutti e tre i mulini immacinanti con grave danno della popolazione, finalmente dallo zelo dell' Eminentissimo sig. Cardinale Marini Legato, è stato riposto in un conveniente moto il mulino nuovo coll' acqua del Montone presa alla chiusa, e fatta passare nel Ronco abbandonato, ed in ora con la regolazione 1740, quando resti effettuata, può sperarsi rimessa anco in tutti e tre i mulini, la molitura nel modo che segue. Si vuol prender l' acqua del Ronco al chiavicone Spadoni, collocato sulla sinistra di questo fiume in distanza di sei miglia da Ravenna, dovendosi fermar prima l' acqua di detto fiume con lavoriere amovibile all' altezza di piedi 2 e mezzo in circa, conducendola poscia con canale proprio sino a passar sotto la Lama con botte, indi con alveo a questa parallelo portarla sotto alla chiusa nella botte ivi esistente; tradotta poscia alla

destra, sino alla presente chiavica de' mulini, continuandolo col canal superiore di questi, che dovrà espurgarsi dagl' interrimenti. La soglia della chiavica da costruirsi, si potrà fare alta un mezzo piede più di quella della presente chiavica sul Ronco all' uscir dell' acqua nel canale, e con ciò riuscirà a un dipresso eguale in altezza al fondo stabilito del nuovo alveo. Si darà al canale la cadente del predetto mezzo piede dall' una all' altra soglia, e gli argini che dovranno contenerne le acque, si faranno alti piedi sei sopra il fondo di esso.

Si avrà per massima inviolabile di non far mai entrare in questo canale acqua torbida, e perciò in tempo di fiumane, o sien del Montone, o del Ronco, staranno chiuse le porte tanto della nuova, quanto della presente chiavica; anzi sarà cura de' custodi il chiuderle, qualunque volta si avrà probabilità, che sopraggiunga nell' uno, o nell' altro fiume qualche elevazione di torbida.

In acque chiare si potranno queste condurre ai due mulini, sostenendole ad un' altezza non minore di piedi 5. 2. sopra la soglia della nuova chiavica, tanto richiedendosi per far giungere l' acqua su le soglie de' due mulini all' altezza necessaria per macinare a botte. L' acqua così alzata rigurgiterà nel Ronco per 5. miglia incirca al disopra, e nel Montone ancora fino alla chiusa, senza però sormontarla, ma con restare più bassa della sommità di essa un piede, e 3 once incirca.

Per ottenere il predetto alzamento si potrà continuare per ora l' uso de' tavoloni, e dell' argine, o cavedone nella maniera poc' anzi detta (1), non permettendoci ora l' angustia del tempo di digerire

---

sinistra del nuovo Montone si porterà al mulino nuovo, ed in tal modo la detta botte della chiusa che servir doveva per lo scolo della Lama e canaletta, servirà a questo altro essenzialissimo uso del mulino nuovo, ed occorrendo anco, com' è stato detto al num. 24. in ogni incontro di crescimento del fondo de' nuovi fiumi, anco il detto scolo, potrà sempre esser sotto di essa botte recapitato, non ostante quell' acqua che all' uso predetto venisse derivata dal chiavicone Spadoni; quest' acqua poscia così condotta, se torbida, dopo aver animato il mulino nuovo, dovrà passare alla chiavica della Mattamolla a Tamarisi per il vecchio Panfilio ne' nuovi fiumi, e se chiara, col mezzo di certo taglio da munirsi con chiavica, si farà passare attraverso del Ronco abbandonato, come bastantemente lo esprime la Mappa annessa, al nuovo Porto, e pertanto il detto mulino sarà ridotto a macinare in tutti i tempi: vantaggio che non si aveva eseguendo le prime idee da noi concepite.

(1) Fu progettato da me nel 1733 nella Relazione a stampa indrizzata al sig. Card. Massei col titolo di *Metodo esecutivo di tutte le operazioni* al §. *Ma perchè una volta finalmente ec.* quanto ricercavasi per sostituire un valido, benchè amovibile riparo all' argine, ch' era solito farsi nelli due fiumi a motivo delle macine, dovendosi per queste inalzar l' acqua sino ad un certo segno, consisteva il ripiego nel *piantar 9 piloni di buona muraglia con sua platea e battenti, da' quali*

quanto si va pensando intorno ad altro modo più facile, e più sicuro di questo. Ma qui l'argine dovrà avere almeno la detta altezza di piedi 5. 2. sopra il fondo del fiume, anzi di piedi 6. per ogni buon fine, e più ancora, se si desse caso, che il fondo de' fiumi uniti s'abbassasse sotto la cadente del profilo; onde sarà questa opera di maggior manifattura di quella, ch'è necessaria per l'altro mulino, ma non però maggiore di quella, che ora si fà per questi due, de' quali parliamo, tenendosi ora l'argine anco più alto, per resistere a qualche escrescenza del Ronco, e per condurre eziandio la torbida al mulino del macello, il che nel nuovo regolamento non dovrà più aver luogo.

Il gran vaso, che dovrà empiersi d'acque, per farla giungere alla detta altezza, richiederà lungo tempo, ma siccome oltre l'acqua del Ronco, la quale è quella sola, che oggi serve a questi due mulini qualche parte ve ne sarà di quella del Montone avanzata all'altro sostegno del mulino vecchio, così il tempo non dovrebbe riuscire troppo più lungo di quello, che ora s'impiega per far botte a questi stessi mulini, massimamente ove i tavoloni, che si metteranno in opera per fare il ristagno, si spianino, e si combacino uno con l'altro esattamente, nè lascino uscire dal vaso alcuna notabile quantità di acqua.

È da avvertire, che sebbene nel fondo superiore del Ronco stabilito alla bassezza, a cui dovrà ridursi, rigurgiterà l'acqua oltre a 5. miglia, come si è detto, e con ciò giungerà a parti più lontane di quelle, alle quali giunge di presente (ch'è poco oltre la colonna di Gastone di Foix) nulladimeno l'altezza assoluta del livello di quest'acqua ristagnata, sarà la medesima, a cui ora si ristagna, nè i possidenti superiori dietro al Ronco potranno, come ora, dolersi della troppa altezza dell'argine mentre quello, che si farà non eccederà il

---

restando divisa tutta la larghezza del fiume in dieci vani, di larghezza una pertica e mezzo per ciascuno, dovessero ricever i tavoloni per i camminelli: dichiarando che a maggior facilità si avrebbe potuto porre de' tavoloni verticali, o bolzoni ordinarj ne' 4 vani a canto le rive, cioè due per parte, e negli altri sei porvi la travata o pianconatura distesa orizzontalmente da essere e questa e quelli levati prontamente ad ogni piena, ed avendo nella Relazione 1739 versato di nuovo circa alla formazione di tali piloni, ordinai al capo mastro, quello stesso che formato aveva il gran ponte, di minutare la spesa, il quale dopo fatte le necessarie osservazioni calcolò che ogni pilone, sarebbe costato scudi 494. 62, e fra tutti scudi 4450, e la chiavica e fianchi allá destra altri scudi 4000, che sommavano in tutto 8450 scudi, ma per varj incidenti nulla essendosi dipoi fatto, e sboccatosi anco il Montone nel nuovo alveo, si è poi ridotta l'esecuzione di simil progetto e troppo difficile, e di assai maggior dispendio, quindi si è pensato alla presa dell'acqua al chiavicone Spadoni: operazione assai più facile, di moderato dispendio, e sicura.

puro bisogno de' mulini, nè dovrà stare a prova delle fiumane, anzi giugendo queste, si dovrà, per quanto sia possibile, cooperare a demolirlo.

Coll' acqua così sostenuta macinerà a botte non solo il mulino nuovo, ma in parte eziandio quello del macello, abbassandone le soglie superiori (1), e i catini once 4, come si è detto all'articolo 13 mentre l'acqua contenuta in un sì gran vaso, non potrà, che lentamente votarsi, ancorchè oltre le portine del mulino nuovo, s'aprono quelle del macello.

Nè dovrà riputarsi di pregiudizio per questi due mulini, che quello del macello, il quale altre volte macinava colla torbida, debba, non meno, che il nuovo, cessare in tal caso dal suo ufficio. Imperocchè da una parte si compensa questo difetto dal poter egli nel regolamento, che si propone, macinare ad un tempo stesso, che il nuovo, con acqua chiara, il che non mai, o rarissime volte faceva per l'addietro; e dall' altra parte il caso, che egli macinasse colla torbida, non era, che assai raro, per l'impedimento, che trovava al suo scarico nello stesso Ronco, il cui pelo anche basso dirimpetto al mulino (come dalle livellazioni abbiamo riconosciuto) per l'alzamento seguito del fondo, si sostiene a tanta altezza, che basta per renderlo immacinante, annegandone i catini, seppure l'altezza dell'acqua nel canal superiore non fosse tanta da vincere la resistenza dell' inferiore; caso, che non può darsi, se non viene una fiumana, e allora per lo più si squarcia l' argine, e il Ronco dirimpetto al mulino pincchè mai si alza, e totalmente lo affoga. Noi abbiamo osservato quanto sia facile il ceder dell' argine ad ogni mezzana piena, in occasione di quella del dì 9. corrente, che portò un accrescimento di acqua nel Ronco non più che per due piedi, e ciò non ostante l'argine, il quale dopo più di un mese di lavoro era stato pochi giorni prima compito, si rilasciò nel suo attacco al Pilone,

(1) Quanto al mulino del macello, non riputandosi in ora necessario, si potrà lasciar senz' alterazione, da potersene servire quando pur anco si credesse che i due mulini vecchio e nuovo non supplissero al bisogno della città; nel qual caso avrà ad esser abbassato ne' suoi catini, e si ricercherebbe una piccola botte sotto il canale dell' acqua torbida del mulino vecchio, che gli passerà a canto, onde portarsi la chiara di esso macello verso il nuovo porto, ed in tal modo sarebbe ridotto a macinare e con acqua chiara e torbida. Che se si vorrà con questa sola la di lui molitura, non si avrebbe che ad abbassar i catini, potendosi ciò ben fare, rimanendo senz' acqua il Ronco, ed il canale dell' acqua torbida del mulino vecchio, convenientemente basso in ogni stato di acqua, se pure non si amasse meglio di ridurlo a ruote verticali, come si costuma in tutto lo stato Veneto ed altrove ancora, ed allora macinar potrebbe con assai meno corpo di acqua.

e convenne, che il mulino nuovo cessasse dal servigio poco prima ripigliato, finchè la rottura fosse saldata.

Stimiamo dunque, che col presente progetto non solo non venga diminuito, ma resti vantaggiato l' uso di tutti e tre i mulini, non ostante, che niuno di essi debba macinare ad acque torbide. Ma perchè la città assolutamente desidera, che non si cessi in tale stato dal macinare (1), abbiamo nell' articolo 14 proposto di supplire a ciò coll' edificio di uno, o due mulini, da costruirsi al Montone, quando l' esperienza ne faccia conoscere la necessità. La distanza di essi dalla città non sarà più che 2 miglia, ch' è quanto si può ragionevolmente desiderare, e quanto noi troviamo di poter accordare colla salvezza del porto, e con tutto il sistema del regolamento proposto.

L' acqua per questi mulini si dovrà prender con chiavica dalla destra del Montone, mezzo miglio incirca superiormente alla nuova chiusa, e farsi rientrare nel medesimo fiume, con altra chiavica inferiormente a quella, passando, come si è detto, per ponte canale sopra il condotto della Lama, e i mulini si collocheranno a 25, o 30 pertiche dallo sbocco. La caduta del pelo del fiume tra questi due termini sarà intorno a 5 piedi, ch' è sufficiente per lo macinare d' un mulino, o pur di due, se si vuol prender l' acqua per un più largo canale, e dividerla in due rami. Non ci diffonderemo nelle misure appartenenti alle chiaviche, nè al canale, o agli edificj, perchè niente può occorrere in ciò, che comunemente non sia noto, e che non se ne vegga l' esempio in altre simili fabbriche, o su questi medesimi fiumi, o su gli altri della Romagna. Durante il colmo delle piene maggiori, dovranno star chiuse amendue le chiaviche d' imbocco, e d' isbocco, non potendosi allora macinare per lo troppo impeto dell' acqua superiore, e per la troppa altezza dell' inferiore.

I medesimi mulini si potrebbero far macinare, quando anche l' acqua del Montone fosse chiara, ma stimiamo, che allora si vorrà piuttosto condurla al mulino vecchio, come più comodo alla città, sostenendola, come di sopra si è spiegato; onde in tale stato dovrà diligentemente serrarsi la chiavica all' imbocco, acciocchè entrandone qualche parte nel nuovo canale, non si ritardi l' elevazione di quella, che si vuol condurre al mulino vecchio.

Benchè la chiusa da noi proposta sia in tal altezza da non far elevare sensibilmente il fondo superiore del Montone, nulladimeno avendone noi osservati gli argini superiori molto basso, e molti deboli, stimiamo indispensabile alzargli intorno a un piede, e ingrossarli

(1) Ridotti i due mulini della città a macinare e con la torbida acqua e con la chiara, rimane superfluo il pensare alla fabbrica di alcun altro mulino, com' erasi progettato in questo paragrafo.

debitamente: lavoro necessario a farsi anche prescindendo dall' impresa della diversione.

Intorno al condurre l'acqua del Montone presso alla città (1), come bevanda sperimentata più salubre di quella de' pozzi, niente abbiamo da aggiugnere a quello che se n'è detto all'articolo 15, ove abbastanza si è spiegato ciò, che dovrà praticarsi.

CAPO QUARTO.

Alcune notizie circa i porti di mare, con il modo più sicuro di formarne uno alla bocca de' fiumi in luogo di quello del Candiano, che si dà perduto.

Il porto del Candiano, unica strada, per cui si mantiene aperta la comunicazione col mare, ed il qualunque commercio che pur gode la città di Ravenna, essendo egli da qualche anno in qua con sensibili deterioramenti, ha chiamato tutte le nostre applicazioni, per rintracciare ed il vero di lui stato, e le cagioni degli accaduti sconcerti, onde potersi nel miglior modo provvedere all'essenzialità di che si tratta.

E perchè nulla più abbiamo creduto, che illuminar ci possa, che il vivo, e fedele esempio degli altri vicini porti di questa spiaggia; quindi si sono voluti visitare tanto quegli sopra, che sottovento di questa foce, perchè dalla varietà degli accidenti, che ci sono presentati d'avanti, potessimo trarre sicuro argomento, onde porre esso porto nel migliore possibile sistema; persuasi, che la di lui conservazione tende direttamente ad accrescere il lustro alla città, l'erario al Principe, e la dovizia a tutta la Provincia.

Costantemente dunque ci è accaduto di osservare quanto coll'intelletto, sul fondamento dell'esperienza, ci andavamo già figurando, vale a dire, che nulla più può contribuire all'atterramento de' porti, che le torbide de' fiumi; e che mai fiume torbido, non reale, e che abbia del torrente può da se formare, e mantenere foce aperta ai naviganti sul mare; e che per lo contrario anche poche acque chiare, che sieno o dolci, o salse, e più queste di quelle godono sempre di un tal privilegio, e vagliono a conservarselo, se la natura, od altro non sturbassero sovente il loro operare.

(1) Non è stata condotta l'acqua del Montone per bevanda della città nel dubbio, che dalla gente disattenta non restasse coinquinata col servirsene per altri usi; ma viene supplito a tal esigenza con certe buche che si formano nell'alveo abbandonato di esso Montone, che danno acqua quanto basta, e di buona qualità per l'uso predetto.

Esporremo brevemente a Vostra Eminenza quanto ci pare poter esser sufficiente, perchè si comprenda l' idea generale dell' affare in quistione.

Tre movimenti sensibili, e possiam dire costanti, hanno nel golfo Adriatico le acque del mare, cioè di flussó, e riflusso, e di radente il lido. Cospirano i due ultimi insieme su le bocche de' porti di acque salse, o dolci, ma chiare. Il primo del flusso incontra il terzo radente ad angolo quasi retto, e lo sospinge al lido, senza che sensibilmente lo debiliti, onde ne nasce, che come alternativamente vanno i due primi di crescente, e di decrescente succedendosi, così l' ultimo con forza costante sussiste sempre.

Da ciò ne deriva, che le sabbie del mare, o tirate da' proprj cupi fondi dalle burrasche, o portate da' fiumi, sieno sèmpre spinte da tramontana in ostro, dirimpetto le foci predette de' porti salsi, o dolci, ma però d' acqua chiara.

Quanto a quelli di acqua torbida de' fiumi, o ch' essi sono reali, o perenni, oppure temporanei; se della prima specie, non mai valendo il moto ordinario del flusso del mare a far rivolgere in contrario senso il loro corso, ne proviene, che solo ritardano in tal tempo la propria velocità, e s' ingrossano a qualche distanza dalla foce nel proprio alveo; ma se l' energia del loro corso vale a superare il momento della crescente, molto più riescono a portata di tagliare, e sostenere il moto radente; che però restando il mare alla loro destra con niuno, o pochissimo moto, hanno campo le torbide di quivi deporsi, e ne sorgono prestamente gli scanni, ed alla loro sinistra fermano solamente le arene ordinarie del mare, seppure alcun altro fiume superiore non somministra nuova materia anche a questa parte. Ma essendo sempre in minore quantità la naturale torbida portata dal mare lungo i lidi, di quella portata dal fiume nelle piene, e mezze piene, maggiore anche per necessaria conseguenza esser deve lo scanno sotto, che sopravvento, cioè a destra, che a sinistrá, ed a misura della forza del corso del fiume, maggiore succede la protrazione di esso scanno verso il mare.

E perchè laddove l' acqua corrente del fiume trova minor resistenza, ivi si volge, perciò sorgendo lo scanno a destra più alto, e più lungo, e prima del sinistro, però le foci de' fiumi rivolgono per ordinario su questa nostra spiaggia a sinistra il loro corso, che nella decrescente viene poi fatto più vegeto dall' alzamento delle proprie sezioni acquistate durante l' alta marea.

Quanto al radente, è questi forzato a scostarsi dal lido per quel tratto, che dura l' energia del riflusso, facendo questi in tal tempo l' uficio di un vero ostacolo alla detta correntía, passato il quale ritorna poscia ad accostarsi piucchè può alla spiaggia.

Ma se un tal fiume avesse per avventura lo sbocco di un altro torbido sopravvento, e verso tramontana, in tale stato, potendosi da questo contribuire molta sabbia alla parte sinistra dell' inferiore, potrà per un tal accidente accadere, e che lo scanno superiore sia o maggiore, o eguale all' inferiore, o pur anche assolutamente più dilatato, ed avanzato verso il mare, e che il fiume in vece di volgere lo sbocco sopravvento, lo rivolga ad ostro, e sottovento, come è accaduto a tutte le bocche del Po grande dal Cammello in giù, e specialmente a quella di Goro, ed allo stesso Lamone nelle vicinanze di questi lidi, benchè il ravvolgimento della foce allo scirocco di quest' ultimo, possa anche esser accaduto dall' asciuttarsi, che fa, o del tutto, o quasi del tutto esso Lamone nel proprio alveo, e così durare molto tempo, dando luogo al mare di occupar la di lui bocca, e di rivolgerla a suo talento sottovento secondo alle leggi degli sbocchi delle acque salse, che sempre si rivolgono verso ostro a rovescio de' fiumi predetti.

Accade ciò, perchè lo scanno non si potendo formare, che dalle sabbie del mare provenienti da tramontana, e non potendo esse oltrapassare nel riflusso la correntía di queste acque, le depongono a sinistra (1). Così va succedendo in tutti i porti formati dalle lagune salse, o dolci che sieno, come accade alla Baiona, ch' è un porto, che prende le acque, e non in poca quantità dalle valli, alla destra del Lamone, e questa sta rivolta con la sua foce allo scirocco.

La Fossina, altro porto di questa spiaggia, guarda il levante, restando in essa dalla detta Baiona, che le sta troppo vicina, ed a cavaliere, alterati gli effetti, che produrrebbe. Il Savio, fiume torbido, ed impetuoso, seguendo la legge, che a lui compete, si è trovato con lo sbocco assai prolungato, e volto a tramontana. In somma, se particolari circostanze non intervengono, non mai scorgesi alterato il detto sistema, anzi costantemente osservansi adempite le leggi, che dalla combinazione di molti fenomeni si è fissata la natura.

Dalle considerazioni generali discendendo alle particolari, a motivo di concretar poscia la proposizione, che ci siamo presa a maneggiare, si sono vedute le bocche sì antiche, che moderne de' due fiumi Ronco, e Montone, per le quali, dopo aver corso quattro miglia uniti, tributano al mare le proprie acque. Questi, che prima di dieci anni sboccavano sopravvento verso certo porto chiamato Pialassa,

---

(1) Del 1731, così stava rivoltata la bocca della detta Baiona, esaminatasi da noi con la diligenza maggiore col mezzo di ottimo ago calamitato, in ora attesi i molti lavorieri praticatisi dopo il 1737, tiene lo sbocco verso Greco, e la Fossina, si è fatta unire con opere di palificate alla detta Baiona, formandosi di due un solo canale.

furono con breve taglio di sole 60 pertiche gettati sottovento, coll'aversi loro accorciato il cammino per ben due miglia, colla lusinga di un gran sollievo alle loro escrescenze, ridotte intollerabili; il che non essendo succeduto, che per poco tempo, n'è poi derivato altro essenzialissimo disordine, cioè l'atterramento del porto del Candiano, malgrado tutte le acque chiare, che in esso cadono, e le palificate con grave dispendio mantenute alla bocca del medesimo.

La natura, che collo sbocco de' fiumi verso la Pialassa, e con i gran banchi, che aveva stabilmente piantati sottovento di quelle foci, era venuta a formare una vera, e reale difesa al Candiano, che restava a coperto dalle sabbie portate da essi fiumi nell'escrescenze, col nuovo predetto taglio, ridotto più vicino al porto lo sbocco, e quel'ch'è peggio, lasciati in balia del mare gli scanni dai fiumi dilatatamente formati, sono stati questi dalla corrente del mare disfatti, e portati sottovento in tutto il tratto, che giace fra quello sbocco, ed il Candiano predetto, ed hanno sì fattamente assediata la di lui bocca, che in bassa di acqua appena ve ne resta tanta da coprire sottilmente lo scanno, che gli sta a fronte.

E vaglia il vero, riconosciuto da noi lo sbocco de' fiumi, oltrechè lo abbiamo ritrovato ne' soli dieci anni antedetti, protratto per lo spazio riflessibile di duecento e trenta pertiche; quello che poi ci ha fatto toccar con mano la vera origine della perdita del Candiano, si è lo sfaccimento degli scanni della gran punta sopravvento, ridotta adesso quasi in retta linea col lido della Pialassa, quando per lo innanzi sporgeva più di questa da un miglio in mare.

Nè contenti di aver visitati questi siti, abbiamo voluto vedere anche la spiaggia, che sino al porto predetto si distende, e questa pure l'abbiamo trovata a proporzione ingrossata, cosicchè in tal luogo il mare adesso non arriva che a 100 pertiche lontano, da dove prima di dieci anni batteva il lido.

Se tali dunque sono a nostro credere le indubitate cagioni della rovina di questo porto, dopo fatte le più mature ponderazioni, ed accurati esami di tutte le più rimarcabili circostanze, non ci è stato possibile di pensare a rimedj tali, cosicchè lasciando il porto nel sito in cui adesso si ritrova, si possa dal nostro osequio proporre il di lui ristabilimento in modo che sia durevole, ed abbia nell'avvenire a rendersi anche migliore di quello era in passato, tale essendo e la pubblica giustissima premura, e l'esigenza di questa città, cui abbiamo l'onore di servire.

Innanzi però, che ci interniamo di vantaggio nell'individuale del progetto, siaci lecito di spiegarci, che per porto in tutta la spiaggia dal Po sino in Ancona, non può intendersi se non quel canale, o bocca che arriva ad aver quattro piedi in circa di profondità a comune,

nascendo ciò da doppio motivo; il primo per la mancanza di corpo di acqua interna comunicante col mare, che agisca alternatamente col flusso, e riflusso; ed il secondo per esser essa spiaggia con la faccia volta al greco, e levante, ed obbliquamente allo scirocco ed ostro, proprietà de' quali è il zappare il lido (per parlare con la frase della marina) ed asportare le sabbie, dove i primi le spingono alla spiaggia, e le addensano: per tacere di molte altre circostanze, e fra le altre di quelle ben rimarcabili, che nascono dal Po, che ne' tempi addietro ha potuto con le proprie torbide ridurre Ravenna in terra ferma, levandola dal mare, ove maestosamente sedeva.

Per aversi dunque un porto di tal natura, rendesi necessario, che abbia le seguenti condizioni.

Prima, che sia egli di acque chiare, e che le salse in deficienza, o scarsezza delle dolci possano liberamente entrare ne' canali, che con esso comunicar dovranno, ed abbia internamente il maggior corpo possibile d' esse acque chiare.

Seconda, che non abbia alcun fiume torbido sporavvento almeno per la distanza di 7 in 8 miglia.

Terza, che sottovento non abbia fiumara torbida in distanza, che non sia minore di 3 miglia.

Quarta, che le acque influenti di esso porto sieno ne' proprj canali tenute ristrette ed unite, nè possano divagare per paludi di poco fondo, o per alvei soverchiamente larghi.

Quinta, che sia munita la bocca del porto con le opportune palificate, o guardiani, stabilito che sia, che vagliono con le loro lunghezze a coprirlo da' venti nocevoli, e lascino luogo a' favorevoli di poter coadiuvare allo spurgo delle materie lezzose (1), che potessero esservi deposte.

Con tali vedute, essendosi da noi esaminato collo scrupolo maggiore, quale fosse veramente quel sito, che le prime tre condizioni fondamentali perfettamente salvasse, giacchè le altre due dipendono poi

---

(1) Una sesta condizione se gli può aggiungere, ed è (come mi sono espresso in altre Relazioni posteriori) che il porto non sia ingolfato, cioè che tanto sopra, che sottovento non abbia spargimenti di banchi di arena, che venghino a costituire, le foci ritirate e non nell'aperto mare. Ingolfato certamente è quel seno che forma la Pialassa con le acque proprie della Baiona e Possina, onde le sabbie provenienti dal sopravvento, trovano quivi da largamente depositarsi, e questo fu il vero motivo dell' aversi da noi tal sito escluso per il porto, e di essersi attenuti allo sbocco de' fiumi vecchi, sito assai sporto verso il mare, ed in cui salvavansi quanto basta tutte le antedette condizioni. L' essersi atterrato l' antico Pirotolo, che altrevolte in questo stesso seno poneva foce, e che era un Porto non che capace di piccoli legni, come in ora sono tutte le foci di queste spiagge, ma di galee ed altri bastimenti grossi, fa una prova assai convicente della poca durabilità della bocca della Pialassa.

dall'arte sola, niun altro luogo ci è occorso di ritrovare più a proposito, fuori che quello della presente bocca de' fiumi, e ci è sembrato senza comparazione il più adattato, per ottenere il fine che si desidera, mentre il fiume torbido più vicino, ch'egli avrà sopravvento, sarà il Lamone, la bocca di cui gli sarà distante poco meno di 8 miglia, e con un breve (1) e facile taglio, che in certa gombiata, che ha verso il mare, gli si può dare nel di lui alveo, oltre un qualche non isprezzabile miglioramento, che potrà ricevere almeno per qualche anno, si verrà ancora ad allontanare di un altro miglio dalla foce del nuovo porto.

Colla nuova diversione de' fiumi che si progetta dovere sboccar dirimpetto al passo de' Tamarisi in mare, non essendo men distante questa bocca di quattro miglia incirca, si salva perfettamente la nuova foce di questo porto anche da qualunque timore, che dalle torbide sottovento a causa de' venti aver si potesse.

Ma perchè le sabbie hanno di molto elevato il fondo di quest' alveo de' fiumi, cosicchè levata l'acqua di essi, ancorchè nel loro alveo, si volgessero e le acque chiare de' mulini, e lo scolo della città, e qualch' altra acqua, che con utilissimo ricapito potesse quivi avere un felice esito, non potrebbesi per anco dire formato il porto, mentre la forza di esse acque in un alveo soverchiamente dilatato, sarebbe troppo scarsa per ismovere le deposizioni da molto tempo stabilite: per tanto, secondo quello che si è detto nell'articolo secondo del capo primo, sarà da sgombrare a mano gli atterramenti, con formare nell'argine abbandonato da porta nuova al mare (2), o per dir meglio, avuto riguardo alla maggior cadente da darsi al mulino vecchio, giusta il contenuto nel capo terzo, dalle chiaviche della

(1) È stato effettuato il detto taglio del Lamone, ma un tal ripiego quanto utile per sollevar le parti superiori eccessivamente caricate dall' acque di escrescenza di questo torrente, altrettanto può pregiudicare al porto della Pialassa, mentre oltre il trovarsi anco troppo vicino a quella foce, dove prima gettava le sue torbide verso terra sopra gli antichi scanni, adesso le va distendendo a seconda del moto radente nell' aperto mare, e da questo poi nel flusso sono portate a danni di detta foce.

(2) Tal condotta di acqua per il nuovo naviglio non si è poi fatta, essendosi sostituito un cavamento nello stesso scolo della città dilatandolo e profondandolo sino alla Fossina, ed indi col mezzo di lunghe linee di palificate si è procurato d'incassar le acque di questo stagno sino alla bocca, come resta espresso per PHG nella Mappa: venendo limitato esso stagno dallo scanno formato da' fiumi vecchi sopravvento della loro bocca, e da quello del Lamone, sottovento di quello sbocco che prima del nuovo taglio aveva, ma la foce G sul mare, abbenchè l' interno de' canali sia con buoni fondi, rimane con sì poca altezza di acqua, che nelle basse del mare non vi possono entrare nè meno le barche assai mediocri.

Lama sul Ronco sino al mare, un canale di larghezza piedi 30, e che il di lui fondo riesca più basso del pelo basso del mare da piedi due incirca, e dal più al meno come sia, o star dovrebbe il fondo del canale Panfilio.

Nè tale escavazione, come l'Eminenza Vostra colla sua grande cognizione può facilmente vedere, sarà per riuscire di molto impegno, trattandosi di escavare un alveo già fatto, e con sola sabbia (1), e lezzo, ed in poca profondità, non arrivando oltre i piedi 4 e mezzo sotto il presente fondo, e più verso il mare anche meno, come si anderà a suo luogo esponendo, ed apparisce dagli esibiti profili.

All'obbietto che da tal'uno potrebbe esser fatto, che la sabbia fosse per ricadere nell'alveo escavato, e render frustraneo il travaglio, che s'intraprendesse; si risponde, che potendosi, anzi dovendosi tenere il nuovo canale sempre accanto una delle rive, non resterà dunque, che sostenere nella opposta la sabbia che non isdrucciòli, il che agevolmente si potrà fare in quello stesso modo, che fu praticato nella formazione del canale Panfilio, cioè a dire collo impianto delle viminate lungo la nuova riva, la qual difesa poi col tempo si seppellisce, e la stessa sabbia forma il cotico, e s'assoda.

Tutta la linea non oltrepasserà le pertiche 1550, che sono 50 pertiche più di 6 miglia, ma non pertutto si ha da operare, ma solo ove l'acqua bassa de' fiumi corre adesso incassata, cioè sino all'origine incirca del taglio nuovo, mentre farà il rimanente la natura, cospirando insieme con le acque del mare, quelle che di sopra perennemente saranno quivi incamminate.

Prima però di prender in esame, quali debbano essere queste acque, ci sarà permesso d'indicare le variazioni, che succeder probabilmente dovranno alla bocca presente de' fiumi, rimossi *che* questi sieno, e ridotta che sia alle acque salse, e dolci sopravenienti.

Secondo tutte le osservazioni, una gran parte della nuova prolungazione seguita dopo il mentovato taglio nuovo, dovrà corrodersi (2)

---

(1) Tal escavazione che si era proposta ha spaventato gl'impresarj, di modo che col farla comparire poco meno che impossibile tanto si sono maneggiati, che in quel mezzo uscita la proposizione di potersi far il naviglio alla Pialassa con poca spesa, e senza perdersi per un sol giorno la comunicazione con la città, si è intrapreso il progetto della Fossina e Baiona, abbenchè tre miglia più lungo, e di pari se non di maggiore impegno, e certamente di maggiore spesa e nel formarlo, e nel conservarlo.

(2) Puntualmente sino a quest'ora è seguito quanto qui si era preveduto, mentre otturatasi la bocca,, e corrosoi lo scanno che per molto tratto l'accompagnava in mare, se n'è disteso un altro sottovento, che lascia verso la riva ferma interna una nuova pialassa di buoni fondi, e sicura da tutti i venti, essendosi diretto il lido per tramontana, col levante dirimpetto ad angoli retti.

ed asportarsi, in quella guisa appunto ch' è succeduto ai due sbocchi superiori degli alvei abbandonati, che come si è espresso, si sono ben più di un miglio riconosciuti adesso più brevi di quello erano, allorchè i fiumi vi correvano.

Le acque correnti, Eminentissimo Signore, laddove nel mare metton foce, non solamente depongono le sabbie, e la terra che seco portano, ma ancora del lezzo più sottile si spogliano, il quale serve poscia di un legamento sì forte, e tenace alli sabbioni, che i banchi facilissimamente sorgono, e durano a fronte della furia del mare; anzi corre tanta differenza fra le deposizioni gettate dal mare, e quelle de' fiumi, che basta ai pratici vederle per riconoscerle.

All' opposto, se viene levato il fiume da quel tale sbocco, col lasciarsi che il mare liberamente agisca, egli col suo salso scioglie in breve tempo il legame predetto, onde poi le sabbie fatte libere obbediscono facilmente ad ogni movimento di esso mare, e restano per la massima parte asportate sottovento.

Quando dunque sieno ridotti altrove i fiumi, non potrà che succedere l' accorciamento di questa linea: tanto persuadendo la ragione, il fatto, e la costante osservazione.

Ma come ogn' altro naturale effetto, anche un tale accorciamento avrà i suoi limiti; a' quali quando siasi giunto, allora e non prima, converrà seriamente pensare a munire con palificate o guardiani la bocca del nuovo porto, dirigendoli per quel vento, che la combinazione di molte circostanze allora sarà per additarci, e chi adesso volesse disegnarle, darebbe senza dubbio in molti equivoci (1), non essendo lecito nella materia sempre contingente dell'acque, e specialmente di mare, di potere a capello prevedere gli effetti, che ne sono per derivare.

Passeremo adesso alla considerazione di quelle acque superiori, e chiare, che dovranno derivarsi nella nuova navigazione.

Corre una massima appresso tutti i pratici di mare, che gran laguna fa gran porto, e che poca laguna di poco fondo lo produca. Ne' tempi andati, allorchè questa illustre città godeva la prerogativa di esser cinta dalle acque salse, e di avere a se vicine immense lagune, non vi ha dubbio, che il porto suo non dovesse esser felice. Durano ancora i nomi di porto, e di classe, ove gli antichi

---

(1) Nella Pialassa sopravvento non si è seguita questa legge di attendere gl' indicj della natura, se sin dal principio si sono incassate le acque perchè uscissero in mare a norma del concepito Progetto; ma è poi succeduto, che asportatisi dal corso delle acque, fatto maggiore per il detto incassamento, specialmente nel tempo del riflusso, molti sabbioni, i scanni si sono gettati più a largo con sensibile incomodo di quella navigazione.

Romani avevano la stazione della loro armata navale, ma nell' avanzarsi de' secoli barbari, sconvolto affatto il sistema di queste acque, la città si è ridotta in terraferma, non comunicando adesso col mare, che con la stentata, e dispendiosa navigazione del canale Panfilio, formata gli anni addietro dalla magnanimità de' Pontefici allora regnanti, e sostenuta adesso con grave dispendio di questa città.

Nel canale predetto, e nel porto del Candiano vi vanno oltre l'acqua chiara, che cade dal mulino nuovo, le acque temporanee di molti scoli collocati lungo esso, e spezialmente quelli, che vi mettono capo per lo fosso vecchio, e Candianazzo, che prende le acque di molti altri scoli dal fiume Savio in qua, e riesce un corpo tale, che per dir vero (1), se altre cause non fossero concorse a rovinare il porto, sarebbe stato ben valevole a conservarlo aperto, ed abbastanza felice.

Dovendosi dunque, secondo a quanto ci siamo onorati di esporre, mutar adesso la navigazione, egli è da cercarsi, Eminentissimo Signore, di rivolgere nel nuovo ideato canale la maggior quantità possibile di acqua, purchè sia chiara, secondo i principj, che di sopra abbiamo posti, ed esaminati.

In due modi può provvedersi ad una tale esigenza; e con preparar un canale tanto basso di fondo, che contener possa una insigne quantità di acqua, cosicchè il mare istesso somministrar la potesse in caso, che mancasse la superiore, e col prendere e da' fiumi divertiti, e dagli scoli vicini una congrua quantità di acqua, che sia anzi maggiore, che minore di quella, che presentemente nel Candiano per lo Panfilio influisce.

Noi, che col ristagno del detto Panfilio abbiamo potuto dare una base sicura a tutte le nostre livellazioni, abbiamo anche potuto perfettamente conoscere tutti i fondi di questo canale di comunicazione, il quale benchè riceva dentro le proprie rive la navigazione anche di barche grosse, l' abbiamo però ritrovato non eccedere ragguagliatamente piedi 2. 8. 4, ridotto a comune, o sia al pelo dell' alta marea ordinaria, e secondo le nostre osservazioni, calando il mare per il riflusso parimente ordinario once 12, e punti 3, ne nasce, che ogni qualvolta si abbassasse sotto del pelo basso del mare il nuovo canale once 16 e punti 1 ragguagliatamente, sarebbe esso alla stessa presente condizione del Panfilio.

(1) Le cause per le quali si è rovinato e perduto il vecchio Candiano di già sono state bastantemente indicate; fra le principali si contano quelle della vicinanza de' fiumi vecchi, da che con certo taglio furono portati a sboccare più ad esso Candiano vicini, avendo in quelle vicinanze da per tutto inalzata la spiaggia e tolto il fondo alla foce di detto Candiano.

Con tutto ciò a studio di maggiormente facilitare questa navigazione, ci siamo determinati di profondarlo dappertutto piedi 2 sotto del mare basso predetto (1), e tenerlo sempre di livello a questa altezza, non essendovi necessità veruna di darli pendenza, acciocchè il mare vi agisca nel miglior modo possibile, e le acque superiori con inalzare l' altezza delle proprie sezioni, abbiano da loro stesse ad acquistare quella cadente, di cui fossero per abbisognare.

A tal oggetto col mezzo delle livellazioni, che si sono prese, si è anche esteso il detto esibito profilo del preciso cavamento, che si avrà a fare nell' alveo abbandonato de' fiumi, e si è trovato, che la maggior escavazione nelle vicinanze della città sarebbe di piedi 4 e mezzo per pertiche 500, poi di piedi 3 per pertiche 760, e piedi 1 e mezzo per il rimanente sino al mare.

Faremo un divoto cenno a Vostra Eminenza circa la maniera, con cui tali escavamenti senza molta difficoltà praticar si potranno. Sarebbe dunque da intestarsi una partita di alveo di 50 pertiche, e ancor meno, se si vuole, allorchè il fiume fosse già divertito, e per conseguenza quasi senz' acqua, da levarsi ancor questa, gettandola con gli opportuni strumenti di sotto della intestatura inferiore, poi celeremente escavare la detta partita alla divisata altezza, col porre la materia, che ne uscisse sulla riva, da stabilirsi di nuovo, e da assicurarsi poscia con la viminata, di cui si è detto di sopra (2). Compita che sarà la prima partita, dovrà farsi divenire superiore l' intestatura inferiore, e piantarne una nuova altrettante pertiche più sotto, e così successivamente sino ove il bisogno lo ricerchi, avvertendosi, che il travaglio vorrebbe essere sollecito e per gl' incidenti, che potrebbero nascere, e perchè i mulini non avessero a stare lungamente senza agire, e perchè la navigazione, che sarebbe intercetta già per il Candiano dalla nuova linea de' fiumi, potesse avere prontamente il libero accesso a Ravenna.

Minutata così l' esecuzione del nuovo canale, ci onoraremo di avanzare le nostre ricerche, per provvedere l' acqua superiore, che vaglia ad impinguare questo canale.

Perchè dunque cura nostra particolare fu fra le altre cose di non cangiare lo stato presente de' mulini, bensì di trarli possibilmente

---

(1) E sopra tali misure si è anche formato il nuovo naviglio dentro lo scolo della città. Si avverte, che tutte le misure enunciate in questa relazione sono le Agrimensorie di Ravenna.

(2) La viminata, di cui tanto fu dubitato dagli Appaltatori, di porla in opera, è stata poi senza tema veruna di sua buona riuscita adoperata nel naviglio del pontecanale, e questa in tutto quel tratto di lavoriere in cui furono trovate le rive con la sabbia.

dalla inazione, in cui con grave detrimento e pubblico, e privato se ne giacciono per molto tempo dell' anno inoficiosi, così tutta quell' acqua chiara, che adesso va nel Panfilio (1), allorchè macina il mulino nuovo, sarà da rivoltarsi nell' alveo abbandonato del Ronco, vale a dire nel nuovo proposto canale di navigazione, essendochè, secondo quanto si è detto nel capo terzo, tanto il mulino del macello, che il nuovo, mediante la comunicazione da aprirsi fra la Darsina presente, ed il detto alveo abbandonato del Ronco, dovranno con detta acqua chiara, e non altrimenti dar il moto alle proprie macine.

Parimente il mulino vecchio, non avendo esso pure a macinare, che con acqua chiara, giacchè un nuovo mulino nel detto capo terzo si progetta, da farsi, occorrendo dalla parte destra del Montone per la sola acqua torbida, ecco dunque, che dove prima il Panfilio non aveva di acqua superiore, che la sola chiara del mulino nuovo, in questa nuova regolazione tanto il mulino del macello, che il vecchio daranno acqua alla nuova navigazione con molto di lei profitto (2). In oltre avrà il porto le acque della Canaletta, e Lama, che per ponte canale saranno portate sotto la chiusa del Montone nel Ronco per l' antica chiavica, ma abbassata di soglia, che sta sopra del Ronco medesimo.

Se poi un tale, benchè notabile accrescimento di acque chiare fosse conosciuto pur ancora scarso pel mantenimento del nuovo porto; in tal caso perciò appoggiandosi alla massima, che abbiamo piantato, cioè, che maggiore quantità di acqua fa migliore il porto, ci avanziamo a dire a Vostra Eminenza, che con molta facilità gli scoli di Diritollo, Via cupa, Valtorto, Fiunetto, e forse ancor parte delle acque delle valli adiacenti di Palazzuolo, e di Savarna, che adesso vanno ad iscaricarsi parte nella Fossina, e parte nella Baiona, con breve, e diritto cammino dietro alcuna delle strade, che portano al Montone, ed alla città, cioè o di Canalazzo, o della Rotta, o del Ronco, o finalmente della chiavica, portare si potrebbero a profitto della nuova navigazione, con la sola avvertenza di lasciarle venire, quando sieno chiare, e farle passare per i loro vecchi condotti, quando torbide venissero.

---

(1) A motivo del seguito cangiamento del porto, saranno da recapitarsi le acque chiare de' mulini nuovo e vecchio nel nuovo naviglio, che dovrà accostarsi alla città dalla parte del Montone, come ne' numeri antecedenti si è spiegato.

(2) Le acque degli scoli Lama e Canaletta essendo state portate nel nuovo Montone, come si è detto al num. 10, e non sotto alla chiusa, potranno, sempre che il bisogno vi sia, esser portate alla botte, come pure si è notato al numero 24 anche se essa botte sarà obbligata a ricever quelle del chiavicone Spadoni per servizio del mulino nuovo.

Accresciuta di tal maniera la mole delle acque superiori, vi sarà tutta la probabilità di aversi la conservazione del porto, e il di lui miglioramento a vantaggio del commercio ora assai languente della città, e provincia.

Ci resta finalmente da avvertire, quando venisse risoluto di abbracciare questa nostra ultima proposizione, d'incamminarsi cioè gli scoli per alcuna delle accennate strade, che per non confondere le acque di essi, che hanno del palustre con quelle del Montone, che vicino alla chiusa di esso, secondo il tenore del capo terzo, dovranno esser estratte in limitata quantità, perchè abbiano a discorrere per l'alveo abbandonato di quel fiume sino a porta serrata, ove sarà da piantarsi una bassa intestatura, come parimente resta espresso nel medesimo capo (1); però a motivo di conservar queste acque da bere incontaminate, converrà condurre l'acqua de' predetti scoli inferiormente alla predetta intestatura nell'alveo del Montone, da ricavarsi in una conveniente larghezza per un giusto condotto sino alla confluenza che sarà allora del canale della navigazione con queste acque, delle quali si è detto: e con ciò si lusinga il nostro rispetto di aver umiliato all'Eminenza Vostra il men difettoso fra tutti i progetti circa il porto, che si potesse fare, avuto riguardo alle spinose circostanze di questa spiaggia, sì per rapporto al mare che la bagna, che ai fiumi che la fendono.

CAPO QUINTO.

Stato presente dell'aria di Ravenna, e recapito dello scolo della città, con altri provvedimenti per la pubblica salute.

Uno de' punti, che ci siamo proposti a ventilare, si è quello di ridurre migliore lo scolo della città, che adesso con viaggio assai lungo va a metter capo in mare per il canale della Fossina: e come che dipende molto dalla felicità di questo scolo anche la salubrità dell'aria della città, così, Eminentissimo Signore, ci faremo lecito di toccare, almeno di passaggio, le affezioni generali di quest'aria, e quale effetto ne sia per derivare dal regolamento progettato di queste acque, da quello dello scolo, e da altri utili provveduti diretti al medesimo fine.

(1) Ogni altra mutazione, benchè di legger momento è derivata da quella del naviglio, mentre il sistema della nostra regolazione era talmente concatenato, che non poteva alterarsi un membro, senza che altri ancora non dovessero restarne diversificati

Ben vediamo, che sarebbe questa sola abbondante materia di un intiero trattato, non che di un semplice capitolo di questa nostra divota Relazione. Per non uscire però da' limiti, che ci siamo prefissi, non produrremo a Vostra Eminenza che i sommi capi di questa proposizione dello stato dell' aria, e senz' altro impegno d' internarsi nella natura di questo Elemento, ci restringeremo a dire, ch' è un fluido in se stesso omogeneo, che a misura delle terrestri evaporazioni si va alterando col declinare dallo stato di quel perfetto universale, ed incessante alimento, a cui dalla natura fu destinato per lo sostentamento della umana vita.

Ci diedero gli Antichi molti documenti, perchè fossero fabbricate le città, e le abitazioni in ottimo sito per la migliore salute de' cittadini, e fra gli altri Vitruvio al libro 1. c. 4. de' suoi libri d' Architettura ci lasciò scritto che Ravenna, ch' egli chiama città grandissima, fosse fra le meglio collocate, e più salubri. *Exemplar autem huius rei Gallicae paludes possunt esse, quae circa Altinum, Ravennam, Aquilejam, aliaque, quae in eiusmodi locis municipia sunt, proxima paludibus, quod his rationibus habent incredibilem salubritatem.*

Così Ipocrate ristoratore delle medicina de' suoi tempi, o altro, che si fosse dottissimo Filosofo, che il celebre Trattato *de aere, aquis, et locis* scrivesse; tanti precetti ci dà, per conoscere la salubrità dell' aria, che facilmente da chicchessia, ogni circostanza, che vaglia ad alterarla, agevolmente si potrà intendere.

Quanto a noi diremo, che l' aria può restar contaminata dalle esalazioni o prodotte immediatamente in un dato sito, o portate da parti rimote. Contribuiscono alle prime, le qualità terrestri, sieno o di minerali, o di acque stagnanti e palustri, le immondizie, ed altre materie che vagliono a promuovere la corruttela de' misti, onde separandosi il più dal meno volatile, l' aria se ne imbeve.

Ma le rimote qualità pullulano bensì dagli stessi principj, ma i venti portandole più in un luogo, che in un altro, rendono quel tal sito soggetto ai mali effetti della contaminazione. Una terza causa interviene ancora a render men pura l' aria, quando cioè quel tal luogo sia meno esposto ai venti sani, di quello sia ai nocivi.

Quindi ne deriva, che sempre udiamo dire doversi ventilar l' aria, se si vuol sana; anzi perchè la corrente de' fiumi è creduta mezzo assai idoneo per un tal vagliamento, quelle città, e luoghi, che collocate sono su le rive delle acque correnti, o sul mare sempre inquieto, vengono riputate d' aria molto salubre.

Siede Ravenna, dacchè le alluvioni l' han ridotta ben cinque miglia distante dal mare, con il fiume Montone a ponente, e tramontana, e con il Ronco a mezzogiorno da porta Samammo sino a porta

nuova, ma a levante ha i due suddetti fiumi, che con angolo assai acuto in distanza dalla muraglia di 350 pertiche formano la loro confluenza, è resta solamente dalla parte di libeccio senza esser circondata da' fiumi, cioè verso la regione detta di mezzo i fiumi.

La elevazione seguita del fondo de' fiumi predetti ha obbligato, perchè non restasse ad ogni piena sommersa, a stranamente innalzate le arginature, che passando vicinissime all'orlo di uno stretto, ed angusto fosso che per regola militare si è lasciato al recinto, sono ridotte le muraglie, i rampari, e tutto il piano della città sì basso, che da' tre lati predetti si può dire affatto sepolta.

Si aggiunge a ciò, che il piede dell'argine, stante la di lui molta altezza, cotanto si è avanzato verso il fosso, che lo ha in tal luogo all'estremo angustiato, onde e le acque vi marciscono, ed alcune delle braccia dello scolo pubblico che quivi riescono, incontrando molti intoppi di erbe che l'imgombrano, immondizie, e frantumi di pietre, si può dire, che la città viene per la massima parte circondata da una sentina la più putrida e nocevole ch'esprimer si possa. Ci siamo abbattuti sul cader del Sole fuori di porta serrata, ed abbiamo veduto con nostro stupore una densa nebbia, che sorgeva dal predetto cupo fondo del fosso, segno manifestissimo della grave esalazione, che ne va uscendo, a manifesto danno della salute degli abitanti.

Quanto alla parte verso la confluenza de' fiumi, e verso la Senseda, è vero, che l'arginatura de' fiumi, scostandosi ivi sensibilmente dalla città, dovrebbe l'aria avere più libero campo di trascorrere, e muovere anche l'interna della stessa città, ma è anche vero, che talmente quel fertile angolo di terreno resta occupato dal foltissimo arboramento della campagna, che la necessaria comunicazione resta pur troppo intercetta, ed impedita.

La sola parte verso il libeccio si sta aperta, se non quanto anche questa ingombrata non poco dalle piante, non può godere affatto del libero movimento, che dallo spirare di quel vento, verrebbe tal volta a ricevere. Contuttociò infatti l'aria migliore della città si è dall'Arcivescovado a porta Sisi, e nelle parti adiacenti, coadiuvando anche a ciò il sito più elevato che quivi ha la città stessa.

A' tempi di Strabone, come egli si esprime nel libro 5 della geografia, passava l'aria di Ravenna, per una delle ottime d'Italia tutta, e ne adduce in prova l'educazione, che quivi de' gladiatori, ed atleti si faceva. *Hoc pacto igitur saluberrimus comperitur locus. Unde gladiatoribus educandis, ac exercitatione erudiendis hunc idoneum magistri locum designaverunt*. Il che tutto nasceva dal cospirar che facevano le acque del mare con quelle de' fiumi al vagliamento

dell' aria, ed a purgarla da' nocevoli vapori delle paludi: dove adesso lontano il mare, avendo dovuto di molto innalzarsi i fiumi per andarlo a trovare, ha perduto Ravenna con la bontà del clima il mezzo più reale della propria felicità.

Ma posto anche, che il sito della città restasse da molte parti esposto a i venti, che valessero a togliere ogni rea influenza, che sorger potesse nel di lei circondario, egli è da esaminarsi se quei tali venti in vece di asportar le nocive evaporazioni, non ne portassero delle peggiori, od equivalenti.

I venti in ordine alla loro qualità relativamente all' alterazione dell' aria, ed alla salute degl' uomini devono considerarsi non come una semplice mozione di questo elemento, sbilanciato o dalla rarefazione, o dalla condensazione, che in qualche lontana parte va seguendo, ma bensì deesi aver in riflesso la loro direzione, e tendenza: così in grazia di esempio lo scirocco, che in queste parti è umido, e rilassante, tale non è nella costiera boreale dell' Africa, ch' è asciutto, dove per lo contrario la tramontana è umida, e mal sana; insomma la varia costituzione delle paludi, de' mari, e delle terre, per le quali passano i venti, loro contribuisce or l' una, or l' altra qualità, o giovevole, o nociva.

Avendo dunque Ravenna il fianco, ove il Montone la copre, esposto ai venti che spirano dalla tramontana al maestro, passando questi col loro soffiare per la grande estesa delle valli di Comacchio, Longastrino, Savarna, e Palazzuolo, si renderanno essi, che in altre parti sono sani, non tali in Ravenna; mentre se si faranno sentire principalmente in certi tempi, ne' quali le esalazioni sono copiose, l' aria della città ne potrà restar pregiudicata, e tanto più, quanto, che trovando l' obice degl' alti argini del detto Montone, resta l' aria dentro le mura, senza il necessario movimento, ed in istato di ricevere l' effetto nocivo delle dette esalazioni.

Meno pregiudiziali, benchè umidi, dovranno esser i venti di greco, e di levante, per provenire direttamente dal mare, e dall' alpestre Dalmazia, quando bene gl' impedimenti della Senseda, e forse anche quelli della Pigneta a quella parte piantata, non levassero molto alla loro salubrità. Lo scirocco, che attraversa parte del golfo, e le valli di Masullo, e Candiana, dovrà annoverarsi anch' esso fra i venti nocivi, tanto più, che come il maestro, e la tramontana nel Montone, incontra l' altezza degli argini del Ronco nella linea, che si estende da Samammo a Porta nuova.

L' ostro, seppure non resta contaminato da altre paludi più lontane, dovrebbe non esser pregiudiziale, se non fosse soggetto allo impedimento sopraddetto delle linee del Ronco, sicchè rimane il solo libeccio, o garbino proveniente dagl' appennini da numerarsi fra i

Bolognese, ed alla Romagna bassa la naturale, e giustissima difesa di arginare la destra riva per impedirne l' espansioni di Primaro, e si dichiarerà con evidenza, che una tal difesa permessa dal diritto delle genti, ovunque corrono fiumi, niente può derogare alla sicurezza, ed a quella somma gelosia, che possa aversi della felice, e privilegiata provincia del Polesine di S. Giorgio.

La seconda parte sarà tutta da noi impiegata nell' esporre la serie di quelle operazioni, che giudichiamo opportune, per far buon uso delle medesime piene di Reno, ed applicare le loro forze ad iscavarne l' incominciato alveo, e a dilatarlo a misura della portata delle sue acque. E siccome qui da noi non si prescrive, nè si vuole altr' opera, che quella, che secondi, e cooperi al presente corso di Reno; così le operazioni non si faranno tutte in un colpo, e nel medesimo anno, ma nel seguito di alquanti anni si alzeranno arginature dove il Reno ha già compite le sue più alte colmate; si permetterà per qualche anno lo spandimento, dove avrem bisogno di alzare maggiormente con gl' interrimenti successivi il piano delle campagne inondate, ed a tenore dell' alzamento di queste, si verranno prolungando le arginature dalla rotta Panfili sino al Poggio, e da questo sino al Primaro pel cavo Benedettino. Con tale progresso niente azzardoso, e sempre sicuro, d' anno in anno si potranno asciugare successivamente tutte le terre superiori, e con questo regolato metodo si otterrà quel vantaggio, che dee sempre aversi in vista nelle grandi intraprese de' fiumi, cioè, che qualsisia particolare operazione eseguita in un anno, vaglia sempre di modello, e per così dire, di sicurtà a quella, che si prescriverà nell' anno seguente; e quindi la pratica stessa delle successive operazioni ripartite in molti anni, darà nuovo lume, e scoprirà i più facili ripieghi, per l' esecuzione di quelle, che restano a farsi. In questa medesima seconda parte si tratterà del cavo Benedettino, del suo riadattamento, delle sue arginature nella valle di Gandazolo, acciocchè ivi ancora decorra incassato, nè si rallenti di velocità coll' importuna sua diversione nella valle.

La terza parte sarà rivolta ad ispiegare la via per cui si possono condurre gli scoli delle campagne più alte ad isboccare ne' recipienti più bassi, o del Primaro alla destra di Reno, o del Po di Volano alla sinistra. E qui si porrà in chiaro l' inganno di quelli i quali pretesero di condurre immediatamente gli scoli, come Zena, e Fiumicello, ad iscaricarsi nell' alveo stesso del Reno, cioè nel cavo Benedettino. I fiumi torbidi ordinariamente si mantengono l' alveo più rilevato del livello delle campagne adiacenti, le quali perciò non possono scolare in questi recipienti, e quindi al caso nostro applicheremo l' universale pratica del Veronese, Padovano, Vicentino,

Milanese, Lodigiano, e Mantovano; additando qui minutamente come per canali separati dal Reno si debbano condurre gli scoli superiori del Bolognese ad iscaricarsi nel Primaro; e gli scoli inferiori del territorio di Ravenna, e della Romagna bassa, ad isboccare dove il Primaro decorre più rapido, e più spianato verso la foce del mare; e qui appunto si tratterà separatamente, se alle valli di Dugliolo, e di Barigella, e delle Brugiate possa, ed anzi debba concedersi l'introdurre i suoi scoli per una botte sotto l'Idice, come si costuma con sicurezza in tante altre parti dell'Italia.

Prima di rifarci da capo nella trattazione di questa materia, ci veggiamo astretti di levarci d'intorno un'apparente, e popolare pregiudizio, il quale ci si è già mosso contro da certuni. Dicono questi che il voler oggi ricondurre il Reno nella linea di Primaro, alla quale fu sempre preferita da' primi Matematici del passato secolo la linea del Po grande, incontrerebbe la taccia di troppa fidanza, e di volerne sapere più di essi. Ma qui si risponde, che nel approvare che da noi si fa, e nel preferire a tutte la altre questa linea di Primaro, non ci arroghiamo per ciò maggioranza di autorità, e di sapere sopra que' primi antichi Matematici; ma solamente possiamo dire con verità, che noi siam più fortunati di loro, e diremo come. Quegli insigni Matematici, l'autorità de' quali ora a noi si vorrebbe opporre, erano sprovveduti di sperienze per poter decidere in que' tempi, se il Primaro fosse capace dell'unione del Reno, e di tutti gli altri confluenti; e lo stesso sig. Guglielmini nel celebre suo voto confessa ingenuamente di non sapere, senza il lume della sperienza, su quali principj si potessero stabilire nel Primaro le pendenze, larghezze, e profondità, quando il suo alveo divenisse comune a più fiumi torbidi da unirsi insieme. Propone egli adunque, che, quando non possa eseguirsi la linea del Po grande, ch'egli avea sempre anteposta a qualsivoglia altra, propone egli di tentare quella della linea di Primaro, a condizione però di assicurarsene prima ben bene per via di sperienze, se il Primaro ne fosse capace. Ecco il metodo delle sue sperienze. Consiglia egli, che dallo sbocco di Primaro in mare, procedendo all'insù, si dia principio ad inalveare nel Primaro il Lamone, ed osservatone l'effetto favorevole di scavamento, e di allargamento, si proceda innanzi ad unirvi il Senio, poscia il Santerno, ed in fine l'Idice, Savena, e Reno; e se ripetendo ad ogni nuova inalveazione le osservazioni suddette, l'esperimento fosse sempre favorevole a quelle, che restassero da farsi, si sarebbe in fine ottenuto un rimedio reale.

E qui si rifletta, che a ciascuna inalveazione da farsi non appone egli per condizione di allargare ogni volta l'alveo susseguente di Primaro. Il gran maestro della scienza delle acque sapeva benissimo,

che il Primaro a proporzione de' nuovi influenti si sarebbe ampliato l'alveo di per se, e che nessuno Idrostatico può prescrivere al concorso de' nuovi fiumi quella dilatazione, che la natura delle acque correnti immediatamente si va facendo o con lo scavamento del fondo, o con le corrosioni delle rive.

Ora quell' esperimento che fin dal 1609. desiderava il famoso Guglielmini, ora s' è già fatto; e noi in questa parte siamo più fortunati di lui, perchè abbiamo ora que' lumi, che a lui mancavano. Il Senio già s' è introdotto nel Primaro; anche il Santerno gonfio d'acque nelle sue piene ora vi sbocca; ed in quest' anno per buona sorte di questo medesimo sperimento eziandio il Lamone, con una portata di acque forse eguale ad un mezzo Reno, per l' alveo suo vecchio vi si è condotto per undici interi mesi, come ce ne siamo assicurati nella visita, con la diligente osservazione del suo sbocco a Sant' Alberto. Che più! Già per il cavo Benedettino si sono introdotti in Primaro e Idice, e Savena; e finalmente il Reno con tutte le sue piene dalla rotta di Gandazolo entra nel Primaro, e vi entra già quasi inalveato nelle sue precedenti alluvioni, le quali si va egli accrescendo in quelle belle pianure, che poi si addimandano *valli* con abuso di vocabolo. Or quali sono gli effetti, che noi osservammo nella visita, dopo il concorso di tanti fiumi? Il Primaro s' è dilatato nelle sezioni, e da noi si notarono le vestigia di recenti grandi corrosioni, dopo l' influenza di qualche precedente piena del Senio, del Lamone, del Santerno, del Reno. Noi dimostreremo in progresso il suo scavamento. In due piene del Reno, dell' Idice, del Santerno, succedute sotto i nostri occhi, l' alveo di Primaro, s' è veduto capacissimo per contenere tutte queste acque, e molte più ancora, e velocissimo allo stesso tempo per tramandarle al mare. L' altezza delle sue piene da noi osservate arriva a lambire poco più oltre il piede del piccolo irregolarissimo arginello del Polesine, e se alla riva destra disarginata notammo l' espansioni di Primaro per qualche tratto a danno dello stesso territorio Ferrarese, si conobbe allo stesso tempo, che codeste espansioni vi sono; perchè si vuole, che vi siano; non già per sicurezza del Polesine, come dimostreremo a suo luogo, ma o per errore, o per certa antica sovranità di voler assoggettare la riva destra, e di sagrificare quell' immenso paese al comodo della sinistra riva.

Or se il sig. Guglielmini avesse veduto compito dopo tanti anni il proposto da lui sperimento, come a noi è toccato in sorte di vederlo, certamente non avrebbe esitato punto di preferire la linea del Primaro a qualunque altra; molto più poi, quando sull' appoggio d' una delle più esatte livellazioni, di quante siansi fatte per lo passato, qual è la livellazione della celebre visita Conti, avesse egli

potuto conoscere, che la pendenza del Primaro è soprabbondante, come da noi si dimostrerà con tutta la desiderabile esattezza, e verità.

Su questi dati non è un' arroganza, non è una leggierezza, ma è una deliberazione accertatissima il voler conservare, e migliorare il corso di tutti questi fiumi nell'alveo di Primaro, e con ciò dare la salvezza a tante desolate provincie.

Si aggiunge ancora un altro rilevantissimo nostro vantaggio, quale non ebbero gli altri scrittori, prima della celebre visita Conti del 1761. Questa è quell' epoca felice, che finalmente dopo tante incertezze ci ha assicurati i dati, su quali ora si può ragionare con certezza. Imperocchè egli è vero, che in tutte le antiche precedenti visite s'erano fatte livellazioni, s' erano fatti profili, s'erano prese le sezioni del Primaro, e scandagliate le sue profondità. Ma che? Siccome a tutti questi sperimenti o non erano intervenute le parti, o non vi avevano sottoscritto, ed anche alcune operazioni s' erano accusate di errore, come si verificò in qualche livellazione, così rimasero sempre oscuri, e ondeggianti i primi fondamenti di sì grand' affare. La sola visita Conti ci ha finalmente tolta tutta l' ambiguità; mentre in questa si ebbe il necessario antivedimento di far sì, che tutte le parti contrarie facessero le medesime livellazioni, si assicurassero de' medesmi scandagli, ed accettassero concordemente tutt' i risultati della visita. Di questo sommo vantaggio siam debitori alla vigilanza e zelo, e sommo accorgimento di Sua Eminenza il signor Cardinal Conti Visitatore. Da quel tempo in qua non si contende più su' dati, come facevasi per l' avanti, con grave pregiudizio degl' interessi delle provincie.

Non farà adunque maraviglia, che noi non andremo vagando più nelle inestricabili dispute degli anteriori Scrittori, se l' Idice abbia interrito Primaro; e cose simili. No: il nostro Archivio, ed anzi, per così dire, il solo libro canonico, irrefragabile da consultarsi da noi in qualsisia occorrente quistione, sarà la visita Conti, saranno i suoi profili, le sue livellazioni, le sue sezioni di Primaro, e le profondità, e le pendenze ivi descritte. In vista di questo gran modello abbiamo rinnovato i nostri sperimenti: quali siano i risultati, verremo in progresso dichiarando. Così porrassi una volta il termine alle dispute, e si discorrerà sul fatto sempre maggiore d' ogni eccezione.

Prima però di porre fine a questa preliminare informazione, ci rimane a fare una onorata, ed ingenua confessione, ed è, che al disordine fisico di queste acque punto non dubitiamo, che si possa trovare un reale rimedio; ma quanto al disordine morale, le nostre viste son troppo corte per saperne suggerire il riparo. Imperocchè, chi potrà mai assoggettare al pubblico bene tanti disparatissimi

interessi privati? Non v'ha al mondo calamità cotanto grave, che non sia d'un ricco patrimonio ad alcuni pochi; chi è possessore di belle colline, vedrà di mal occhio asciugate le basse pianure. Quanti ne pasce e ne stipendia il solo disordine del Reno disalveato? Perfino i battifanghi, ed i pescatori non ci saranno benevoli. Ma quanto più di guerra ci si moverà dagli Scrittori riscaldati in qualche partito? Come potremo soddisfare ancor'a questi, per quanto da noi si dica, e si ragioni? Certe conversioni letterarie non si possono sperare così di leggieri. E poi una sì lunga controversia accesa da un secolo e mezzo tra popoli confinanti ha guasto tra essi talmente il sangue, ed inaspriti gli animi, che agli uni non può andare a verso il vantaggio degli altri, quantunque procurato con loro indennità.

Da uno stuolo sì numeroso di gente di partito s' attraverseranno le deliberazioni tutte da prendersi in pro delle provincie, e si porrà in uso quella sempre vittoriosa, ed ingannevole macchina de' nuovi ricorsi, i quali da un secolo e mezzo non hanno cessato giammai di fare un buon gioco. Si dirà, *che la sentenza non dee precipitarsi*; *che vogliono essere uditi*. Ma a che fine? Per ridire il già detto cento volte, per ritessere sempre l' istessa tela, e con essa avviluppare le trattazioni favorevoli alle provincie. Si cercheranno dilazioni, ed il tempo farà poi quello, che non può ottenersi dalla ragione, cioè, come altre volte, di oscurare ogni cosa, e sempre tornar da capo.

Che più? Siccome la fazione in altri tempi è giunta a segno di collegarsi perfino coi confinanti per farne sospendere le prime meditate inalveazioni di Reno; così al presente non si risparmia il potentissimo artifizio delle alleanze almeno interne, e si tirano in iscena le valli di Comacchio, si mostra zelo per gl' interessi della Camera Apostolica, o si va disseminando, che l' unione di tutt' i fiumi in Primaro soverchierebbe gli argini di quelle valli, e porterebbe le torbide alla rovina di una sì ricca pescagione. A questi basta poi un falso allarme per deludere qualsisia deliberazione. Del resto sanno eglino benissimo, che l' unione de' primarj fiumi già s' è fatta in Primaro molti anni fa, senza che nemmeno se n' avvedessero; sanno che gli argini delle valli di Comacchio per tutto quel tratto, che s' appartiene alla giurisdizione, e custodia del signor Fermiere della pescagione, cioè dalla chiavica d' Umana sino al mare, sanno, che questi argini sono gelosamente guardati, e sicurissimi, ed impenetrabili a qualunque rotta, non meno per l' altezza, che per la grande loro solidità, e difesa dalle corrosioni: ma sanno ancora, che quella parte d' argini superiori tra' molini di Filo, e la detta chiavica d' Umana di loro giurisdizione, minaccerà sempre il pericolo d' una rotta, non al Polesine, ma alle sole valli di Comacchio: che

questo pericolo è sempre in loro balía di farlo più prossimo, come avvenne nel 1716. con danno della sola pescagione, per essere quivi gli argini e gracilissimi, e bassissimi, e mal custoditi: sanno, che questa è la chiave maestra per ischiudere tutt' i venti più procellosi, ogni qual volta si faccia parola della linea di Primaro, e che forse ancor questa volta, come nel 1716, una qualche topinara, o trapelamento d'acque, e molto più l'indolenza del Battifango custode, militerà a lor favore, eziandio in acque bassissime: che quando ciò avvenga, o soltanto si minaccia, la buona fortuna darà loro in mano l'arme solita dell'interesse delle valli di Comacchio, scambiando il vero interesse della Camera Apostolica con altro apparente, ed ingannevole, come da noi si dimostrerà in progresso. La franchezza poi di sì fatte sottilissime trame nasce dal sapere, che pochissimi si sono trovati sul posto: che a chi non giudica sul fatto in somiglianti controversie, si può imporre impunemente; che a buon conto la maggior parte degli uomini sentenzia su' romori popolari; e tanto basta per tirarsi dietro un gran seguito di oppositori al nostro progetto.

Or qui è dove veracemente confessiamo, che noi non siamo da tanto da poter superare queste triplicate trincee di contradittori. Il Reno sarà molto più docile alle nostre domande; ed anzi le nostre ordinazioni saranno sempre uniformi alle sue leggi. Ma la concordia degli uomini, e la vittoria delle fazioni da noi si dispera. Questa si otterrà, non dalla ragione, ma dalla forza, e prevalenza del Principato, le di cui mire non hanno altro bersaglio, che la pubblica fecità: ed appunto questa vittoria è già riserbata all'alto consiglio, e provvidentissimo zelo delle Eminenze Vostre. Voi ci chiamaste da rimote parti dell'Italia nostra per fare scelta di giudici non mai per l'addietro involti nelle fazioni del Reno. Voi ci spediste alla visita, avvalorandoci co' più saggi dettami di prudentissime istruzioni. Noi presentiamo ora all' EE. VV. il nostro concorde parere varamente imparziale, cioè un frutto, che è tutto vostro, e del vostro zelo, e consiglo: e qui dove avrà fine il nostro travaglio, avrà il suo felice incominciamento la serie delle vostre paterne provvidenze, la riordinazione de' passati sconcerti del Reno, e quel che è più arduo in ogni affare, la pronta, e non contrastata esecuzione d'un rimedio reale, ed a tutti egualmente benefico.

Resta finalmente da avvertirsi, che non potrà recarcisi a colpa d'arroganza, se in tutta la traccia del nostro piano, noi, eccettuatine i primi maestri della scienza delle acque, risparmieremo di citare veruno di tanti egregi Scrittori, i quali hanno illustrato la presente controversia del Reno, massimamente negli ultimi tempi. Ciò, che per altro sarebbe stato a noi e di piacere per quella somma venerazione, quale ad essi portiamo, e di grand'uso per dare col loro

credito maggior fermezza a' nostri pareri. Ma in questa invecchiata controversia pur troppo ferace di sospicioni, una verissima considerazione ci ha resi cauti dal neppur nominare alcuno de' più rispettabili Scrittori di qualsisia partito, per tema, che dal volgo non si credesse, che la loro grande autorità ci avesse potuto piegare alquanto da quella imparzialità, che ci è naturalissima. Noi adunque entriamo a scrivere in quest'affare, come se la prima volta se ne trattasse. I fonti, da' quali si derivano i nostri ragionamenti, non altro sono, come abbiam detto, che le sperienze della visita Conti, ed inoltre il testimonio de' nostri occhi, e di quanto ci hanno essi certificato sul sito: onde le nostre prove saranno e semplicissime, e niente ricercate. Nè d'un affare cotanto grave, e serio vogliamo qui farcene un campo di gloria, con divagarci in sottigliezze più atte ad annebbiare, che a rischiarire il vero. Nò! A voler decidere di questa importantissima controversia ci bastano le generali notissime massime idrostatiche; ci basta il vero stato del Reno da noi veduto; e ci basta quell'inesorabile giudice, che è il senso comune, a cui suole sempre appellarsi, chi ha una buona causa tra le mani.

L'ultima avvertenza da noi si soggiugne per nostra apología. Noi qui ci troviamo in un affare popolare, del quale parlano tutti, e tutti scrivono, perchè tutti in causa propria si danno ad intendere d'essere da senno Idrostatici. Scrive il volgo, e scrivono i veri, e dotti Professori. Se con questi solamente si avesse a convenire, la controversia sarebbe presto finita, le comuni massime non ci sarebbero contrastate, e le nostre conseguenze si dedurebbero con ogni brevità, e precisione. Ma con questi noi non abbiam di che piatire. Gli errori, sì, d'un volgo indocile, saranno que' soli, che qui prenderemo di mira. Non parrà dunque strano, che a ricondurre questi sulle vie del buon senso, e de' primi principj del regolamento de' fiumi si debba da noi porre in opera un treno più strepitoso di prove, ed uno stile ancor più penetrante di quello, che converrebbesi ad una letteraria, e pacifica dissertazione. Noi siamo in debito di farci sentire, e di farci intendere ancor da quelli, i quali sono sordi alla ragione, o più veramente vogliono esserlo per privati loro fini, o per vecchie rivalità.

PARTE PRIMA.

Tutti quelli, i quali una volta si misero in capo di volere ad ogni conto contraddire alla linea d'inalveazione di Reno, dalla rotta Panfili per il Po di Primaro fino al mare, si videro sempre astretti a dover ricorrere agli usati artifizi di clamorosi pregiudizi, che ne sarebbero derivati a' danni delle provincie. Nè altrimenti sarebbe

loro riuscito d'impedirne sino ad ora la preferenza di questa sopra tutte le altre. Imperocchè chi s'è trovato sul posto per ispiare il genio del fiume, avrà già osservato, che il Reno medesimo su questa direzione ci presenta il vero disegno di quel corso, ch'è il più conforme alle sue immutabili leggi. Avrà veduto, che per questa linea si è già in parte scavato l'alveo, nel quale noi ancor' abbiamo navigato ne' due diversi suoi stati d'acque alte, e basse. Che si è già formato le rive, e le golene con le altissime sue colmate. Che si è già scelta quella pendenza, che è la più favorevole allo scarico delle sue acque. Attesi sì rilevanti vantaggi, chi oserebbe di opporcisi? Adunque quanto più plausibile parevane agli oppositori l'accettazione di questa sopra tutte le altre linee, tanto più forti macchine vi adoperarono a combatterla, a screditarla ed a metterla in mala fede, almeno presso il volgo; ed il contrasto viepiù si accese, allor quando negli ultimi tempi si progettò, e poscia si eseguì il celebre cavo Benedettino, il quale altro non è che un secondamento, ed una continuazione del corso già preso dal Reno, e da tutte queste acque verso il Po di Primaro.

Adunque in questa prima parte si dimostreranno ad una ad una le fallacie delle varie opposizioni finora fattesi in diversi generi, ed allo stesso tempo entreremo a stabilire i veri fondamenti, su' quali la natura del fiume si è da molto tempo preparata la sua medesima inalveazione. A combattere però o l'inganno, o la rivalità delle fazioni contrarie, le teorie non andranno mai disgiunte dalle prove di fatto le più autentiche. Imperocchè le prime convincono soltanto gl'intelletti già disposti al vero; le seconde atterrano ancora le teste più indomite, le quali contrastano la verità conosciuta. Le sole irrefragabili sperienze fatte fu gli occhi de' Contradittori medesimi son poi quelle, che fanno ammutolire le loro loquacità in questa sorta d'invecchiate, ed implicabili controversie.

6. Questa è adunque la vera teoría del pendolo idrometrico, quando venga limitato alla ricerca della velocità di una corrente, a poca profondità sotto la superficie. Che se si volesse col medesimo esplorare la velocità nelle profonde immersioni della palla, conviene abbandonare l' osservazione della deviazione del filo al perpendicolo, e piuttosto misurare la tensione del medesimo, siccome ne insegnò il chiarissimo professore sig. Giuseppe Venturoli in una sua dotta Memoria registrata negli Opuscoli Scientifici di Bologna Tom. 1. pag. 81. anno 1817.

7. Rifleto codesto benemerito Scrittore della Scienza Idraulica, che se della curva in cui si dispone il filo sott'acqua, non possiamo conoscere l' equazione, poichè essa dipende dalla cognizione della scala delle velocità, che è lo scopo a cui tende l' uso di sì fatto strumento: ben si può dimostrare che la tensione del filo è costante, cioè uguale in tutti i punti della curva. Si tralasci adunque, soggiunge egli, di osservare la declinazione del filo, e in quella vece se ne misuri la tensione. Il modo di misurare codesta tensione è semplicissimo. Si faccia passare il filo in B (*fig.* 1. *tav.* 12.) sopra un'agilissima puleggia, e si attachi all' un capo di questo la palla, all' altro il peso T capace di sostenerla a qualunque immersione. E chiaro che questo peso ne rappresenterà la cercata tensione, e quindi la forza GF. Questa forza è la risultante delle due GH, GK, o sia del peso che ha la palla nell' acqua, e della forza che questa esercita contro quella. Dicasi $P_{,}$ questo peso; chiamata u la velocità della corrente nel punto G, sarà $GH = Qu^2$, essendo Q un coeficiente costante da determinarsi come in appresso. Avremo pertanto $(GF)^2 = (GH)^2 + (GK)^2$, o sia $T^2 = P_{,}^2 + Q^2u^4$, da cui ricaviamo $u^2 = \frac{1}{Q}\sqrt{(T^2 - P_{,}^2)}$. Il valore di Q si determina a questo modo. Chiamata g la gravità acceleratrice alla superficie della terra, sappiamo che l' urto della corrente contro la palla è uguale al peso di un cilindro d' acqua, che avendo per base il circolo massimo della medesima abbia per altezza $\frac{1}{2} \cdot \frac{u^2}{2g}$; sarà dunque $\pi r^2 \gamma \cdot \frac{u^2}{4g} = Qu^2$, onde $Q = \frac{\pi r^2 \gamma}{4g}$. Sostituito questo valore di Q nell' espressione della velocità, si avrà $\frac{u^2}{2g} = \frac{2\sqrt{(T^2 - P_{,}^2)}}{\pi r^2 \gamma}$: ma $\frac{u^2}{2g} = y$; dunque

$$y = \frac{2\sqrt{(T^2 - P_{,}^2)}}{\pi r^2 \gamma}$$

sarà la vera formola onde calcolare ad ogni immersione del pendolo, l' altezza dovuta alle velocità della corrente nel luogo dalla palla.

Nell' uso di questo strumento, il più difficile sta nell' accertarsi della profondità della palla ad ogni immersione; è necessaria questa nozione per determinare la legge con cui variano le velocità dalla superficie discendando fin verso il fondo della corrente, ma non è poi impossibile di trovare il modo di conseguirla.

Io pure sono del parere di quelli che consigliano di far uso di una palla di metallo più o meno pesante, a seconda delle circostanze. Adoperando una palla di legno secco, essa s' imbeve facilmente di acqua, e rimane sempre incerta la determinazione del peso $P_{,}$.

Nota all' Aggiunta al Cap. V., règistrata alla pag. 108.

Le difficoltà che muove il Zendrini circa l' uso della macchinetta conosciuta sotto il nome di tubo di Pitot, provengono principalmente da ciò, che gl' Idrometri di que' tempi erano persuasi, che le velocità di una corrente debbano crescere dalla superficie sin verso il fondo dell' alveo. Imperocchè essendo sì fatto principio d' accordo coi risultamenti delle sperienze fatte col pendolo, e non essendo nota la fallacia di questo strumento, che anzi si ritenea pel miglior mezzo onde indagare le velocità di una corrente, si credette dal nostro Autore erroneo l' uso della macchinetta surriferita, perchè emergeva dalle sperienze fatte da Pitot, che le velocità, anzi che crescere, diminuiscono. Dubita il nostro A., che il diminuire dell' inalzamento dell' acqua nel tubo al crescere dell' immersione del medesimo, sia effetto della resistenza che incontra l' acqua cui vuole introdursi, prodotta dalla pressione dell' acqua già introdotta; la qual resistenza si fa appunto maggiore, a misura che si profonda il tubo, perchè maggiore è la colonna d' acqua, resa stagnante, entro il medesimo.

Nessuno di questi dubbj ha in oggi fondamento alcuno di verità; imperocchè risulta da sperienze di accreditati soggetti, che la velocità di una corrente sotto la superficie, o si mantiene costante, o scema lentamente, ma poi decresce rapidamente verso il fondo. La pressione dell' acqua contenuta nel tubo, non fa che equilibrare l' urto della corrente contro l' orifizio del medesimo, e da questo principio emerge il vero uso di questo strumento, il quale veramente è alquanto diverso da quello proposto dal suo Autore. Ecco in poche parole il modo di esplorare la velocità di una corrente, facendo uso del tubo di Pitot.

Volta contro la corrente la bocca B del tubo BAO (*tav.* 12. *fig.* 2.) si misuri l' altezza AG a cui monta l' acqua; e volta in senso contrario la stessa bocca B', si misuri l' altezza A*g* della colonna d' acqua interna. Sarà G*g* l' altezza dovuta alla velocità dell' acqua nel punto B. In fatti la colonna AG fa equilibrio coll' urto della corrente contro la faccia anteriore della superficie B, e la colonna A*g* fa equilibrio coll' urto dell' acqua contro la faccia posteriore della superficie medesima: ma l' urto di una corrente contro una data superficie in essa immersa, si deduce dalla differenza dell' urto contro la faccia anteriore, e quello contro la posteriore; sarà dunque G*g* l' altezza della colonna acquea che fa equilibrio coll' urto contro la superficie B. Ma l' urto dell' acqua contro una data superficie uguaglia il peso di una colonna acquea, che avendo per base la superficie urtata abbia per altezza l' altezza dovuta alla velocità; dunque ec.

Questo modo di adoperare il tubo di Pitot è quello stesso insegnato dal Michelotti nel tomo 2. de' suoi esperimenti, messo poscia in maggiore chiarezza ed evidenza, dal Venturoli nel tomo 2.° de' suoi Elementi di Meccanica ed Idraulica. Pare, secondo il Michelotti, che l' acqua nel tubo debba salire al livello esterno allorchè la bocca B' è volta nel senso della corrente; ma ciò generalmente è falso; imperocchè la pressione che l' acqua esercita contro quella superficie, sarebbe dovuta all' altezza A*a*, se s' immergesse il tubo in acqua stagnante, ma poichè questa è animata da una velocità nel senso AB', così la pressione ch' essa esercita contro B' sarà alquanto minore della dovuta all' altezza A*a*, e la differenza sarà tanto più sensibile, quanto maggiore sarà la velocità in B'; il perchè nel tubo salirà l' acqua sino al livello *g*, inferiore al livello esterno della corrente.

Nota alla pag. 291.

Si stima necessario di riportare quanto il ch. professore Francesco Orioli inserì nella Biblioteca Italiana dell'anno 1820. N.° LVII. intorno ai due Viterbesi inventori de' sostegni.

Comincierò da una notizia che riguarda gli autori d'un ritrovato italiano, il quale fruttò all'Europa quasi più tesoro che la scoperta d'America. Parlo del trovato celebre de' sostegni ne' fiumi e ne' canali, pel quale vengono ad annullarsi gli ostacoli che alle navigazioni interiori contrappone natura col sollevare per traverso i monti, coll'improvviso aprire delle valli, e coll'interporre cateratte al corso equabile delle acque. Già era noto che gli autori di questa nobile invenzione furono due Viterbesi: ma il pochissimo che sapevamo de' loro fatti, era, per quanto io ne conosco, la menzione lasciataci di loro dallo Zendrini (1), e copiata poi da quei che seguitarono (2).

Costoro, secondo che narra lo scrittor mentovato, si nomavano Dionigi e Pier Domenico. Erano fratelli e figli ambidue d'un maestro Francesco, *ingegnere*, come asserivano essi. Arrogavansi titolo di *maestri da orologio*; e nel 1481 da Viterbo patria loro si offersero alla Signoria di Venezia per fabbricare un *ingegno*, mediante il quale, conforme promettevano, *le barche e burchi potranno passare per la chiusa di Strà* (presso Padova) *senza pericolo: operando in modo che le acque usciranno con facilità; senza essere obbligati a scaricare, e senza essere tirate*. L'offerta fu accolta, e l'opera nello stesso anno fu condotta a termine. Poi restarono i due fratelli al mantenimento di quella con buono stipendio, per quel che sembra; e perfezionarono il lavoro colla giunta di una *buova*. Ora il lavoro di che qui si parla fu appunto un *sostegno* presso a poco del modo che oggi si usa; ed il primo sostegno di che si abbia memoria. Nè guari andò che la fama dell'invenzione si diffuse, e presto in più luoghi se ne trasse profitto imitandola, senza che de' primi trovatori altro si cercasse, come pur troppo addiviene.

Nulla di più aveva io potuto trovare intorno ai due valent'uomini ne' libri che ho potuto leggere, quando nello scorrere le memorie che del suo tempo raccolse *Giovanni di Juzzo*, l'uno de' cronisti da me menzionati (3) all'anno 1477 m'abbattei nel seguente passo, cui trascriverò nelle incolte forme, che gli diede l'autore. *Viterbesi*, egli scrive, *quando se partono da questa caulata, rescano sottili. Et pertanto nelli detti tempi si partirono dai fratelli garzoni figli de uno maestro Ceccarello muratore, uno chiamato Deunitio, et l altro Giovan Domenico, li quali facenno l arte de fabri, se asutigliaro, che ferono un defitio stupendo, tutto per forza de contrapesi et igniegni, che ci uediui cose paria naturali. Con magi a presentare Xpo. et servitori et soldata. Con uno Dio Patre che si vediva alzare et abbassare l ochi, cavalli giostrare et animali comactere, et*

---

(1) Regol. ed usi dell'acque correnti — 1741, pag. 356.

(2) Veggasi il *Frisi*, Istit. di meccan. ecc., pag. 428; e il *Delaistre* Encycl. de l'Ingénieur, T. 2, pag. 111.

(3) Si vegga intorno a costui ed al suo compagno il Bussi nella Prefazione all'istoria di Viterbo, dove d'entrambi è parlato minutamente.

suoni d' organi et angeli et molte cose stupende. Con esse d altre cose celeste de cursi de pianete et segni che li astrologi ne stupefacieno. De lo quale lo scortarono a Fiorenza: funno Roma Napuli et luochi de Talia, che ci acquistaro molti danari ad $\frac{1}{0}$ 1. *per persona et homo.*

Dette queste cose il Cronista finisce; ma nella narrazione dimessa di lui non mi par da mettersi in controversia, che si favelli veramente de' due trovatori de' sostegni. Con questa supposizione è d'accordo l'epoca. Evidentemente il maestro Francesco dello Zendrini è il maestro Ceccarello del nostro Giovanni, che sendo capo maestro muratore fu dai figli per maggior decoro trasformato in ingegnere. Vantarono pure i due fratelli *magistero d' orologio*, forse per allusione al fino lavoro di quella specie di presepio, che veggiamo ricordato nel precedente racconto, dove in qualche modo per artificj da orologiaio dovevano moversi i fantocci e correre i pianeti. Ebbero essi occasione verisimile di conoscere il bisogno della Signoria di Venezia, e di procacciarsi raccomandazione presso quella, nel tempo del viaggio loro per tutta l' Italia, fatto a quel che pare tre anni prima. Come figli di muratore fu facilissimo ad essi l' acquistare perizia pur nell' arte paterna, comechè principalmente non sembra che la esercitassero. Per verità il secondo de' fratelli vien chiamato Gian Domenico dal Cronista, e non Pier Domenico: ma essendovi concordanza perfetta in tutti gli altri nomi e in tutte le altre circostanze, scorge ognuno che questa piccola variante con grande agevolezza può essere spiegata per la grave difficoltà che suole provarsi a leggere nelle vecchie carte i nomi proprj, scritti d' ordinario con abbreviature di caratteri pessimi. Ho poi cercato ne' libri pubblici delle *Riformazioni* che sono nel patrio archivio, se qualche altra memoria di costoro si trovasse per ventura a quegli anni e indietro, ma non m' avvenne d' abbattermi ne' loro nomi o in quello del padre, e la mia fatica riuscì vana.

INDICE

DELLE MATERIE CHE SI CONTENGONO IN QUESTO TOMO.

pag.	lin.	ERRORI	CORREZIONI
16	40	$Q : R :: 3TTX\sqrt{AB} : 2(AN - AM) : Y \times (AN\sqrt{AN}) - AM\sqrt{AM}$	$Q : R :: 4TTX\sqrt{AB} : 2(AN - AM) \times Y \times (AN\sqrt{AN} - AM\sqrt{AM})$
17	3	$Q : R :: 3TX\sqrt{AB} : 2B \times Y \times \sqrt{AB} - AM\sqrt{AM}$	$Q : R :: 3TX\sqrt{AB} : 2Y(AB\sqrt{AB} - AM\sqrt{AM})$
19	16	$S = \frac{6304}{9} CC\sqrt{A}$	$S = \frac{6304}{5} CC\sqrt{A}$
19	22	$S = \frac{6304 \times CC \times T - \sqrt{A}}{60'.5}$	$S = \frac{6304}{60''.5} CC.T\sqrt{A}$
54	20	$q = \frac{2}{3} BC \times CG \times DE \times \frac{2}{3} CG \times DC \times DE$	$q = \frac{2}{3} BC \times CG \times DE + \frac{2}{3} CG \times DC \times DE.$
id.	31	$x^3 + 21xx + ccx - \frac{9nnb^4a}{4yy} = 0$, ed il valore di x sarà $\frac{m^3}{2} + \sqrt{\left(\frac{m^6}{2} - \frac{c^6}{729}\right)} + \sqrt[3]{\left[\frac{m^3}{2} - \sqrt{\left(\frac{m^6}{4} - \frac{c^6}{729}\right)}\right]} - \frac{2}{3}c$,	$x^3 + 2cxx + ccx - \frac{9nnb^4a}{4yy} = 0$, ed il valore di x sarà $\sqrt[3]{\left[\frac{m^3}{2} + \sqrt{\left(\frac{m^6}{4} - \frac{c^6}{729}\right)}\right]} + \sqrt[3]{\left[\frac{m^3}{2} - \sqrt{\left(\frac{m^6}{4} - \frac{c^6}{729}\right)}\right]} - \frac{2}{3}c$,
71	7	$595 : 891 :: \sqrt{37\frac{2}{3}} : 65$	$595 : 891 :: \sqrt{37\frac{2}{3}} : \sqrt{86}$
75	4	$m = \frac{bd - la}{ld - lc}$	$m = \frac{lb - la}{ld - lc}$
103	1	$\frac{PH}{AH} \times \frac{2crr \times 786}{3 \times 1728}$	$\frac{PH}{AH}\left(P - \frac{2crr \times 786}{3 \times 1728}\right)$
130	18	$r = b^m$	$r = b^n$
id.	27	$cz^{\frac{\varphi + m}{p}} = cd^{\frac{p + m}{p}} ab^{\frac{p + n}{p}}$	$cz^{\frac{\varphi + p}{p}} = cd^{\frac{p + m}{p}} + ab^{\frac{p + n}{p}}$
132	23	$u = d^n$	$u = d^m$
id.	24	$a = \frac{c}{\varphi + 1} \times \frac{e^{\varphi+1} d^{\varphi+1} - f^{\varphi+1} d^{m+1}}{b^{n+1}}$	$a = c\,\frac{e^{\varphi+1} d^{\varphi+1} - f^{\varphi+1} d^{m+1}}{f^{\varphi+1} b^{n+1}}$
id.	27	$b = \frac{c}{af^{\varphi+1}} + (e^{\varphi+1} - f^{\varphi+1} d^{m+1})^{\frac{1}{n+1}}$	$b = \left(\frac{c(e^{\varphi+1} d^{\varphi+1} - f^{\varphi+1} d^{m+1})}{af^{\varphi+1}}\right)^{\frac{1}{n+1}}$

pag.	lin.	ERRORI	CORREZIONI
133	4	$d=\left(\frac{e}{f}\times\frac{cz\varphi}{a+z}\right)^{\frac{1}{n}}=b:$	$d=\left(\frac{e}{f}\cdot\frac{cz^{\varphi}}{a+c}\right)^{\frac{1}{n}}=b.$
id.	7	$p=3100$	$p=3500$
id.	16	$d=b\sqrt[3]{\frac{aapp}{cc-(l-p)^2}},$	$d=b\sqrt[3]{\frac{aapp}{cc(l-p)^2}},$
134	17	$d^6-2aab^3d^3+z^6=0$ $-2z^3-2aab^3z^3$ $+\frac{a^4b^6}{c^4}$	$\left.\begin{array}{l} d^6-\frac{2a^2b^3d^3}{c^2}+z^6 \\ -2d^3z^3-\frac{2a^2b^3z^3}{c^2} \\ +\frac{a^4b^6}{c^4} \end{array}\right\}=0$
135	5	$d^{\frac{p+m}{p}}$	d^{p+m}
141	12	$z=g\sqrt[3]{\frac{(e+b^2)}{cc}}$	$z=g\sqrt[3]{\frac{(c+b)^2}{cc}}$
147	6	$CD=dy$	$cD=dy$
id.	7	$MR=p^m$	$MK=p^m$

In questa pagina invece delle espressioni dpp, dqq, dxx, dyy, leggasi $(dp)^2$, $(dq)^2$, $(dx)^2$, $(dy)^2$.

La fig. 6. della tav. 4. debbe avere la lettera c in vece della o, e là dove la linea NC incontra la DS debbe esservi la lettera F.

pag.	lin.	ERRORI	CORREZIONI
168	14	$6\frac{2}{4}$	$6\frac{3}{4}$
170	20	28 detto	18 detto
175	39	Se si misura	Se a misura
181	34	B	R
182	6	sarà $24-\sqrt{564}=23\frac{21}{100}$, onde $DP=\frac{1}{5}$.	sarà $\sqrt{564}=23\frac{75}{100}$, onde $DP=\frac{1}{4}$.
id.	13	Perchè più	Perchè poi
id.	30	$\frac{1}{2}c\sqrt{5}=\left(z-\frac{u}{2}\times\frac{u\sqrt{5}}{2}\right)\frac{zu\sqrt{5}}{2}-\frac{uu\sqrt{5}}{4},$	$\frac{1}{4}c\sqrt{5}=\left(z-\frac{u}{2}\right)\frac{u\sqrt{5}}{2}=\frac{zu\sqrt{5}}{2}-\frac{uu\sqrt{5}}{4},$
id.	id.	Dovunque dice $\sqrt{z(z-c)}$, leggasi $\sqrt{(z^2-c)}$.	

Tavola I

Fig. 1

Fig. 6

Fig. 8

Fig. 11

Fig. 13

Fig. 17

Fig. 22

A. Nini inc.

Tavola. 2

Fig. 4.

Fig. 10

Fig. 8.

Vel. 5

Vel. 6

Veloc. 6 1/10

Veloc. 5

Veloc. 16

40 || 23

47 || 29

50 || 35

59 || 39

64 || 40

Tavola 3

Fig 5.

Fig 6.

Fig 12

A. N.

Fig. 4.

Fig. 10.

Fig. 11

Fig 12.

Mazzorno

Veniera

Mare

Tavola 5

Fig. 6

Fig. 8

Fig. 16

Tavola 6.

Fig 4.

Fig. 5.

Fig 9

Fig 10

Fig 12

Fig 13

Tavola 7.

Fig 6

Fig 10

Fig 13

Fig 11
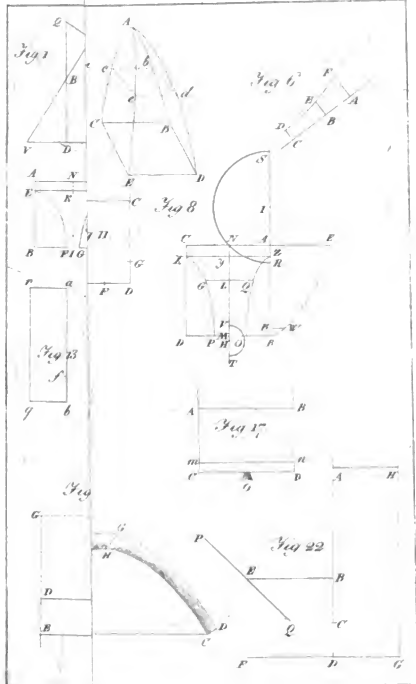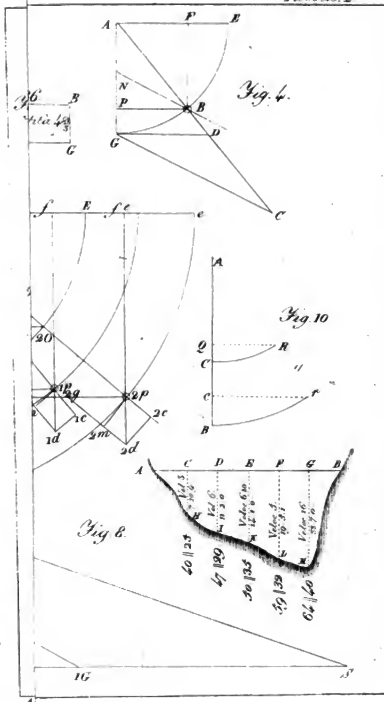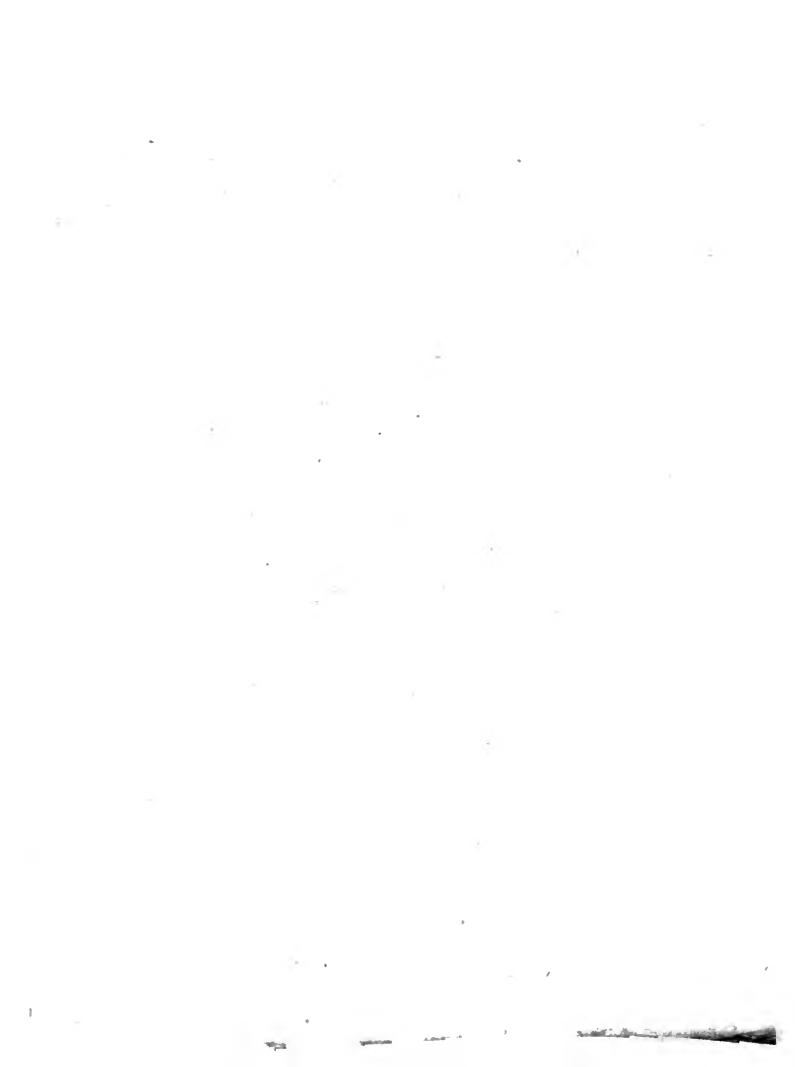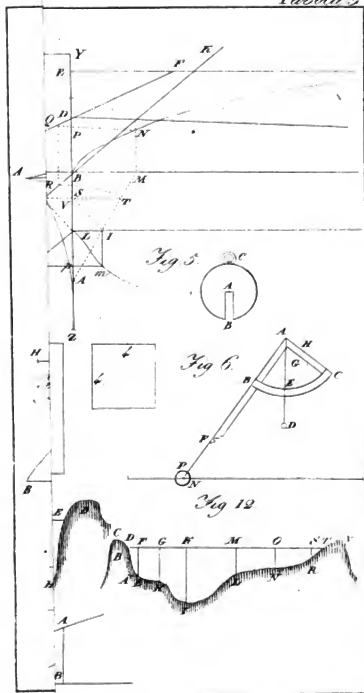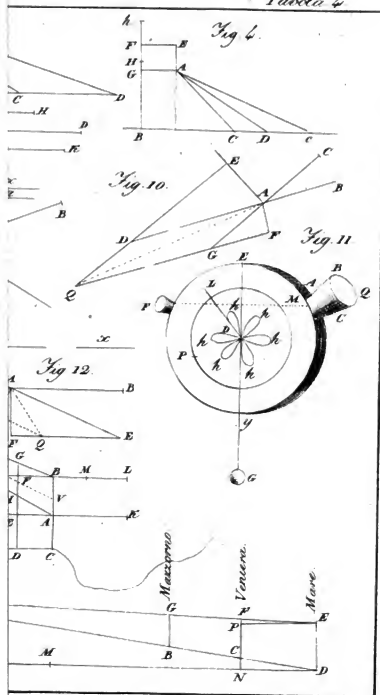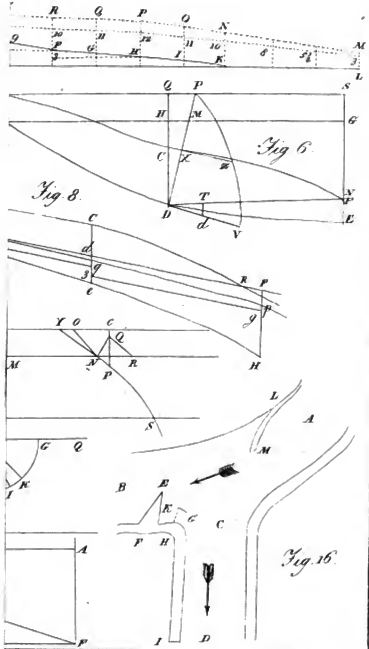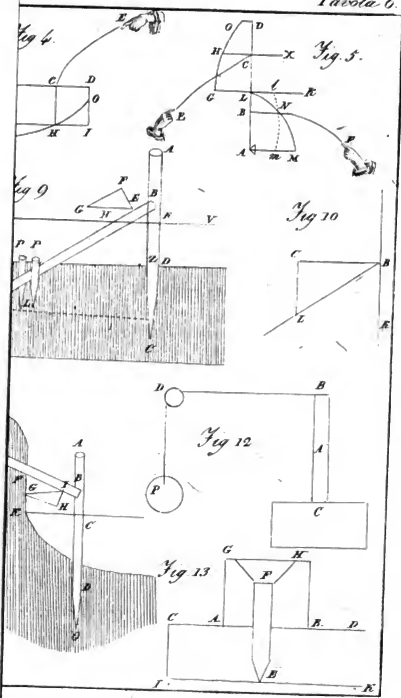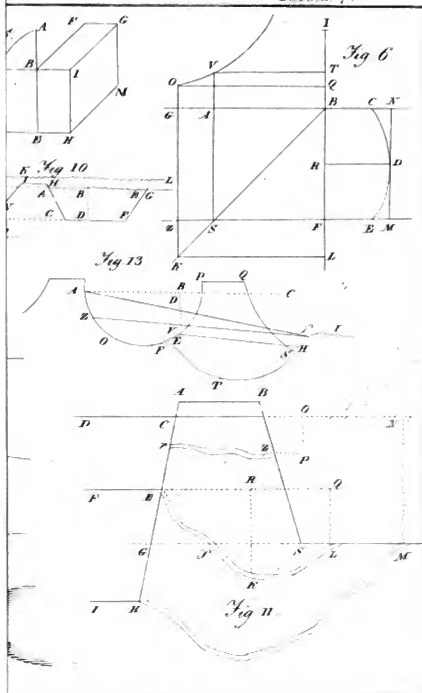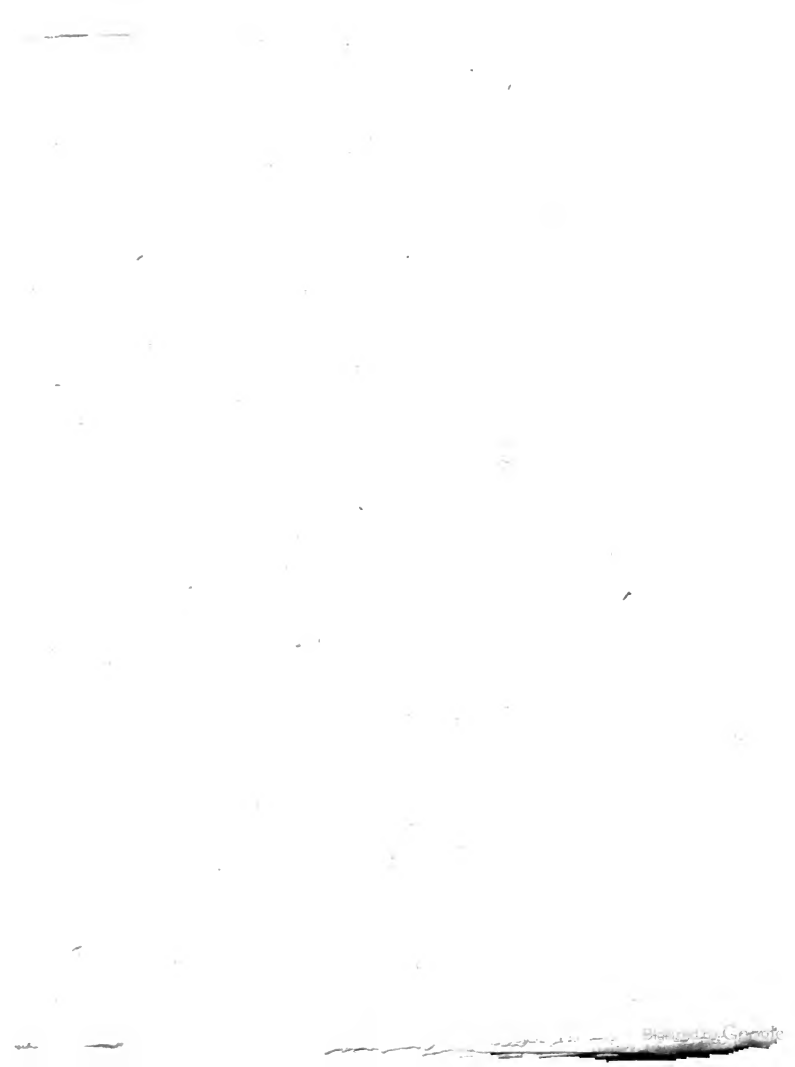
Tavola 8

Fig. 3
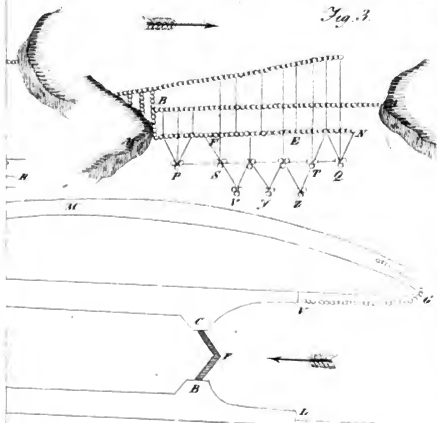
Fig 10

Fig 12

Tavola 9.

Fig 2

Tavola 10.

Fig. 4.

Fig. 5.

Fig. 9

Fig. 12

Fig. 13.

Fig. 14.

Fig. 16.

Fig. 17

Tavola II

Fig 21

Fig 17

Fig 16

Fig 19

Fig 13

Fig 12

Fig 18